

BÀI TẬP CHƯƠNG 1: LOGIC CƠ SỞ

Bài 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề, hãy biểu diễn nó thành công thức logic tương ứng.

1. Hà Nội là thủ đô của Mỹ
2. Hãy biết tận dụng tài nguyên thời gian của bạn
3. Linh học toán có giỏi không?
4. Nếu bạn đi học bằng xe máy thì hãy mang theo bằng lái.
5. Bạn sẽ đến lớp đúng giờ khi và chỉ khi bạn đi bằng xe máy.
6. Số nguyên x là số dương.
7. Số nguyên lẻ không chia hết cho 2.
8. Bộ phép toán $\{\neg, \wedge, \vee\}$ là một hệ đầy đủ
9. Điều kiện cần để Nam được chọn đi học là Nam phải biết tiếng Anh hoặc tiếng Nhật.

Bài 2. Chứng minh các công thức mệnh đề sau là các hằng đúng (Theo 2 cách: 1. dùng bảng chân lý và 2. không dùng bảng chân lý):

- a) $p \rightarrow (p \vee q)$
- b) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- c) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- d) $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
- e) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$
- f) $\neg((p \oplus r) \rightarrow (q \vee \neg r)) \rightarrow \neg(p \leftrightarrow r)$
- g) $(\neg p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$
- h) $((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$

Bài 3. Xác định xem các công thức sau là hằng đúng, hằng sai, hay thỏa được (Theo 2 cách: 1. dùng bảng chân lý và 2. không dùng bảng chân lý):

- a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (u \rightarrow \neg q)$
- b) $(p \vee q \vee u) \rightarrow (p \wedge q \wedge u)$
- c) $((p \rightarrow q) \wedge u) \rightarrow (q \rightarrow t)$
- d) $(p \wedge q \wedge u) \rightarrow (q \vee t)$

Bài 4. Chứng minh các công thức sau tương đương (Theo 2 cách: 1. dùng bảng chân lý và 2. không dùng bảng chân lý):

- a) $A1 = (p \rightarrow q) \rightarrow u$ và $A2 = (p \wedge \neg q) \vee u$
- b) $B1 = ((p \rightarrow q) \rightarrow u) \rightarrow (\neg q \rightarrow u)$ và $B2 = ((\neg p \vee q) \wedge \neg u) \vee q \vee u$
- c) $C1 = (p \vee q) \rightarrow q$ và $C2 = p \rightarrow q$
- d) $D1 = (p \oplus q) \rightarrow r \rightarrow (\neg p \vee r)$ và $D2 = (p \wedge \neg r) \rightarrow ((p \oplus q) \wedge \neg r)$
- e) $E1 = p \leftrightarrow q$ và $E2 = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
- f) $F1 = \neg(p \leftrightarrow q)$ và $F2 = \neg p \leftrightarrow q$

Bài 5. Tìm dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn của các công thức sau:

- a) $p \oplus ((\neg p \rightarrow q) \vee u)$
- b) $((p \rightarrow q) \rightarrow u) \rightarrow ((q \vee \neg u) \rightarrow u)$
- c) $((p \wedge q) \rightarrow u) \rightarrow ((q \vee \neg p) \rightarrow (u \wedge p))$
- d) $(p \rightarrow \neg q) \vee ((u \vee \neg p) \oplus q) \leftrightarrow p$

Bài 6. Chứng minh các tương đương sau (Theo 2 cách: 1. dùng bảng chân lý và 2. không dùng bảng chân lý):

- a) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$
- b) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
- c) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$
- d) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

Bài 7. Dùng phương pháp Quine-McCluskey để tối thiểu hóa công thức logic mệnh đề sau:

- a) $A = \bar{p}\bar{q}\bar{u} + \bar{p}\bar{q}u + \bar{p}q\bar{u} + \bar{p}qu + p\bar{q}u$
- b) $B = \bar{x}yzt + \bar{x}y\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}zt + \bar{x}yzt + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}zt + x\bar{y}\bar{z}t$
- c) $C = \bar{x}yz\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + x\bar{y}zt + \bar{x}yzt + x\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}zt$
- d) $D = u \wedge (\neg q \rightarrow u \vee \neg p) \oplus q \leftrightarrow p$
- e) $E = (\bar{p} + q + u)(\bar{p} + \bar{q} + u)(\bar{p} + \bar{q} + \bar{u})$

Bài 8. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề, hãy biểu diễn nó thành công thức logic tương ứng.

- a) Mọi học sinh khoa Công nghệ thông tin đều học môn Toán rời rạc
- b) Mọi số nguyên đều chia hết cho số nguyên y
- c) Tồn tại số nguyên chia hết cho số y
- d) Có những sinh viên khoa Công nghệ thông tin không học môn Xử lý ảnh.
- e) $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \exists z Q(z)$
- f) $\forall x \exists y (Q(x, y, z) \wedge P(x))$

Bài 9. Cho $P(x)$ là vị từ “x học trên lớp nhiều hơn 6 giờ một ngày”. Hãy diễn đạt các lượng từ sau thành những câu thông thường:

- a) $\exists x P(x)$
- b) $\exists x \neg P(x)$
- c) $\forall x P(x)$
- d) $\forall x \neg P(x)$

Bài 10. Cho $P(x)$ là vị từ “x nói được tiếng Nga” và $Q(x)$ là vị từ “x biết ngôn ngữ C++”. Hãy diễn đạt các câu sau bằng cách dùng $P(x)$, $Q(x)$, các lượng từ và các phép toán logic. Cho không gian của các lượng từ là tập tất cả các sinh viên trong trường.

- a) Có một sinh viên trong trường nói được tiếng Nga và biết ngôn ngữ C++
- b) Có một sinh viên trong trường nói được tiếng Nga nhưng không biết ngôn ngữ C++
- c) Mọi sinh viên trong trường đều nói được tiếng Nga hoặc biết ngôn ngữ C++
- d) Không có sinh viên nào trong trường nói được tiếng Nga hoặc biết C++

Bài 11. Cho $Q(x, y)$ là vị từ “ $x+y = x-y$ ”. Nếu không gian của hai biến là tập các số nguyên. Hãy xác định giá trị chân lý của các mệnh đề sau

- a) $Q(1, 1)$
- b) $Q(2, 0)$
- c) $\forall y Q(1, y)$
- d) $\exists x Q(x, 2)$
- e) $\exists y \forall x Q(x, y)$
- f) $\forall x \forall y Q(x, y)$

Bài 12. Cho $Q(x,y,z)$ là câu: “ $x+y=z$ ” trên vũ trụ khẳng định là tập số nguyên. Xác định giá trị chân lý của

- a) $\forall x \forall y \exists z Q(x, y, z)$
- b) $\exists z \forall x \forall y Q(x, y, z)$

Bài 13. Cho $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ lần lượt là các vị từ “ x là giáo sư”, “ x là kẻ ngu dốt”, “ x là kẻ vô tích sự”. Bằng cách dùng các lượng từ và các phép toán logic cùng với $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ diễn đạt các câu sau, biết không gian là tập thể loài người:

- a) Không có giáo sư nào là kẻ ngu dốt
- b) Mọi kẻ ngu dốt đều vô tích sự
- c) Không có giáo sư nào là vô tích sự

Bài 14. Cho $L(x,y)$ là vị từ “ x yêu y ”, với không gian là tập hợp mọi người trên thế giới. Hãy dùng các lượng từ để diễn đạt các câu sau:

- a) Mọi người đều yêu Hoa.
- b) Có một người mà Hạnh không yêu.
- c) Không có ai yêu tất cả mọi người.
- d) Tồn tại một người yêu tất cả mọi người nhưng không yêu chính mình.

Bài 15. Giả sử không gian của hàm vị từ $P(x,y)$ là $A \times A$ với $A=\{1,2,3\}$. Dùng các phép toán hội và tuyển viết các mệnh đề sau:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a, $\exists x P(x,3)$ | b, $\forall y P(1, y)$ |
| c, $\exists x \forall y P(x, y)$ | d, $\forall x \forall y P(x, y)$ |

Bài 16. Trong các suy luận sau, suy luận nào là đúng? vì sao?

- a) Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn đã nắm vững toán rời rạc. Vậy thì bạn đã giải hết mọi bài tập trong cuốn sách này.
- b) Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn đã giải hết mọi bài tập trong cuốn sách này. Vậy thì bạn đã nắm vững toán rời rạc
- c) Nếu bạn giải hết các bài tập trong cuốn sách này thì bạn sẽ nắm vững toán rời rạc. Bạn không giải hết bài tập trong cuốn sách này. Vậy thì bạn không nắm vững toán rời rạc.

Bài 17: Hãy sử dụng các quy tắc giao thông khi gặp ngã tư có đèn tín hiệu giao thông, giải thích tình huống sau đây cách đi nào là đúng/sai quy tắc giao thông.

quy tắc 1: gặp đèn xanh thì được đi.

quy tắc 2: gặp đèn đỏ thì dừng lại.

