

Spezielle Relativität – Arbeitsblatt Zeitdilatation, Längenkontraktion

Thomas Sean Weatherby

NB: Lichtgeschwindigkeit $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, $\beta = \frac{v}{c}$.

1. Enterprise und explodierender Planet

Die *USS Enterprise* fliegt mit $\beta = 0,25$ auf einen Planeten zu. An Bord meint Spock, der Planet werde in 10 min explodieren. Wie lange darf sich das Außenteam *nach Messung der Planetenbewohner* noch auf dem Planeten aufhalten, bevor die Explosion stattfindet?

2. Picard: Vulkan → Erde

Captain Picard befindet sich auf dem Planeten *Vulkan*, der 16 Lichtjahren von der Erde entfernt ist. Das Raumschiff fliegt mit $\beta = 0,999999999$.

- Wie lange dauert der Flug aus Sicht eines Beobachters auf Vulkan?
- Wie lange dauert der Flug an Bord des Raumschiffs?

3. Herleitung der Längenkontraktion

Ein Raumschiff fliegt entlang eines Stabs mit Ruhelänge L_0 . Im Schiff wird eine Zeit T_0 gemessen. Das Schiff bewegt sich mit Geschwindigkeit v .

Bezugssysteme: Schiff: $L = v T_0$, Stab: $L_0 = v T$.

Mit c als in allen Systemen konstanter Lichtgeschwindigkeit gilt aus der Zeitdilatation $T = \gamma T_0$.

Zeige, dass daraus $L = \frac{L_0}{\gamma}$ folgt.

4. Eigenlänge eines Raumschiffs

Ein Raumschiff bewegt sich mit $\beta = 0,7$. Eine Wissenschaftlerin auf der Erde misst die Schiffslänge zu 707 m. Wie lang erscheint das Raumschiff dem Kapitän an Bord?

5. Relativistische Dichte

Ein Stab mit Dichte $\rho_0 = 1,0 \text{ kg m}^{-3}$ wird auf $\beta = 0,8$ beschleunigt. Wie groß ist die Dichte ρ , die ein ruhender Beobachter misst?

6. Zeitdilatation einer bewegten Uhr

Eine Raumsonde fliegt mit $v = 0,6 c$ an der Erde vorbei. An Bord vergeht zwischen zwei Signalen eine Zeitspanne von $\Delta t_0 = 120 \text{ s}$.

Berechne die Zeitspanne zwischen denselben Signalen aus Sicht eines Beobachters auf der Erde. Erläutere in einem Satz, welches System die Eigenzeit misst.

7. Längenkontraktion bei Rückkehr zur Erde

Ein Raumschiff hat eine Ruhelänge von 300 m. Beim Rückflug zur Erde bewegt es sich mit $\beta = 0,80$.

- Welche Länge misst ein irdischer Beobachter?
- Begründe, weshalb sich der Effekt in Alltagsgeschwindigkeit nicht bemerkbar macht.

8. Lebensdauer von Myonen

Myonen haben in Ruhe eine Lebensdauer von $\tau_0 = 2,2 \mu\text{s}$. Sie entstehen in 10 km Höhe mit $v = 0,998 c$.

- Berechne die mittlere Lebensdauer aus Sicht eines Beobachters auf der Erde.
- Berechne die mittlere Strecke bis zum Zerfall.
- Erläutere qualitativ, wie dieses Experiment die Zeitdilatation bestätigt.

9. Gedankenexperiment Lichtuhr

Eine Lichtuhr besteht aus zwei Spiegeln im Abstand L_0 ; ein Lichtpuls läuft zwischen den Spiegeln hin und her. Die Uhr bewegt sich mit Geschwindigkeit v quer zur Lichtausbreitungsrichtung.

- Leite mit Hilfe des Satzes des Pythagoras den Ausdruck für die Zeitdilatation her: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.
- Erkläre in Worten, warum dieser Effekt für alle Prozesse gilt, nicht nur für Lichtuhren.

10. Signale von einer Sonde

Eine Raumsonde sendet regelmäßig Signale zur Erde. Beim Start (in Ruhe) werden 60 Signale h^{-1} gemessen. Bei einem späteren Flug mit $v = 0,8 c$ registriert die Erde nur 36 Signale h^{-1} .

- Zeige, dass dieses Ergebnis mit der Theorie der Zeitdilatation übereinstimmt.
- Welche Messung würde die Besatzung an Bord der Sonde machen?