Абрамов Александр.
БПИ214. Вар. 2

№5.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 & -9/2 \\ 1 & 0 & -2 & -7/2 \\ 1 & -3 & 3 & -7/2 \\ 1 & 0 & 4 & -9/2 \end{pmatrix}$$

1) $$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -3 & -9/2 \\ 1 & 0 & -2 & -7/2 \\ 1 & -3 & 3 & -7/2 \\ 1 & 0 & 4 & -9/2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -7/2 \\ 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & -7/2 \\ 0 & +3 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & +2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 1 \neq 0 \Rightarrow \exists \underset{\text{ортогональная}}{Q}, \underset{\text{верхнетреугольная}}{R} : A = QR$$

2) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; a_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}; a_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} -9/2 \\ -7/2 \\ -7/2 \\ -9/2 \end{pmatrix}$ — столбцы A.

Применим к $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ процесс ортогонализации Грама – Шмидта:

Пусть $b_1 = a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$b_2 = a_2 - \frac{(b_1, a_2)}{(b_1, b_1)} b_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{-6}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}-3\\0\\-3\\0\end{pmatrix} + \frac{3}{2}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} \overset{\cdot 2}{\sim} \begin{pmatrix}-6\\0\\-6\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\\-3\\3\end{pmatrix} \sim$$

$$\overset{:3}{\sim} \underbrace{\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\1\end{pmatrix}}_{b_2}$$

$$b_3 = a_3 - \frac{(a_3, b_2)}{(b_2, b_2)} b_2 - \frac{(a_3, b_1)}{(b_1, b_1)} b_1 =$$

$$= \begin{pmatrix}-3\\-2\\3\\4\end{pmatrix} - \frac{2}{4}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} - \frac{2}{4}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}-3\\-2\\3\\4\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-2\\3\\4\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\2\\0\\2\end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}-3\\-2\\3\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-3\\3\\3\end{pmatrix} \overset{:3}{\sim} \underbrace{\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\\1\end{pmatrix}}_{b_3}$$

$$b_4 = a_4 - \frac{(b_3, a_4)}{(b_3, b_3)} b_3 - \frac{(b_2, a_4)}{(b_2, b_2)} b_2 - \frac{(b_1, a_4)}{(b_1, b_1)} b_1 =$$

$$= \begin{pmatrix}-9/2\\-7/2\\-7/2\\-9/2\end{pmatrix} - \frac{0}{4}\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\\1\end{pmatrix} - \frac{0}{4}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\1\end{pmatrix} - \frac{-16}{4}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}-9/2\\-7/2\\-7/2\\-9/2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1/2\\1/2\\1/2\\-1/2\end{pmatrix} \overset{\cdot 2}{\sim} \underbrace{\begin{pmatrix}-1\\1\\1\\-1\end{pmatrix}}_{b_4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b_1 = a_1 \\ b_2 = \left(a_2 + \frac{3}{2} b_1\right) \cdot \frac{2}{3} \\ b_3 = \left(a_3 - \frac{1}{2} b_2 - \frac{1}{2} b_1\right) \cdot \frac{1}{3} \\ b_4 = \left(a_4 + 4 b_1\right) \cdot 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = \frac{3}{2} b_2 - \frac{3}{2} b_1 \\ a_3 = 3 b_3 + \frac{1}{2} b_2 + \frac{1}{2} b_1 \\ a_4 = \frac{1}{2} b_4 - 4 b_1 \end{cases} \Rightarrow$$

Нормируем $\{b_1, \ldots, b_4\}$:

$$q_1 = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\|b_1\|} b_1, \quad q_2 = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\|b_2\|} b_2; \quad q_3 = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\|b_3\|} b_3; \quad q_4 = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\|b_4\|} b_4$$

$\Rightarrow b_i = 2 q_i$; q_i – ОНБ $\Rightarrow Q = (q_1\ q_2\ q_3\ q_4)$ – ортогональная матрица.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 q_1 \\ a_2 = 3 q_2 - 3 q_1 \\ a_3 = 6 q_3 + q_2 + q_1 \\ a_4 = q_4 - 8 q_1 \end{cases} \Leftrightarrow \overbrace{(a_1\ a_2\ a_3\ a_4)}^{A} =$$

$$= \underbrace{(q_1\ q_2\ q_3\ q_4)}_{Q} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -8 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R}$$

Ответ: $A = \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}}_{Q} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -8 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R}$

№8

$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\sqrt{2}/2 & 1/2 & -1/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ — ортогональной МО по условию

Заметим, что $A \neq A^T \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\overset{\text{лин.}}{}$ Оператор с матрицей A является композицией отображения и поворота по теореме Эйлера

$\Rightarrow \lambda_3 = 1$ или $\lambda_3 = -1$.

1) Пусть $\lambda_3 = 1$ — с.з. A. Найдем с.в.

Тогда $A - \lambda_3 E = A - E = \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -1/2 & -1/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1 & -1 \\ -\sqrt{2} & -1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \end{pmatrix} \rightarrow$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \overset{*}{\Rightarrow} \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -x_3 \\ x_3 = x_3 \end{cases} \Rightarrow \text{с.в.}: \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$\Downarrow$

λ_3 – действительно с.з.

$e_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ – нормированный с.в. – ось поворота 10 A

e_3 – ось поворота $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ плоскость поворота

$L = \langle e_3 \rangle^{\perp}$ Найдём

ОНБ L – $\{e_1, e_2\}$

$L = \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ из решения $*$

$\Rightarrow \{e_1, e_2\} \sim \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \Rightarrow e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$\Rightarrow \{e_1, e_2, e_3\}$ – канонический базис.

$Ae_1 = \cos\alpha \cdot e_1 + \sin\alpha \cdot e_2$, так как A – поворот в плоскости $\langle e_1, e_2 \rangle$ на угол α.

$$\Rightarrow \begin{cases} (Ae_1, e_1) = \cos\alpha \underbrace{(e_1, e_1)}_{1} + \sin\alpha \underbrace{(e_2, e_1)}_{0} \\ (Ae_1, e_2) = \cos\alpha \underbrace{(e_1, e_2)}_{0} + \sin\alpha \underbrace{(e_2, e_2)}_{1} \end{cases}$$

Учитывая, что $\{e_1, e_2\}$ – ОНБ,

$$\begin{cases} \cos\alpha = (Ae_1, e_1) \\ \sin\alpha = (Ae_1, e_2) \end{cases}$$

$$\cdot\ Ae_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & 1/2 & -1/2 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (Ae_1, e_1) = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 0$$

$$\cancel{\cdot\ Ae_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & 1/2 & -1/2 \\ -\sqrt{2}/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} =}$$

$$\cancel{= \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 1 & -1 \\ -\sqrt{2} & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$\cancel{\Rightarrow (Ae_1, e_2) =}$$

$$\Rightarrow (Ae_1, e_2) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -1 \Rightarrow \sin\alpha = -1,$$

$$\Rightarrow K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ – канонический вид A.

$$\begin{cases} \cos\alpha = 0 \\ \sin\alpha = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2}$$ – угол поворота

Ответ: $K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\alpha = \frac{3\pi}{2}$;

Ось поворота: прямая с направляющим вектором $e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$.

№10

$$A = \begin{pmatrix} 14 & -14 & -10 & 10 \\ -10 & 10 & 14 & -14 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим $B = A^T$ и найдём сингулярное разложение $B_{4\times2} = V_{4\times4} \cdot S_{4\times2} \cdot U^T_{2\times2}$.

Тогда $B^T = (VSU^T)^T = U S^T V^T = U \Sigma V^T$

$$\Rightarrow A = B^T = U_{2\times2} \cdot \Sigma_{2\times4} \cdot V^T_{4\times4}$$

$$B = \begin{pmatrix} 14 & -10 \\ -14 & 10 \\ -10 & 14 \\ 10 & -14 \end{pmatrix}$$

$$B^T B = \begin{pmatrix} 14 & -14 & -10 & 10 \\ -10 & 10 & 14 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 & -10 \\ -14 & 10 \\ -10 & 14 \\ 10 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 592 & -560 \\ -560 & 592 \end{pmatrix}$$

$$\chi_{B^TB}(\lambda) = \begin{vmatrix} 592-\lambda & -560 \\ -560 & 592-\lambda \end{vmatrix} = (592-\lambda)^2 - 560^2 =$$

$$= (592-\lambda-560)(592-\lambda+560) =$$

$$= (32-\lambda)(1152-\lambda)$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \lambda_1 = 32 \\ \lambda_2 = 1152 \end{array}\right. \text{ — с.з. } B^TB \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sigma_1 = \sqrt{\lambda_1} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \\ \sigma_2 = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{1152} = 24\sqrt{2} \end{array}\right.$$

— сингулярные числа B.

1) $\lambda_1 = 32$

$$B^TB - \lambda_1 E = \begin{pmatrix} 560 & -560 \\ -560 & 560 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow с.в.: \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2) $\lambda_2 = 1152$

$$B^TB - \lambda_2 E = \begin{pmatrix} -560 & -560 \\ -560 & -560 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow с.в.: \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Учитывая, что $\sigma_2 > \sigma_1$,

$$S = \begin{pmatrix} 24\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 4\sqrt{2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Так как $\{u_1, u_2\}$ — ОНБ, U — ортогональная матрица.

Найдём V: $V_i = \frac{BU_i}{\sigma_i}$

$$V_1 = \frac{BU_1}{\sigma_1} = \frac{1}{24\sqrt{2}\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 14 & -10 \\ -14 & 10 \\ -10 & 14 \\ 10 & -14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{24 \cdot 2} \begin{pmatrix} -24 \\ 24 \\ 24 \\ -24 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \frac{BU_2}{\sigma_2} = \frac{1}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \begin{pmatrix} 14 & -10 \\ -14 & 10 \\ -10 & 14 \\ 10 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\{V_3, V_4\}$ — ортонормированное дополнение $\{V_1, V_2\}$ до ОНБ $\mathbb{R}^4$. (Найдём ФСР СЛАУ $(V_1 V_2)^T X = 0$)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_2 = x_2 \\ x_3 = x_4 \\ x_4 = x_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{V_1; V_2\} \sim \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow V = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}}_{U} \underbrace{\begin{pmatrix} 24\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4\sqrt{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\Sigma} \underbrace{\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}^T}_{V}$$

Ответ!

Проверка:

$$U\Sigma V^T = \frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \cancel{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \overset{12}{\cancel{24}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underset{2}{\cancel{4}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & -1 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}^T =$$

$$= \begin{pmatrix} -12 & 2 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & -14 & -10 & 10 \\ -10 & 10 & 14 & -14 \end{pmatrix} = A \text{ - верно}$$

$$A' = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 24\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -1/2 & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}^T =$$

$$= \begin{pmatrix} \overset{-12}{\cancel{-24}} & 0 & 0 & 0 \\ \underset{12}{\cancel{24}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \boxed{\begin{pmatrix} 12 & -12 & -12 & 12 \\ -12 & 12 & 12 & -12 \end{pmatrix}}$$

Ответ: ↗