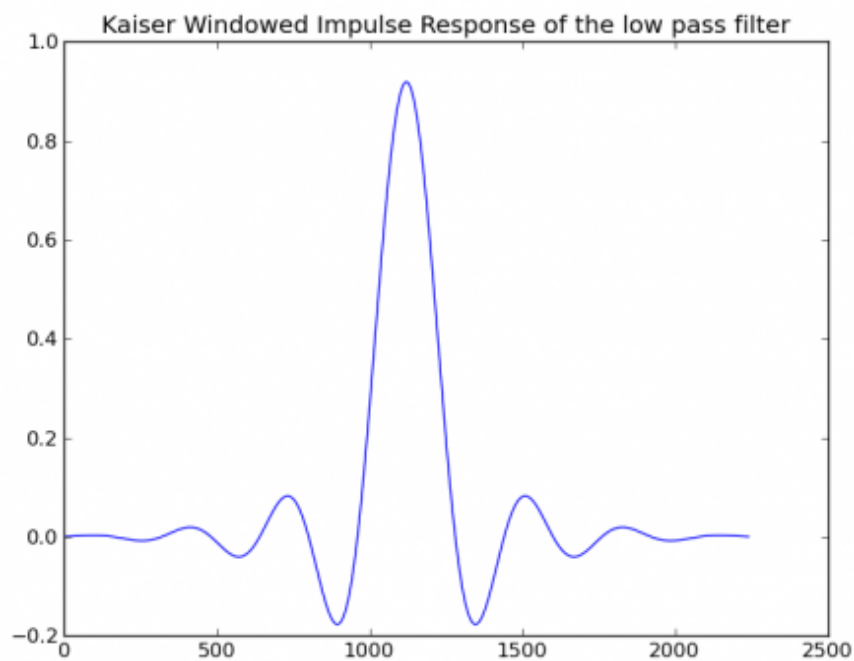


Asynchronous Sample Rate Conversion

ASRC

Prof. Dr. Christian Münker



sinc-Funktion

13. Oktober 2014

Christian.Muenker@hm.edu

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
1 Überblick	2
2 Interpolationsverfahren	4
2.1 Zero-Order Hold Interpolation	4
2.2 Lineare Interpolation	4
2.3 Quadratische Interpolation	4
2.4 Spline-Interpolation	4
3 Simulation und Modellierung	4
4 Bewertung der Qualität	4
5 Literatur	5

1 Überblick

Mit dem Siegeszug der digitalen Signalverarbeitung stellte sich rasch das Problem, Mess-, Audio-, Foto- und Videoformaten zwischen verschiedenen Abtastraten (bzw. Auflösungen bei Fotos und Videos) möglichst verlustarm zu konvertieren. Diese Problematik ist eng verwandt mit Techniken der *Interpolation*, also der Problemstellung zu einer Reihe von Zahlenwerten verlässliche Zwischenwerte zu ermitteln. [Mei02] beschreibt die lange Geschichte der Interpolation von der Antike bis in das 20. Jahrhundert und ordnet sie so in einen größeren Kontext ein.

Eine ingenieurnahe Weise diesen Prozess zu betrachten ist: Interpolation erzeugt eine kontinuierliche Funktion aus einer Anzahl von diskreten Stützstellen. Diese Funktion ist an jedem Punkt auswertbar und stimmt an den Stützstellen mit diesen exakt (ZOH, lineare, quadratische, kubische Interpolation) oder näherungsweise (Spline-Interpolation) überein. Man kann einen Interpolator also auch als Filter mit zeitdiskreter Eingangsfolge und zeitkontinuierlichem Ausgangssignal betrachten (dem dann die neuen Werte zu den gewünschten Zeitpunkten entnommen werden). Allerdings ist diese Betrachtung des Resampling Prozesses in der *Zeitebene* für Audiosignale suboptimal, eine Darstellung der o.g. Interpolationsalgorithmen in der Frequenzebene führt für Interpolatoren höherer Ordnung (Spline, kubisch) zu komplizierten Ausdrücken.

Dieses Paper fokussiert sich auf *Real-Time Abtastratenwandlung von Audiosignalen* in Software und Hardware, also *bandbegrenzten* Signalen.

Weitere wichtige Aspekte sind dabei die effiziente Implementierung von Interpolation sowie Verfahren/Metriken, die Qualität der Ausgangssignale zu bewerten.

Für Audiosignale ist es u.U. sinnvoller, sich dem Thema direkt in der Frequenzebene zu nähern. Diesen Ansatz verfolgen

Julius O. Smith mit („Simulated Analogue Filter Method“), „Digital Audio Resampling Home Page“ (<https://ccrma.stanford.edu/~jos/resample/resample.html>, auch als pdf). Das Skript zur Vorlesung findet sich in [Sm11].

Ein weiteres gutes Skript zu xxx ist von [DB]. Unter [LBR04] findet sich eine interessante Gegenüberstellung unterschiedlicher Modelle von Interpolationsfiltern. In [SR73] gibt Ronald Schafer schließlich eine gute Übersicht über Interpolation in der Signalverarbeitung, Abtastratenkonvertierung, Lagrange Interpolatoren und über den Entwurf von FIR Interpolationsfiltern.

Evangelista hat in seiner Dissertation [Eva00] ein mathematisches Modell für Abtastratenwandler vorgestellt und der Entwurf von Interpolatoren behandelt, immer mit Blick auf die Implementierbarkeit. Die Herangehensweise ist dabei (nur) so mathematisch wie es die Thematik erfordert und nicht unbedingt für den Einstieg geeignet.

[Lok05] unterscheidet zwischen „arbitrary sample rate conversion“ (ASRC) und „asynchronous arbitrary sample rate conversion“ (AASRC).

Wichtige Begriffe

Sample Rate (Abtastrate) die Rate, mit der ein zeitdiskretes Signal vorliegt

Upsampling Erhöhen der Abtastrate um einen ganzzahligen Faktor, die fehlenden Samples werden durch Null gefüllt (zero-stuffing) oder durch Wiederholen des letzten Werts (Zero-Order Hold). Dabei entstehen Kopien des ehemaligen Basisbands bis zur neuen \rightarrow Nyquistfrequenz, sog. \rightarrow Images, die durch Anti-Image Filter entfernt werden müssen.

Downsampling Verringerung der Abtastrate um einen ganzzahligen Faktor durch Weglassen von Abtastwerten. Ohne vorherige Bandbreitenbegrenzung (Anti-Alias Filterung) besteht die Gefahr von \rightarrow Aliasing.

Resampling

Synchron wenn sich das Verhältnis von zwei Abtastraten durch ein einfaches Bruch ausdrücken lässt, z.B. beim Resampling von 44.1kHz nach 48kHz, $44.1/48 = 147 / 160$.

Asynchron wenn die zwei Abtastraten kein einfaches rationales Verhältnis haben

Uri Nieto Audio Resampling in Python, <http://urinieto.com/2011/05/audio-resampling-in-python/>



2 Interpolationsverfahren

2.1 Zero-Order Hold Interpolation

2.2 Lineare Interpolation

2.3 Quadratische Interpolation

2.4 Spline-Interpolation

3 Simulation und Modellierung

4 Bewertung der Qualität

Übliche Maßzahlen zur Bewertung der Qualität eines Abtastratenwandlers sind:

Signal-to-Noise Ratio (SNR): Eine Maßzahl dafür, wieviel Störungen der Umwandlungsprozess dem Signal hinzufügt (gemessen in dB).

Bandbreite: Tiefpassfilterung ist ein unvermeidlicher Bestandteil jeder Ratenwandlung; abhängig von der Ordnung des verwendeten Filters wird dabei das Signalband mehr oder weniger stark beschnitten.

Geschwindigkeit / Rechenaufwand: Vor allem für Real-Time Anwendungen ist ein minimaler Rechenaufwand essenziell.

Bei den meisten Verfahren zur Abtastratenwandlung hängt die Qualität ab von der Frequenz des Eingangssignals und dem Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangsabtastrate.

Das Infinite Wave Masteringstudio hat unter <http://src.infinetwave.ca/> einen sehr umfassenden Vergleich verschiedener ASRC Softwareimplementierungen in Betriebssystemen und Audio-Software bereit gestellt. Die Implementierungen wurden bewertet nach

Verzerrungen und Aliasing: Mit Hilfe eines Sweeps zwischen 0 und 48 kHz sieht man schnell, welches Maß an Verzerrungen und Aliasing bei welchen Eingangsfrequenzen auftritt. Mit einem 1 kHz Testtons bei -0.1 dBFS und -60 dBFS sieht man detailliert, bei welchen Frequenzen Verzerrungen anfallen und wo Quantisierungseffekte auftreten.

Frequenzgang im Pass- und Stoppband: Eine ungenügende Dämpfung im Stoppband führt zu Aliasing, Variationen im Passband beeinflussen das Nutzsignal.

Impulsantwort: Der Impulsantwort kann man entnehmen, wie steilbandig das Filter ist (starkes Ringing), ob das Filter linearphasig ist (konstante Gruppenlaufzeit) oder minimalphasig (geringes Pre-Ringing). Nicht-linearphasige Filter können die Lokalisierbarkeit von Audioquellen beeinträchtigen, minimalphasige Filter haben dafür weniger Einschwingen / Klingeln vor dem eigentlichen Audio-Event (z.B. Snare-Schlag).

Phasengang / Gruppenlaufzeit: Aus dem Phasengang kann man ähnliche Ergebnisse ableiten wie aus der Impulsantwort.



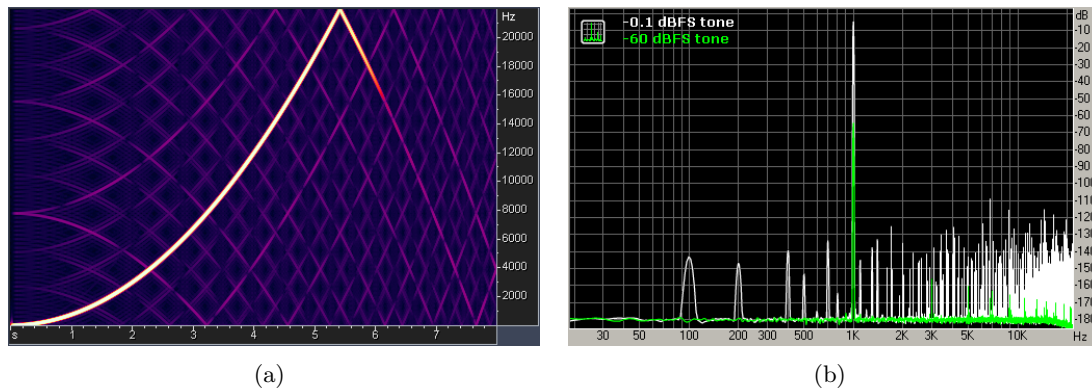


Abb. 1: Performance eines Sample Rate Converter bei der Umwandlung 96 kHz \rightarrow 44.1 kHz, (a) sine chirp, (b) 1 kHz sine

SNR wurde hier nicht verglichen, diese Maßzahl ist für sich auch nicht besonders aussagekräftig.

5 Literatur

Da das Konzept der Interpolation in den verschiedensten Zusammenhängen verwendet wird, ist die mathematische Behandlung auch dementsprechend verschieden. Zwischen den folgenden Konzepten sollten meiner Meinung nach unterschieden werden:

Fractional-Delay-Filter: Ein Interpolator, aus dessen kontinuierlichem Ausgangssignal nur ein Wert entnommen wird

Interpolationsfilter: Filter zum Entfernen der Images bei Aufwärtstastung um einen ganzzahligen Faktor

Effiziente Strukturen: Polyphasen-Filter, Farrow-Filter

Abtastratenwandler: Systeme bestehend aus Auf- bzw. Abwärtstastern, Filtern und/oder Interpolatoren

Interpolationstheorie

In [Pin] geht es um die Anfänge der Approximationstheorie nach Weierstraß. In [Fom00] fand ich zum ersten Mal eine funktionalanalytische Beschreibung der Interpolation mithilfe von Basisfunktionen - eine Herangehensweise, die zum Verständnis der Interpolation mittels B-Splines wichtig ist.



Interpolatoren

Zum Entwurf von Lagrange Interpolatoren erfährt man etwas in [SR73] und [Ye03]. Eine gute Übersicht über B-Splines gibt Michael Unser in seinen Papers, z.B. zum Einstieg in das Thema in [Uns99], oder in [UAE93a] und [UAE93b]. Der Zusammenhang zwischen kardinalen B-Splines und deren Konvergenz gegen den idealen bandbegrenzten Interpolator wird in [AA92] behandelt. Auch die bereits erwähnte Dissertation [Eva00] sowie ein daraus abgeleitete Journal Paper [Eva03] behandeln den Entwurf von Interpolatoren.

Implementierung von Interpolatoren

Zur Implementierung eines Interpolators auf einem FPGA ist eine Abbildung der Theorie auf eine effiziente Hardware-Struktur nötig. In seinem Buch behandelt Fredric Harris einige Aspekte der Implementierung von Polyphasen- und Farrow-Filtern in Hardware [Har04]. In [?] entwickelt Steven Smith eine an der Praxis orientierte Methode, ideale bandbegrenzte Interpolation zu approximieren und mit Lookup-Tables zu implementieren. [Far88] ist das berühmte Paper von C. Farrow, in dem er das Farrow-Filter zur effizienten Implementierung von polynomialen Filtern vorstellt. In [NCD09] wird ein Fractional-Delay-Filter auf einem FPGA in einer aufwandsarmen Struktur realisiert. In [UAE93b] behandelt Michael Unser die Implementierung von B-Spline Interpolatoren. In [FLL⁺93a] und [FLL⁺93b] wird eine Struktur von Lagrange Interpolatoren vorgestellt, die ohne Multiplizierer auskommt.

Anwendungen von Interpolatoren

Interpolatoren kommen nicht nur in Abtastratenwandlern zum Einsatz, sondern auch in der Bildverarbeitung [UTY95], und Medizintechnik [LGS01]. Sie werden auch dazu verwendet, um mit einer kontinuierlichen Form eines Signals zu rechnen [DB]. In [Nie01] findet sich ein sehr interessanter Vergleich verschiedener Polynom-Interpolatoren zum Resampling von überabgetasteten (oversampled) Audio Signalen.

Entwurf von Abtastratenwandlern

Ein Interpolator ist ein Teil-System eines Abtastratenwandlers. Er ist im einfachsten Falle ein Zero-Order-Hold. In [Lok05] gibt Ivar Løkken einen einfachen Einstieg in den Entwurf von mehrstufigen Wandlern mit Zero-Order-Hold, und in Grundzügen auch, mit First-Order-Hold Interpolatoren. In [CR81] geht es um Ähnliches. Unter [Inf] finden sich interessante Tests verschiedener Wandler.

FFT-basierte Spektralanalyse, Fensterung

Die Bestimmung des SNRs der von mir in Python modellierten Wandler machte es notwendig, mich im Detail mit FFT basierter Spektralanalyse, und der Fensterung von Signalen zu beschäftigen. [HRS02] gibt zu beiden Themen eine gute Übersicht. Das Paper von Fredric Harris unter [Har78] ist das Standardwerk zum Einsatz von Fenstern. Unter [JH07] findet sich eine ausführliche Erklärung des Zusammenhangs zwischen Leistungsdichte-Spektrum und



Leistungs-Spektrum im Spectrum-Scope Block von Simulink, und in [Nar98] wird die Fourier-Transformierte einer Funktion durch die DFT approximiert.

Literatur

- [AA92] M. E. A. Aldroubi, M. Unser, *Cardinal spline filters: Stability and convergence to ideal sinc interpolator*, Signal Processing **28** (1992), 127–138.
- [CR81] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, *Interpolation and decimation of digital signals—a tutorial review*, Proceedings of the IEEE **69** (1981), no. 3, 300–331.
- [DB] J. V. D. Babic, *Polynomial-based interpolation filters for dsp applications*, Lecture Notes, <http://www.cs.tut.fi/kurssit/TLT-5806/Interpol.pdf>.
- [Eva00] G. Evangelista, *Zum Entwurf digitaler Systeme zur asynchronen Abtastratenumsetzung*, Ph.D. thesis, Ruhr-Universität Bochum, Dez. 2000.
- [Eva03] ———, *Design of Digital Systems for Arbitrary Sampling Rate Conversion*, EURASIP J. Signal Processing **83** (2003), no. 2, 377–387.
- [Far88] C. W. Farrow, *A continuously variable digital delay element*, Proc. IEEE Int Circuits and Systems Symp, 1988, pp. 2641–2645.
- [FLL⁺93a] F. Francesconi, G. Lazzari, V. Liberali, F. Maloberti, and G. Torelli, *Multiplier-free lagrange interpolators for oversampled d/a converters*, Proc. IEEE Int Circuits and Systems, ISCAS '93 Symp, 1993, pp. 219–222.
- [FLL⁺93b] ———, *A novel interpolator architecture for sigma-delta dacs*, Proc. [4th] European Conf. with the European Event in ASIC Design Design Automation, 1993, pp. 249–253.
- [Fom00] S. Fomel, *On the general theory of data interpolation*, Stanford Exploration Project **Report SERGEY** (2000), 101–116, <http://sepwww.stanford.edu/oldsep/sergey/sepsergey/genint.pdf>.
- [Har78] F. J. Harris, *On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform*, Proceedings of the IEEE **66** (1978), no. 1, 51–83.
- [Har04] F. J. Harris, *Multirate signal processing for communication systems*, Prentice Hall, 2004.
- [HRS02] G. Heinzel, A. Rüdiger, and R. Schilling, *Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows*, Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik (2002), http://www.rssd.esa.int/SP/LISAPATHFINDER/docs/Data_Analysis/GH_FFT.pdf.
- [JH07] F. Q. Josef Hoffmann, *Signalverarbeitung mit matlab und simulink*, Oldenbourg, 2007, Abschnitt 7.4 Spektrale Leistungsdichte und Power Spectrum.
- [LBR04] V. Lehtinen, D. Babic, and M. Renfors, *Comparison of continuous-and discrete-time modelling of polynomial-based interpolation filters*, Proc. 6th Nordic Signal Processing Symp. NORSIG 2004, 2004, pp. 49–52.
- [LGS01] T. M. Lehmann, C. Gonner, and K. Spitzer, *Addendum: B-spline interpolation in medical image processing*, IEEE Transactions on Medical Imaging **20** (2001), no. 7, 660–665.



- [Lok05] I. Lokken, *The ups and downs of arbitrary sample rate conversion*, April 2005.
- [Mei02] E. Meijering, *A chronology of interpolation: from ancient astronomy to modern signal and image processing*, Proceedings of the IEEE **90** (2002), no. 3, 319–342.
- [Nar98] F. J. Narcowich, *The dft approximation to the fourier transform*, Department of Mathematics (1998), http://www.math.tamu.edu/~fnarc/psfiles/fft_ft.ps.
- [NCD09] U. Nithirochananont, S. Chivapreecha, and K. Dejhan, *An fpga-based implementation of variable fractional delay filter*, Proc. 5th Int. Colloquium Signal Processing & Its Applications CSPA 2009, 2009, pp. 104–107.
- [Nie01] O. Niemitalo, *Polynomial interpolators for high-quality resampling of oversampled audio*, October 2001.
- [Pin] A. Pinkus, *Weierstrass and approximation theory*, <http://www.math.umanitoba.ca/HAT/fpapers/wap.pdf>.
- [Smi11] J. O. Smith, *Interpolated delay lines, ideal bandlimited interpolation, and fractional delay filter design*, Lecture Notes, February 2011, <https://ccrma.stanford.edu/~jos/Interpolation/Interpolation.pdf>.
- [SR73] R. W. Schafer and L. R. Rabiner, *A digital signal processing approach to interpolation*, Proceedings of the IEEE **61** (1973), no. 6, 692–702.
- [Stu14] I. W. M. Studio, *Test of Sampling Rate Converters*, <http://src.infinetwave.ca/>, 2014.
- [UAE93a] M. Unser, A. Aldroubi, and M. Eden, *B-spline signal processing. i. theory*, IEEE Transactions on Signal Processing **41** (1993), no. 2, 821–833.
- [UAE93b] ———, *B-spline signal processing. ii. efficiency design and applications*, IEEE Transactions on Signal Processing **41** (1993), no. 2, 834–848.
- [Uns99] M. Unser, *Splines: a perfect fit for signal and image processing*, IEEE Signal Processing Magazine **16** (1999), no. 6, 22–38.
- [UTY95] M. Unser, P. Thevenaz, and L. Yaroslavsky, *Convolution-based interpolation for fast, high-quality rotation of images*, IEEE Transactions on Image Processing **4** (1995), no. 10, 1371–1381.
- [Ye03] Z. Ye, *Linear phase lagrange interpolation filter using odd number of basepoints*, Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '03), vol. 6, 2003.

