

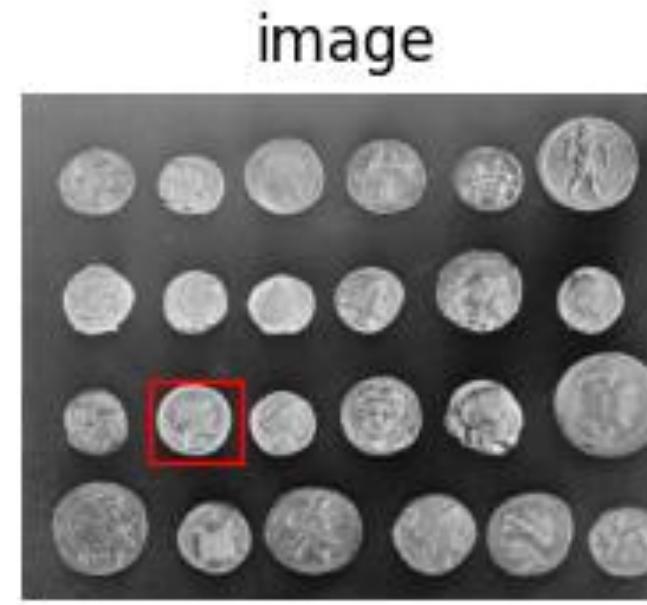
Počítačové vidění

Detekce lokálních zájmových oblastí

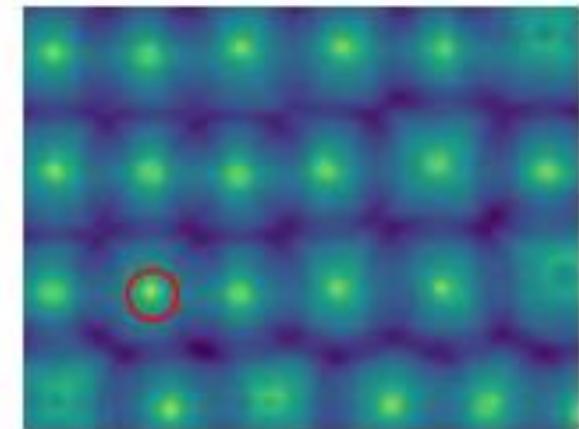
Hledání podobnosti mezi obrazy

Hledání vzorů

např. křížová korelace



`match_template`
result



Hledání vzorů

```
for y in range(0, výška_obr):
    for x in range(0, šířka_obr):
        okno = img[y-vel:y+vel, x-vel:x+vel]
        podobnost[y, x] = korelace(okno, vzor)
```

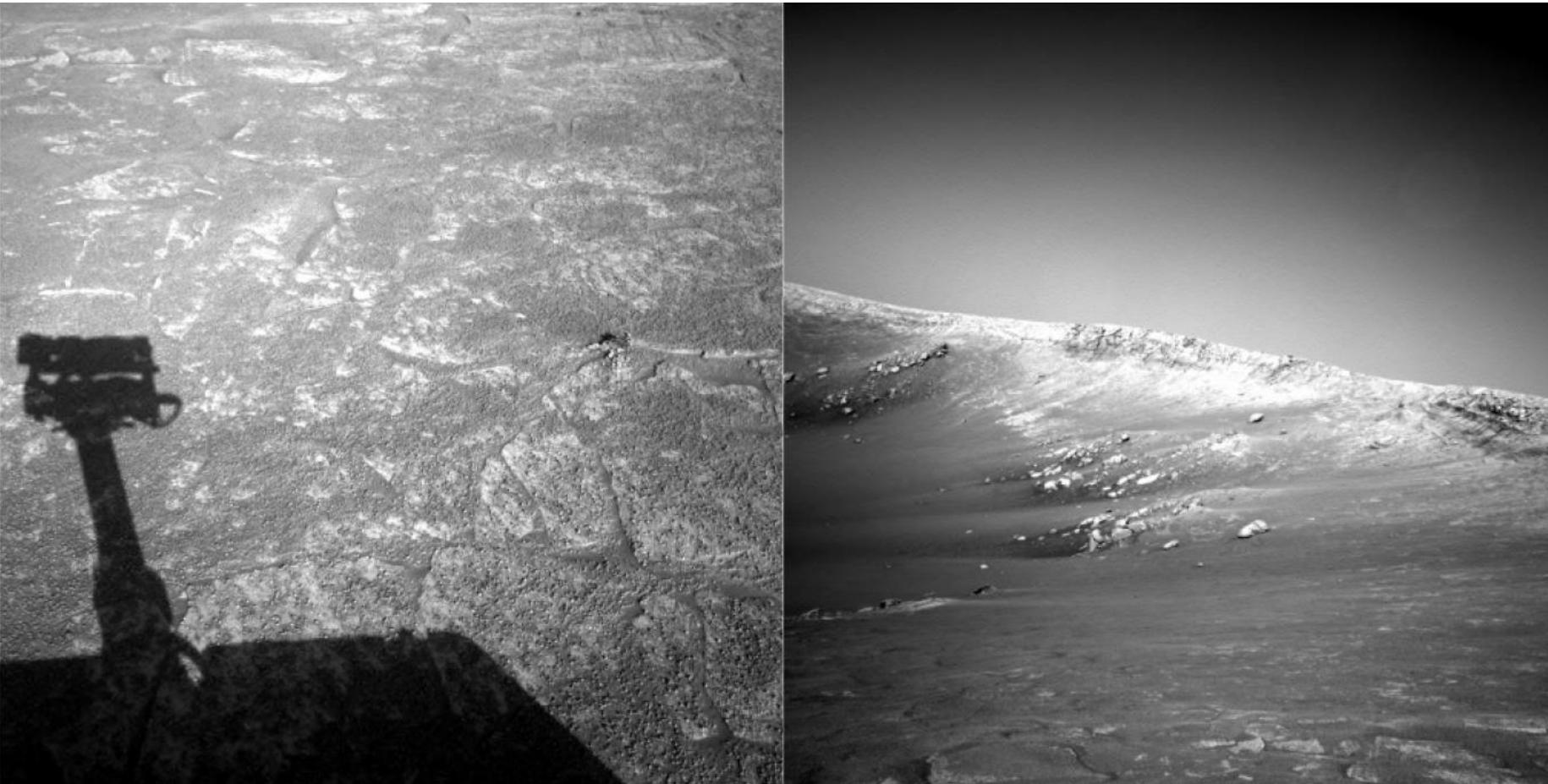
Složitější případ



Složitější případ

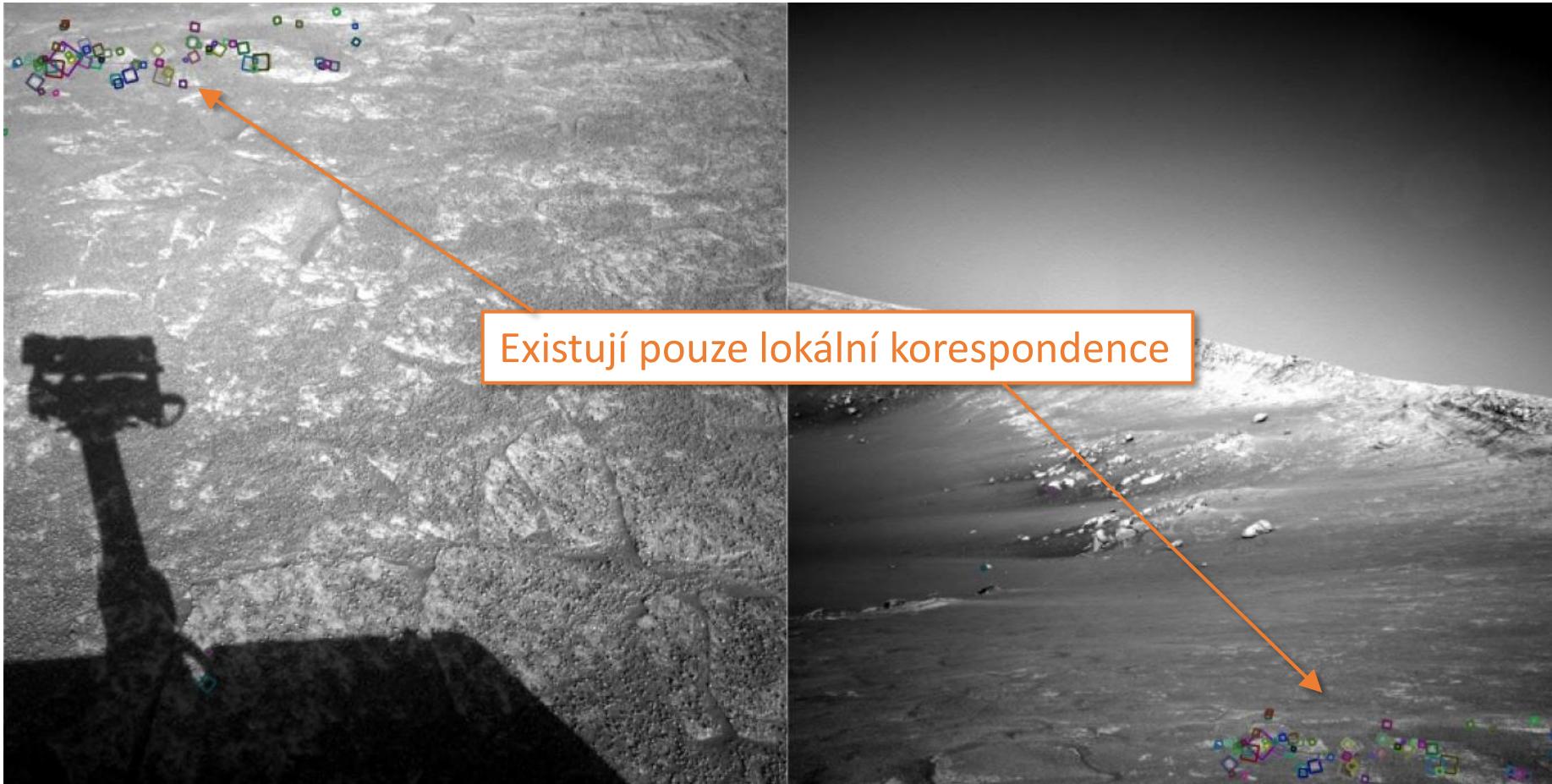
```
for vel in mozne_velikosti:  
    for rot in mozne_rotace:  
        vzor_upraveny = transformuj(vzor, vel, rot)  
        for y in range(0, výška_oby):  
            for x in range(0, šířka_oby):  
                okno = img[y-vel:y+vel, x-vel:x+vel]  
                podobnost[y, x] = korelace(okno, vzor)
```

Ještě složitější případ: slepování obrazů



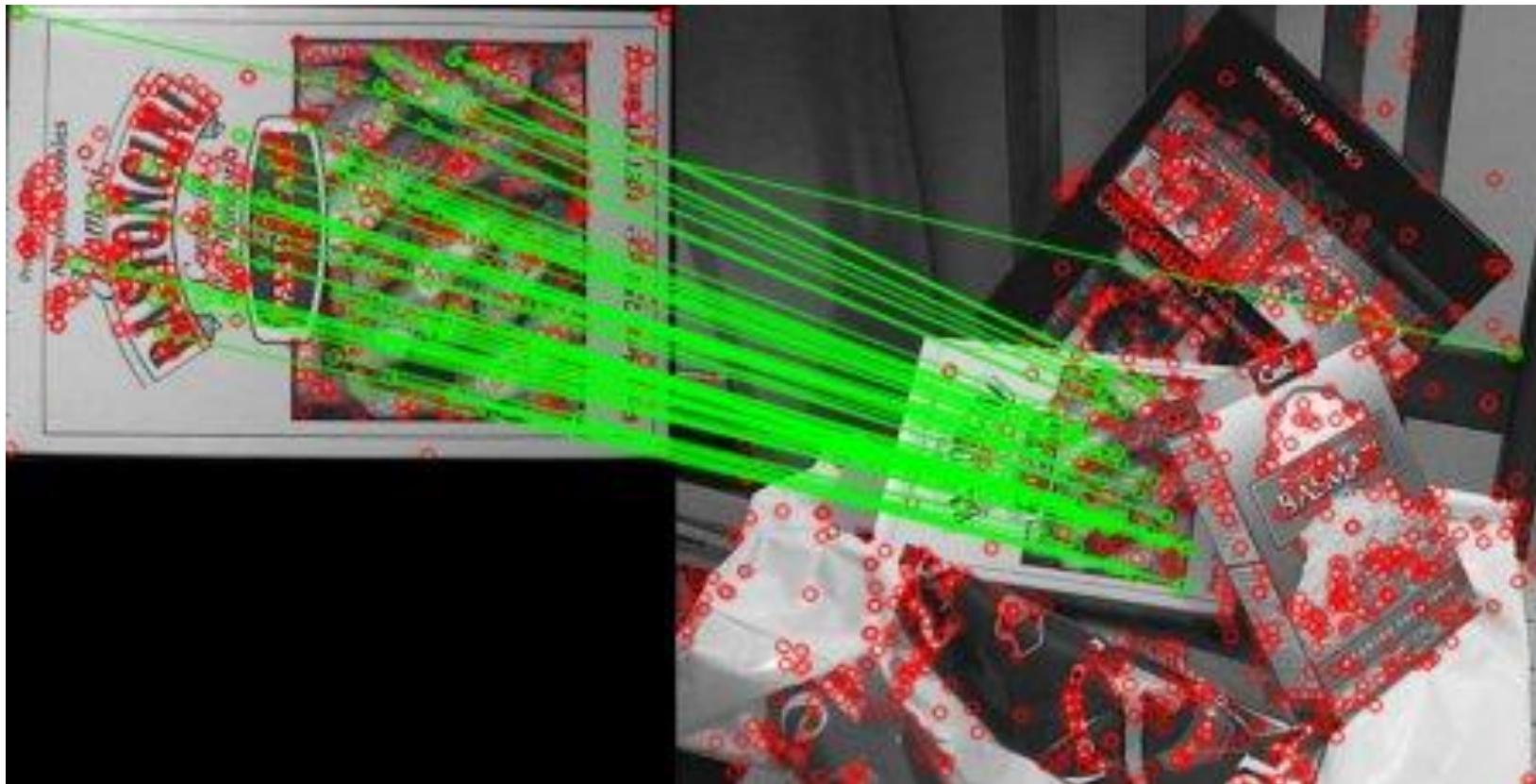
obrázek: <https://www.cs.cornell.edu/courses/cs6670/2023fa/>

Ještě složitější případ: slepování obrazů



obrázek: <https://www.cs.cornell.edu/courses/cs6670/2023fa/>

Vyhledávání a rozpoznávání objektů

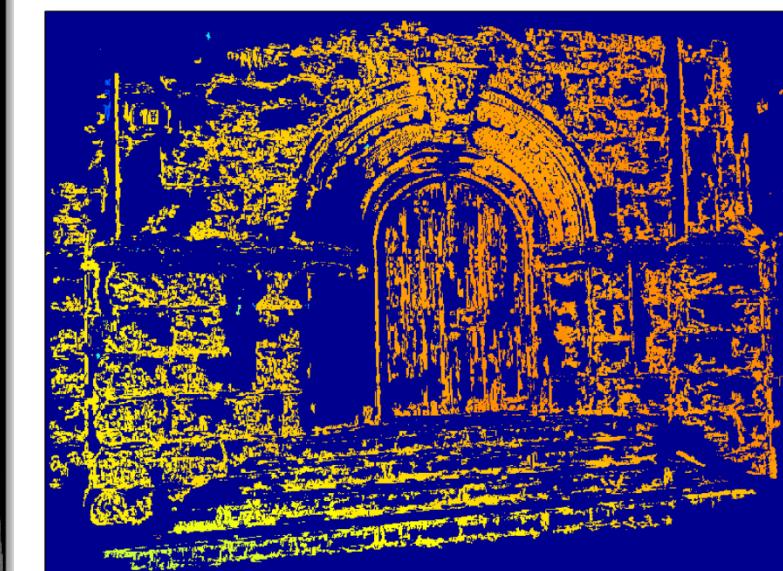


obrázek: https://docs.opencv.org/3.4/dc/dc3/tutorial_py_matcher.html

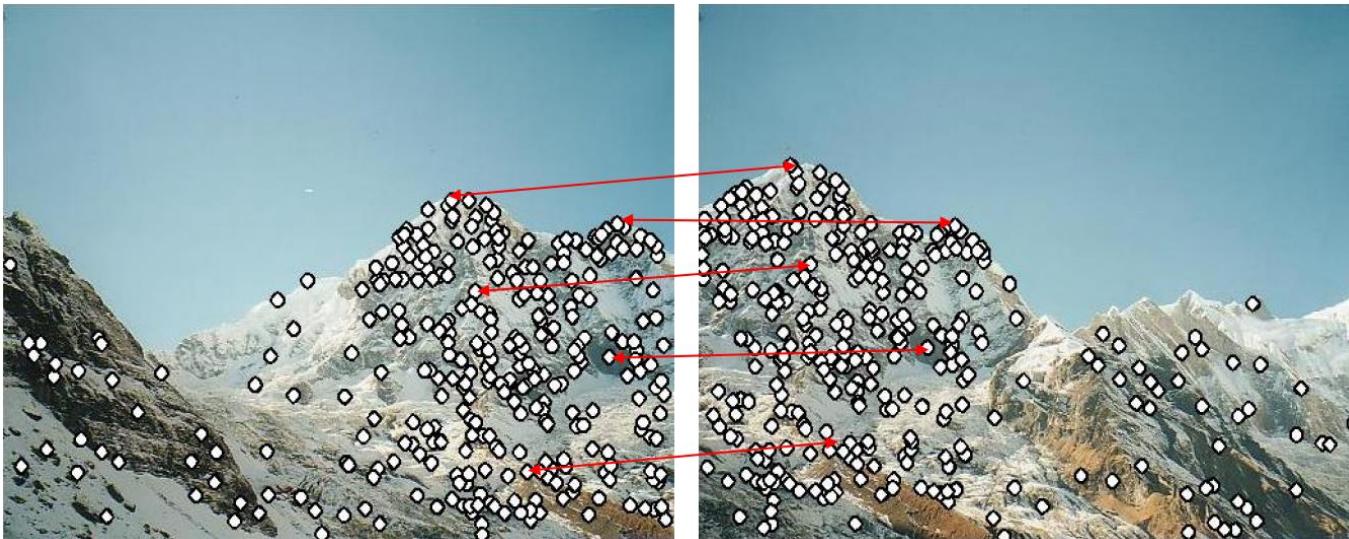
Vyhledávání a rozpoznávání objektů



Rektifikace stereo párů a 3D rekonstrukce



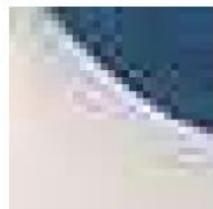
Slepování panoramat



M. Brown and D. G. Lowe (2003): [Recognizing Panoramas](#)

Lokalizace zájmových oblastí

Která ze tří oblastí bude nejspolehlivěji lokalizována?



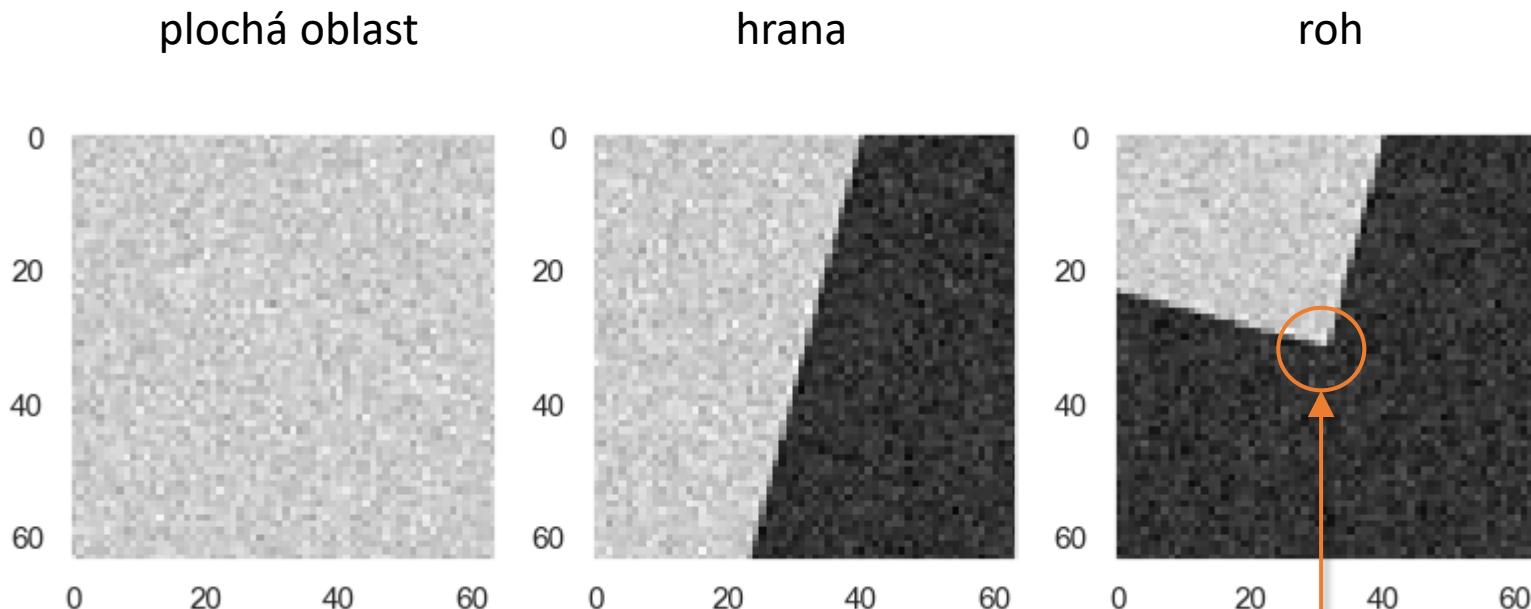
Požadavky na zájmové oblasti

- **Opakovatelnost:** na různých obrazech by měly nalezeny shodné zájmové oblasti, a to i za přítomnosti geometrických zkreslení
- **Rozlišitelnost:** oblasti by od sebe měly být jednoduše rozlišitelné
- **Kompaktnost:** jednolitvé oblasti by neměly porkývat velkou část obrazu

Vyhledávání rohů

Roh

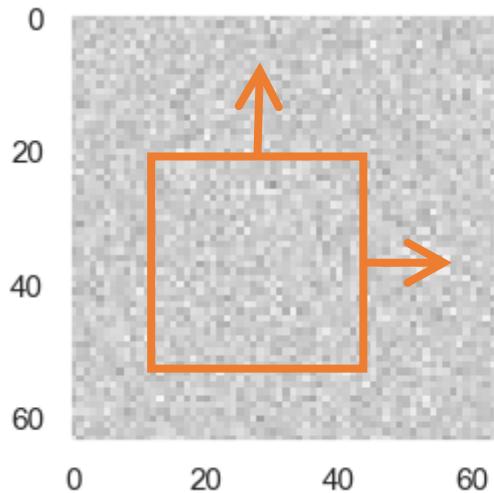
- Roh = místo, kde se potkávají dvě hrany



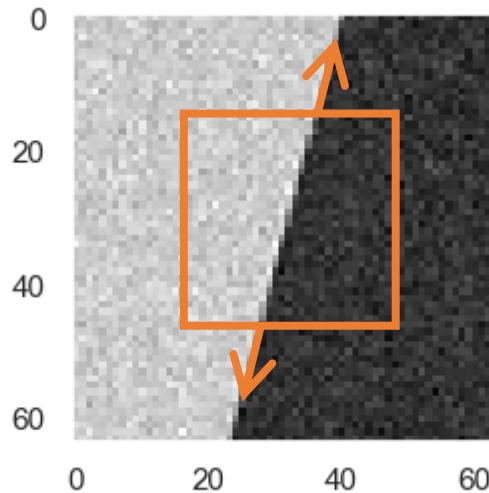
V tomto místě je roh

Jak poznáme roh?

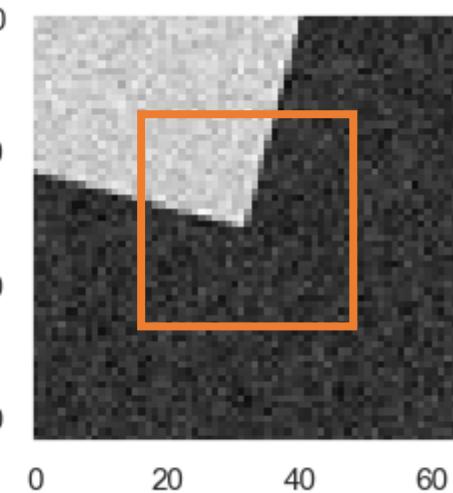
plochá oblast



hrana



roh



plochá oblast:

textura okna se s jeho
pohybem nemění

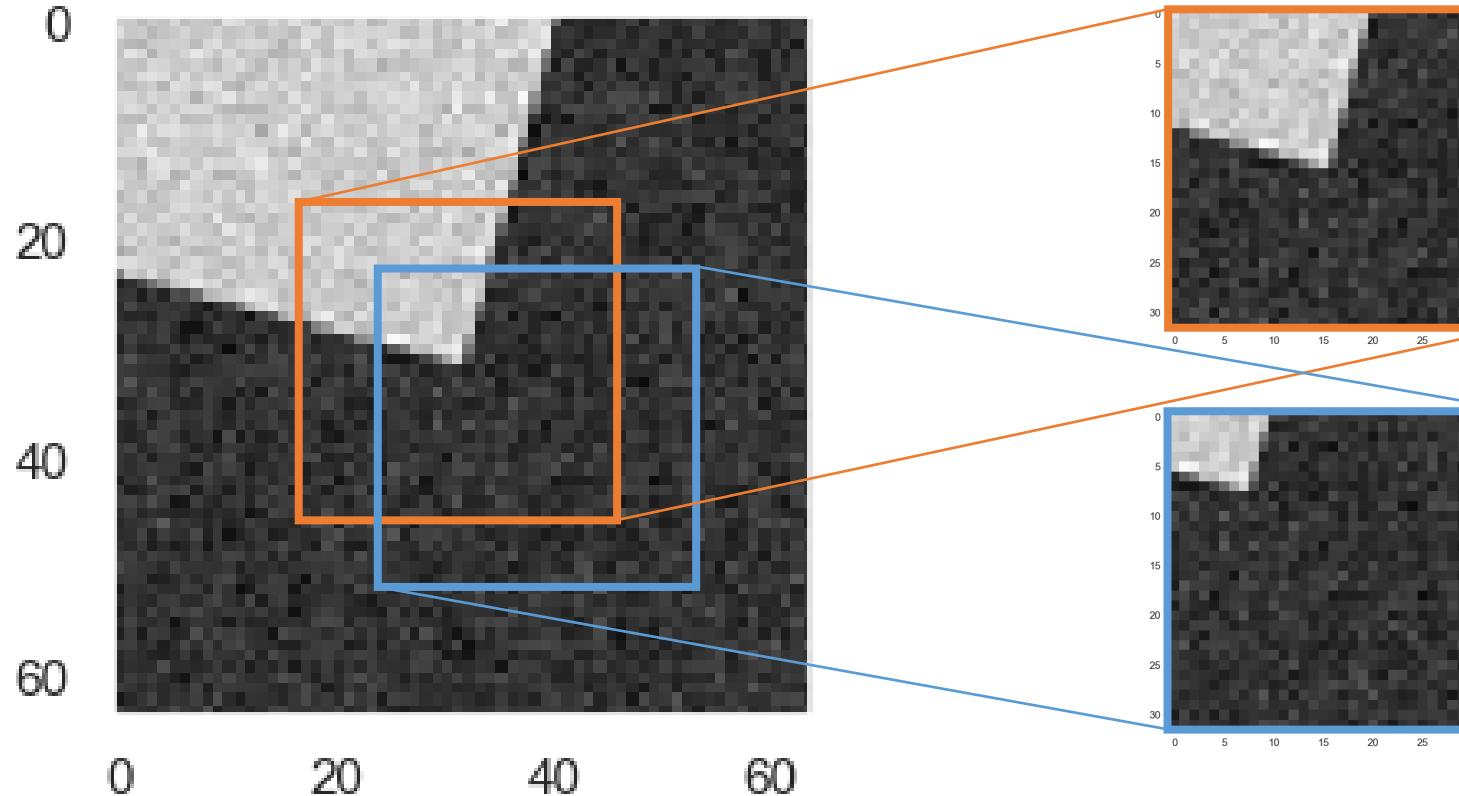
hrana:

textura okna se s
pohybem podél hrany
nemění

roh:

textura okna se změní
při jakémkoliv pohybu

Podobnost oken



$I(x, y)$

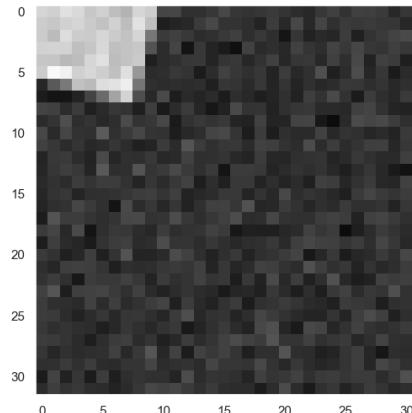
$I(x + \Delta x, y + \Delta y)$

Podobnost oken: suma čtverců

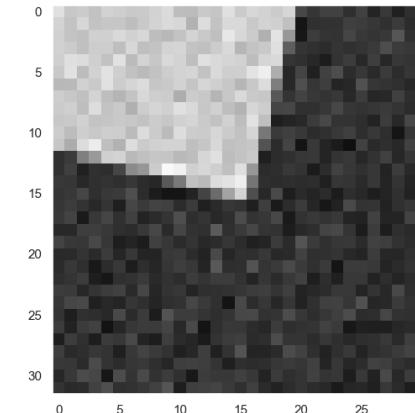
Vyhodnotíme pro různé offsety $(\Delta x, \Delta y)$

$$E(\Delta x, \Delta y) = \sum_{x,y} (I(x + \Delta x, y + \Delta y) - I(x, y))^2$$

$$\sum_{x,y} ($$



-

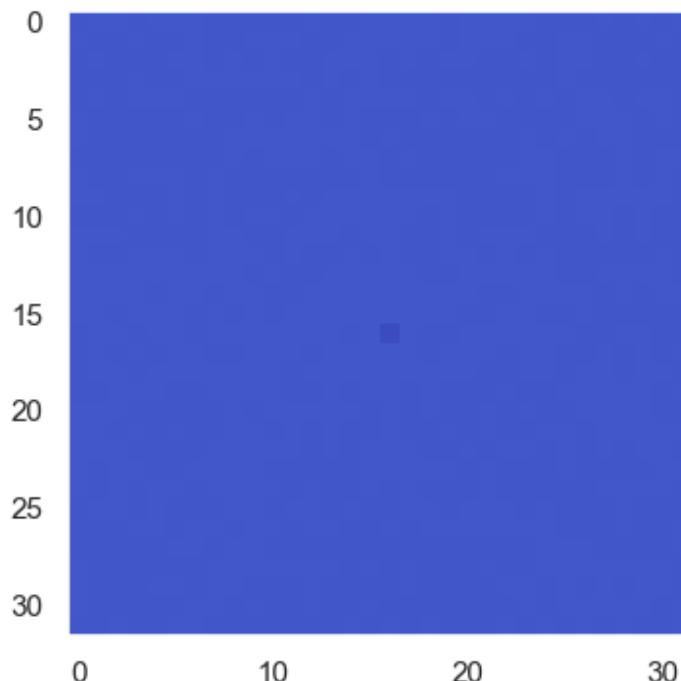


$$)^2$$

Změna textury v závislosti na pohybu okna

obrázky jsou mapy rozdílů $E(u, v)$

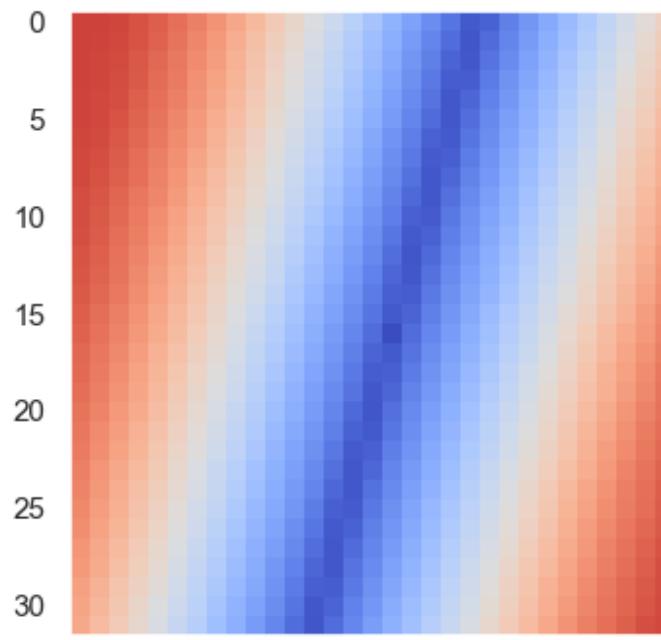
plochá oblast



plochá oblast:

textura okna se s jeho
pohybem nemění

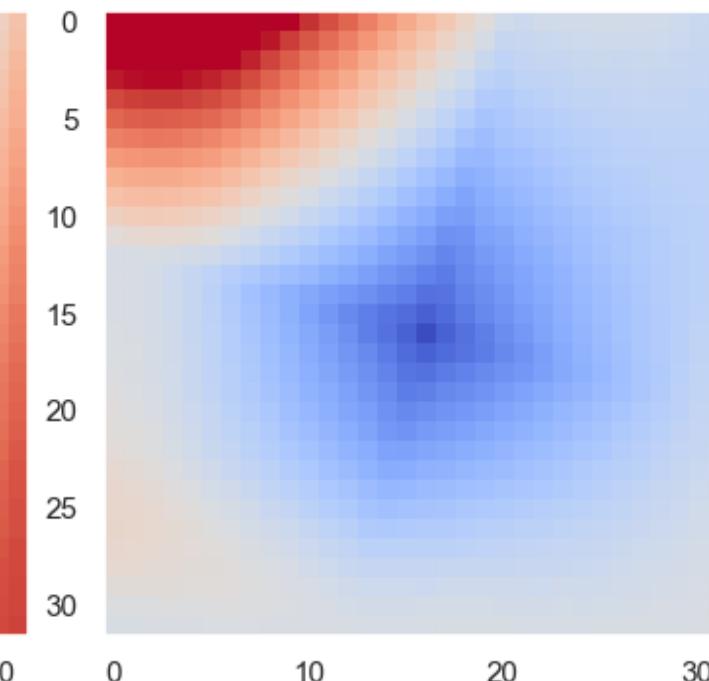
hrana



hrana:

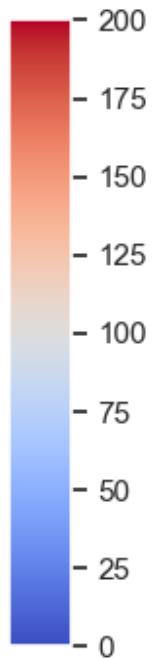
textura se mění pouze při
pohybu "proti" hraně

roh



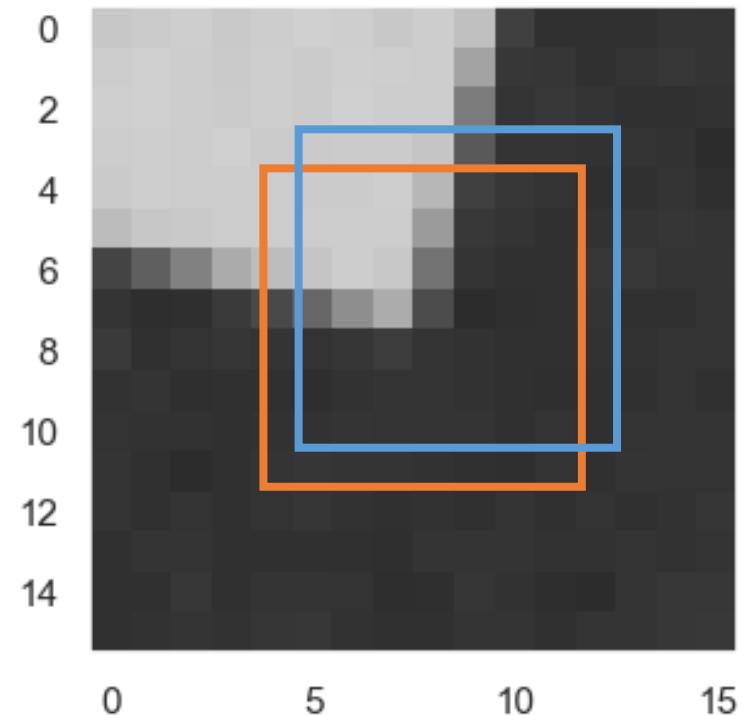
roh:

textura okna se změní
při jakémkoliv pohybu

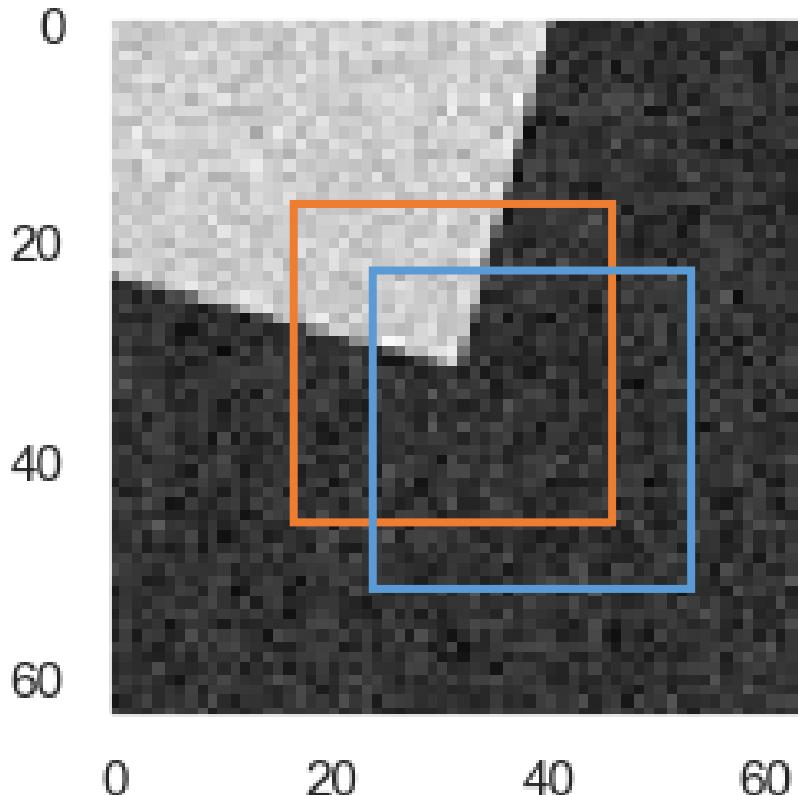


Moravcův detektor rohů (1980)

- Pouze 4 offsety ($\Delta x, \Delta y$):
 1. $e_1 = \sum_{x,y} (I(x+1, y) - I(x, y))^2$
 2. $e_2 = \sum_{x,y} (I(x+1, y+1) - I(x, y))^2$
 3. $e_3 = \sum_{x,y} (I(x, y+1) - I(x, y))^2$
 4. $e_4 = \sum_{x,y} (I(x-1, y+1) - I(x, y))^2$
- Roh je nalezen, pokud
$$\min(e_1, e_2, e_3, e_4) \geq T$$
- Nedostatky:
 - Citlivost na šum
 - Pouze 4 směry
 - Není izotropický → při “nesprávném” natočení hrany detekuje jako roh



Aproximace okolí Taylorovým polynomem



$$E(\Delta x, \Delta y) = \sum_{x,y} (I(x + \Delta x, y + \Delta y) - I(x, y))^2$$

vyhodnocení pro více $(\Delta x, \Delta y)$ by bylo příliš pomalé
→ approximujeme okolí Taylorovým polynomem

$$I(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx I(x, y) + I_x \cdot \Delta x + I_y \cdot \Delta y$$

$$I_x = \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \quad I_y = \frac{\partial I(x, y)}{\partial y}$$

lokální derivace vyhodnocené v
okolí bodu (x, y)

Aproximace okolí Taylorovým polynomem

$$\begin{aligned} E(\Delta x, \Delta y) &= \sum_{x,y} (I(x + \Delta x, y + \Delta y) - I(x, y))^2 \\ &\approx \sum_{x,y} (I(x, y) - I_x \cdot \Delta x + I_y \cdot \Delta y - I(x, y))^2 \\ &= \sum_{x,y} (I_x \cdot \Delta x + I_y \cdot \Delta y)^2 \\ &= \sum_{x,y} I_x^2 \cdot \Delta x^2 + 2 \cdot I_x \cdot I_y \cdot \Delta x \cdot \Delta y + I_y^2 \cdot \Delta y^2 \end{aligned}$$

Maticový zápis

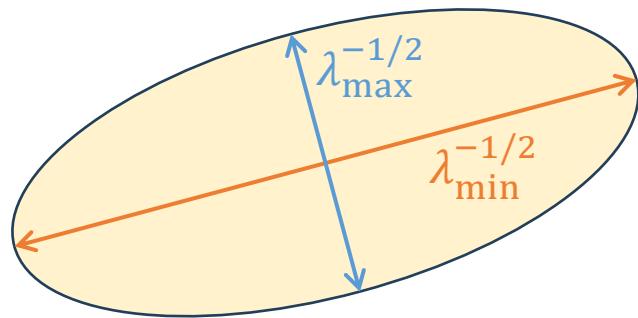
$$E(\Delta x, \Delta y) \approx [\Delta x \quad \Delta y] \cdot \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} I_x^2 & \sum_{x,y} I_x \cdot I_y \\ \sum_{x,y} I_x \cdot I_y & \sum_{x,y} I_y^2 \end{bmatrix}$$

Matice druhých momentů

“Autokorelační” matice M

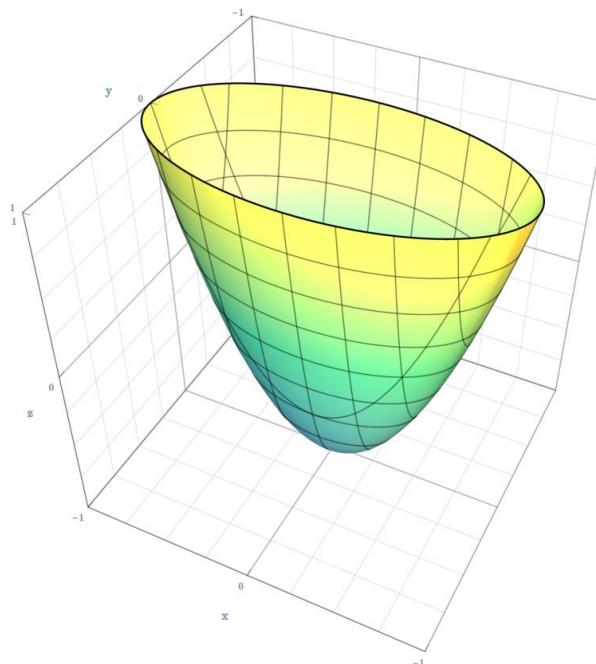
Vrstevnice paraboloidu jsou elipsy, jejichž hlavní osy odpovídají vlastním číslům matice M



$\lambda_{\max}^{-1/2}$... větší ze dvou vlastních čísel M

$\lambda_{\min}^{-1/2}$... menší ze dvou vlastních čísel M

Vektory **hlavní** a **vedlejší** osy elipsy udávají směr nejmenší, resp. největší změny okolí aktuálního bodu v obraze



Aproximace změny podoby v závislosti na offsetu pomocí paraboloidu

Tzv. kvadratická forma

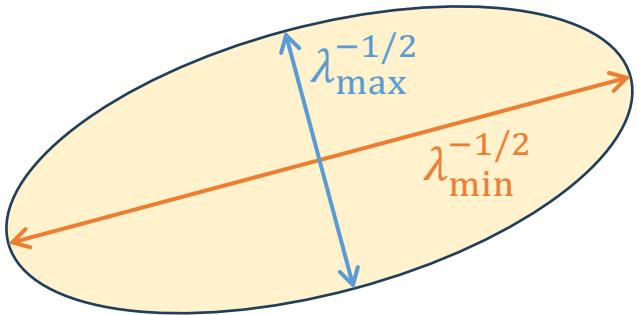
$$E(\Delta x, \Delta y) \approx [\Delta x \quad \Delta y] \cdot M \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} I_x^2 & \sum_{x,y} I_x \cdot I_y \\ \sum_{x,y} I_x \cdot I_y & \sum_{x,y} I_y^2 \end{bmatrix}$$

Matice druhých momentů
Vyhodnocena v každém bodě obrazu

Vlastní čísla a vektory matice M

Vrstevnice paraboloidu jsou elipsy,
jejichž hlavní osy odpovídají
vlastním číslům matice M



$\lambda_{\max}^{-1/2}$... větší ze dvou vlastních čísel M

$\lambda_{\min}^{-1/2}$... menší ze dvou vlastních čísel M

Vektory **hlavní** a **vedlejší** osy elipsy udávají směr nejmenší,
resp. největší změny okolí aktuálního bodu v obraze

λ_2

hrana

λ_1 malé

λ_2 velké

roh

λ_1 velké

λ_2 velké

plochá

λ_1 malé

λ_2 malé

hrana

λ_1 velké

λ_2 malé

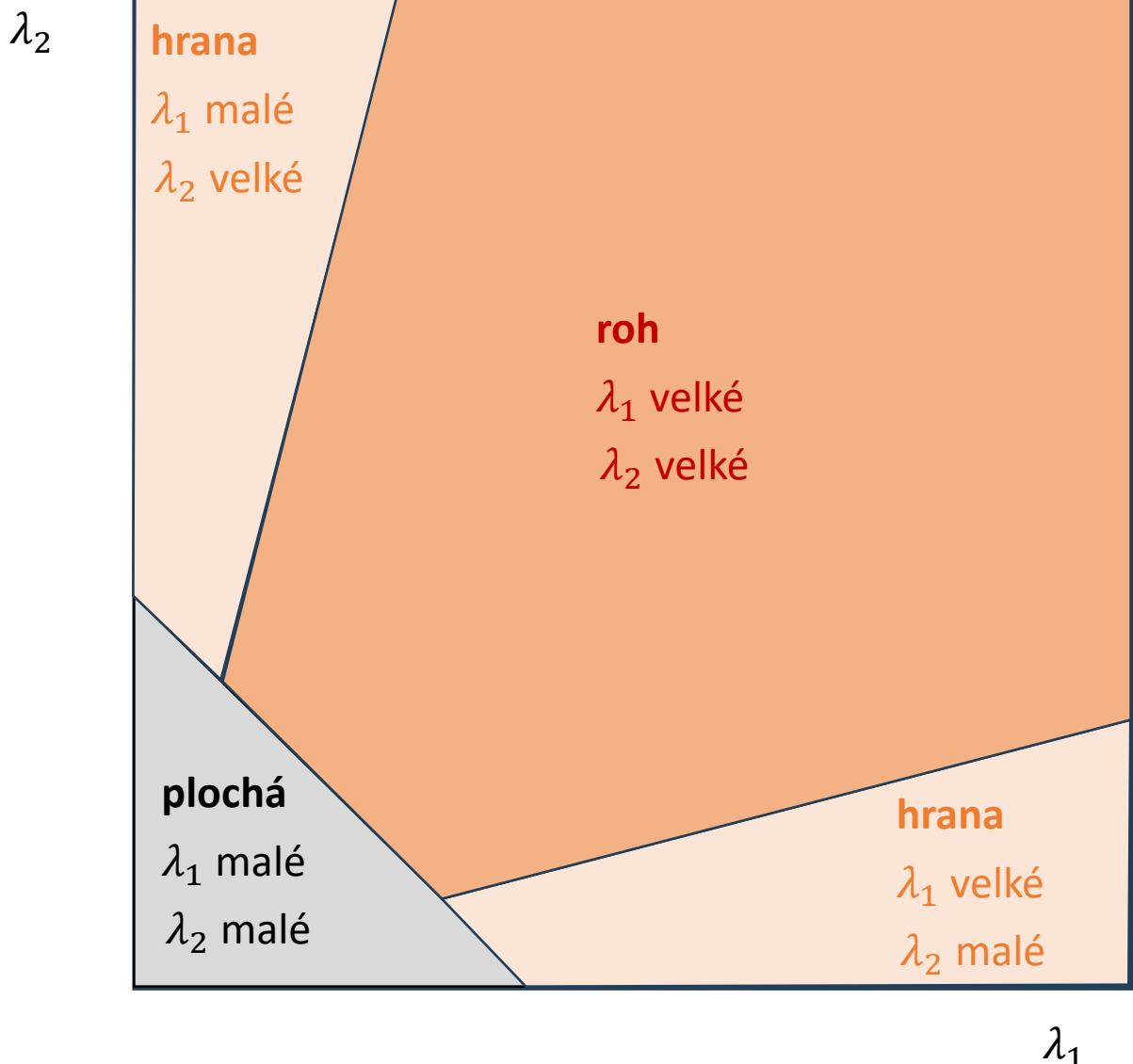
λ_1

Harrisovo kritérium “rohovosti”

- Jedno číslo R vyjadřující, nakolik každý pixel vypadá jako roh
- Velká hodnota $R =$ nejspíše roh
- Malá hodnota $R =$ něco jiného
- Harrisovo kritérium:

$$\boxed{R = \lambda_1 \cdot \lambda_2 - \alpha \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)^2 = \det(\mathbf{M}) - \alpha \cdot \text{trace}(\mathbf{M})}$$

- α je parametr, nejčastěji $\alpha = 0.04$

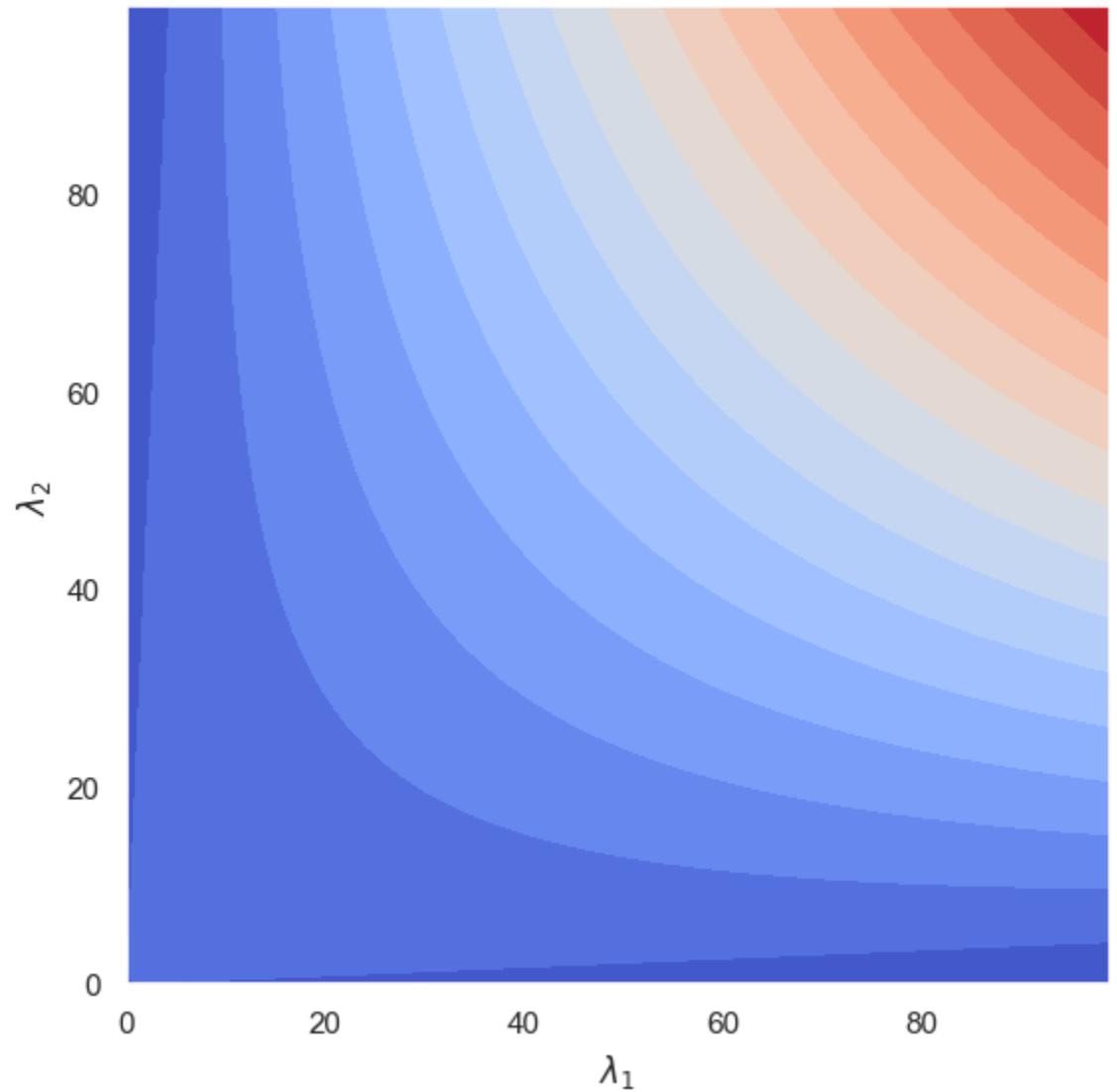


Harrisovo kritérium “rohovosti”

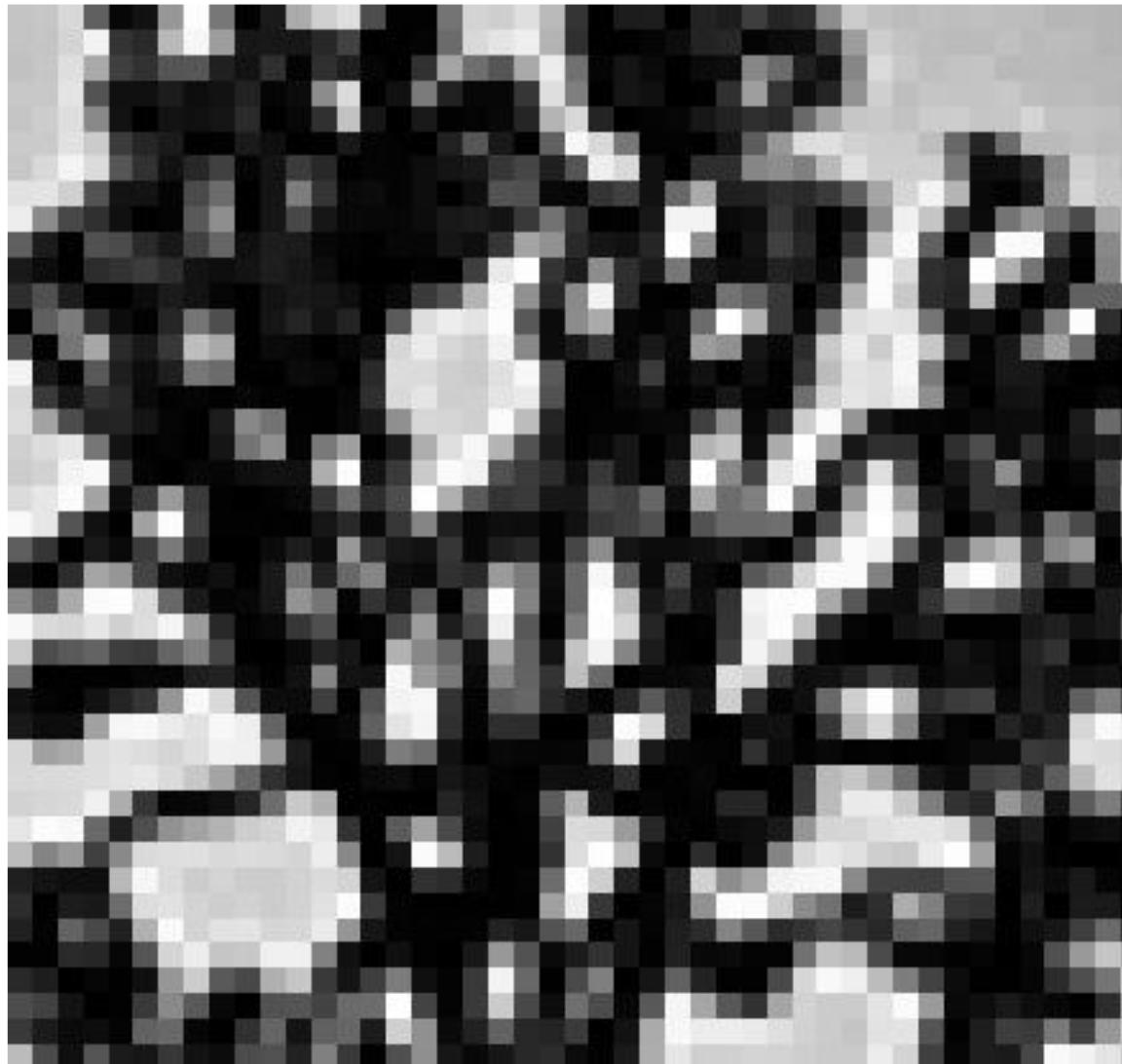
- Jedno číslo R vyjadřující, nakolik každý pixel vypadá jako roh
- Velká hodnota R = nejspíše roh
- Malá hodnota R = něco jiného
- Harrisovo kritérium:

$$\boxed{R = \lambda_1 \cdot \lambda_2 - \alpha \cdot (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \\ = \det(\mathbf{M}) - \alpha \cdot \text{trace}(\mathbf{M})}$$

- α je parametr, nejčastěji $\alpha = 0.04$

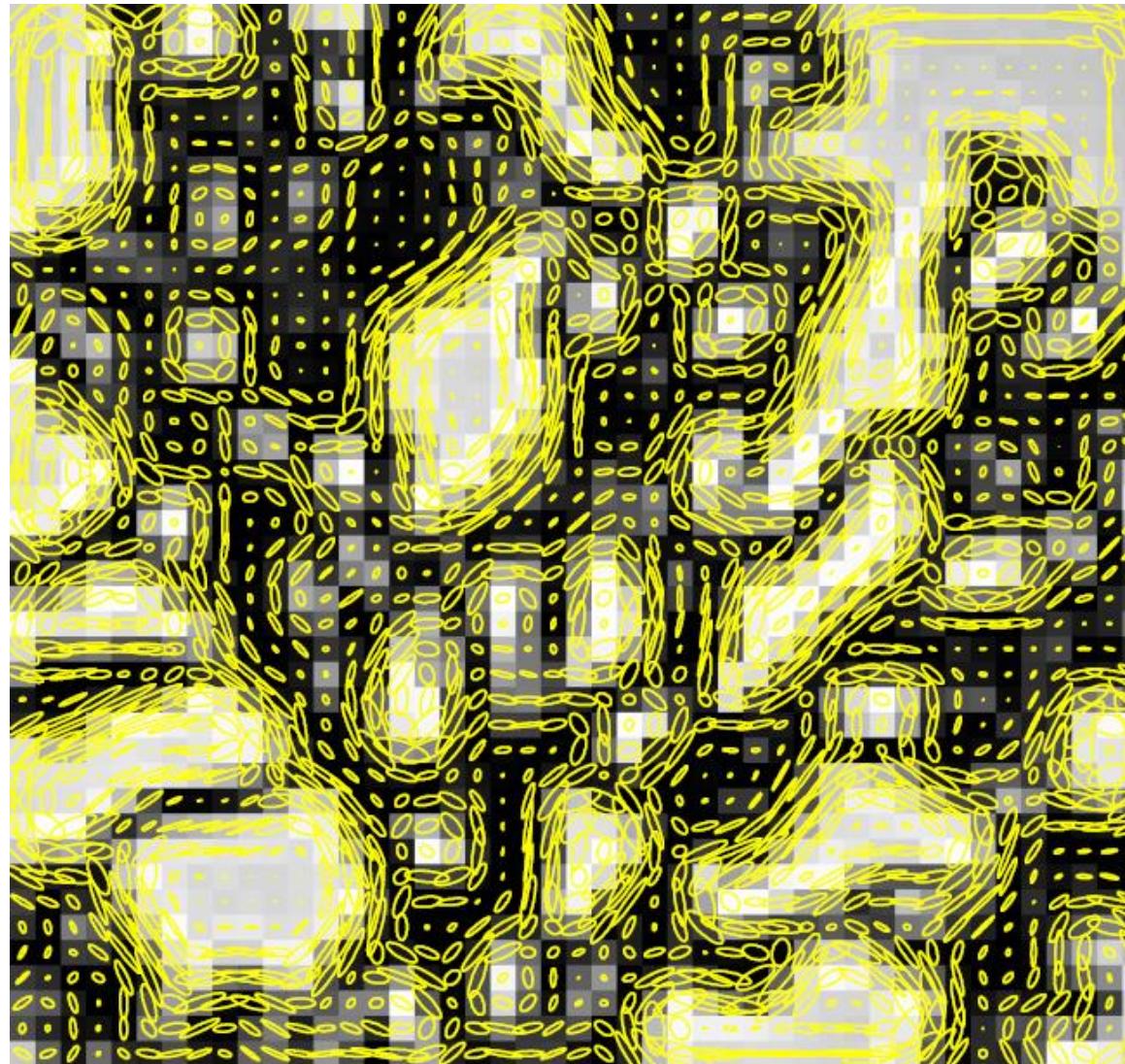


Vizualizace matice M



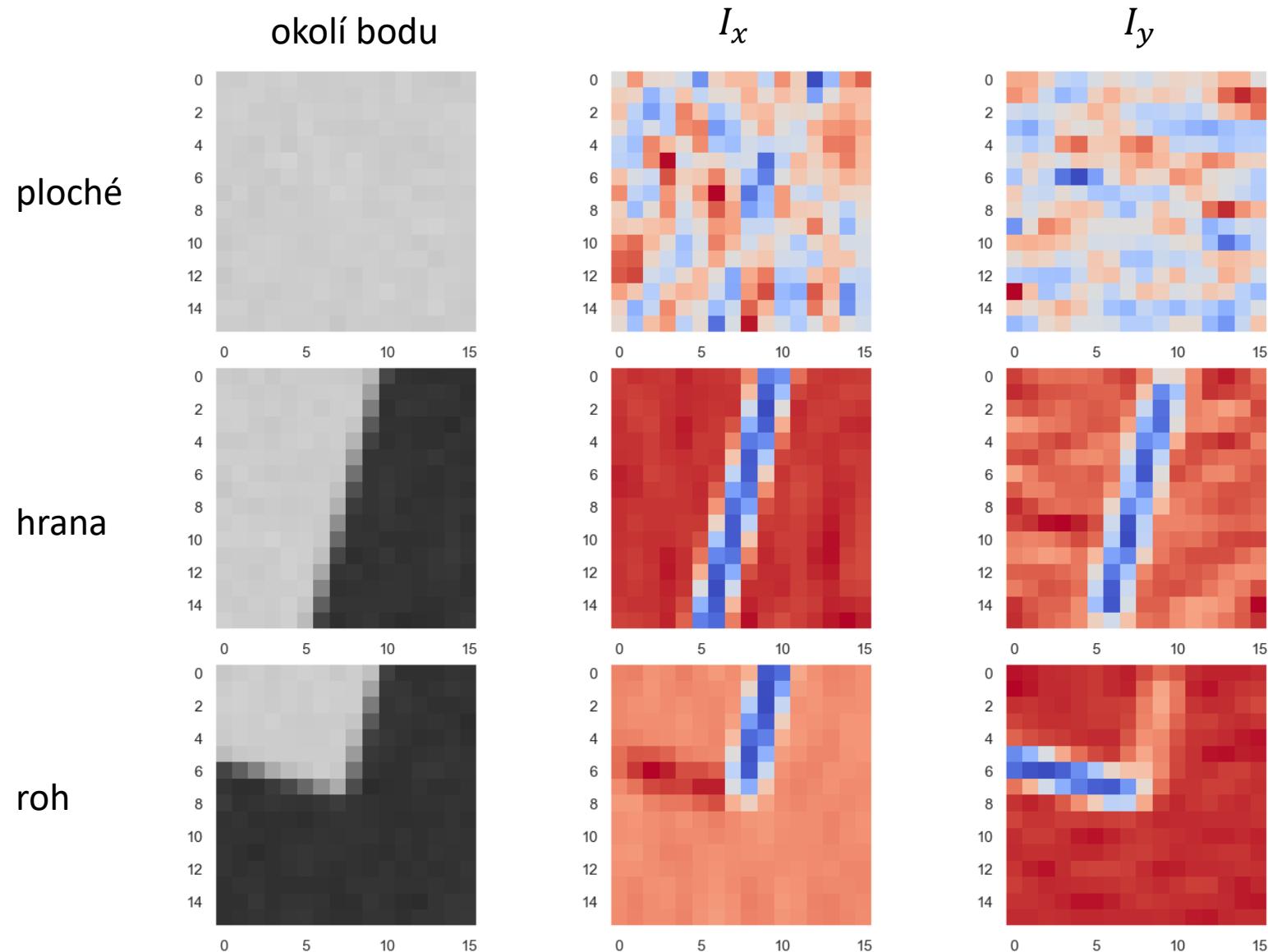
obrázek: <https://slazebni.cs.illinois.edu/fall22/>

Vizualizace matice M



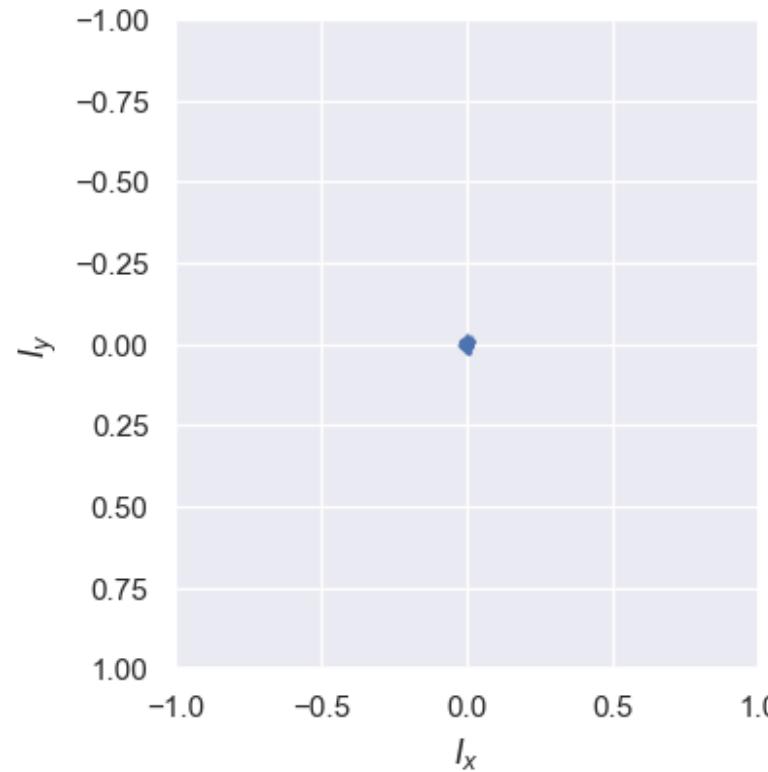
obrázek: <https://slazebni.cs.illinois.edu/fall22/>

Interpretace matice M z pohledu rozložení lokálních gradientů



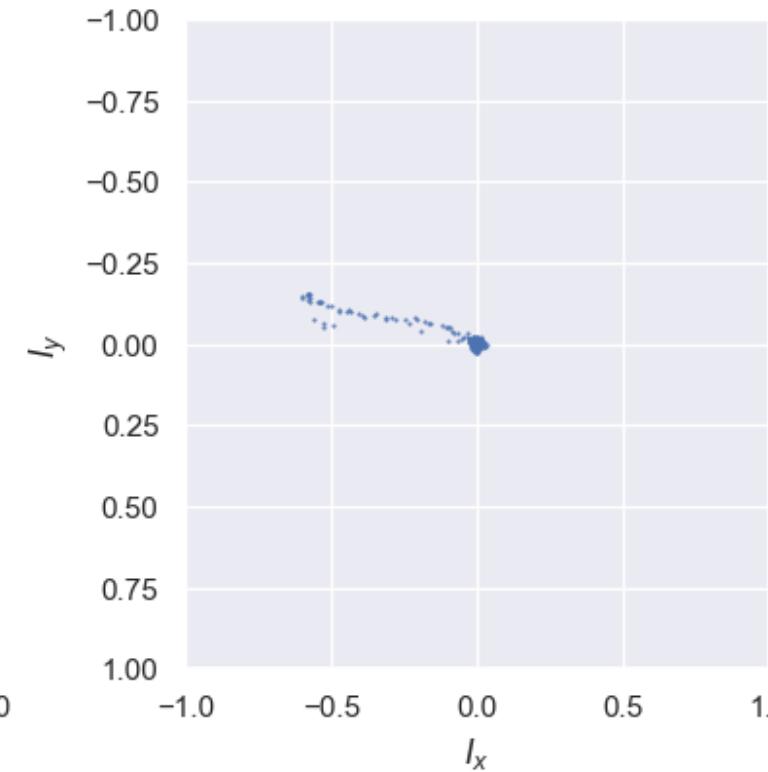
Interpretace matice M z pohledu rozložení lokálních gradientů

plochá oblast



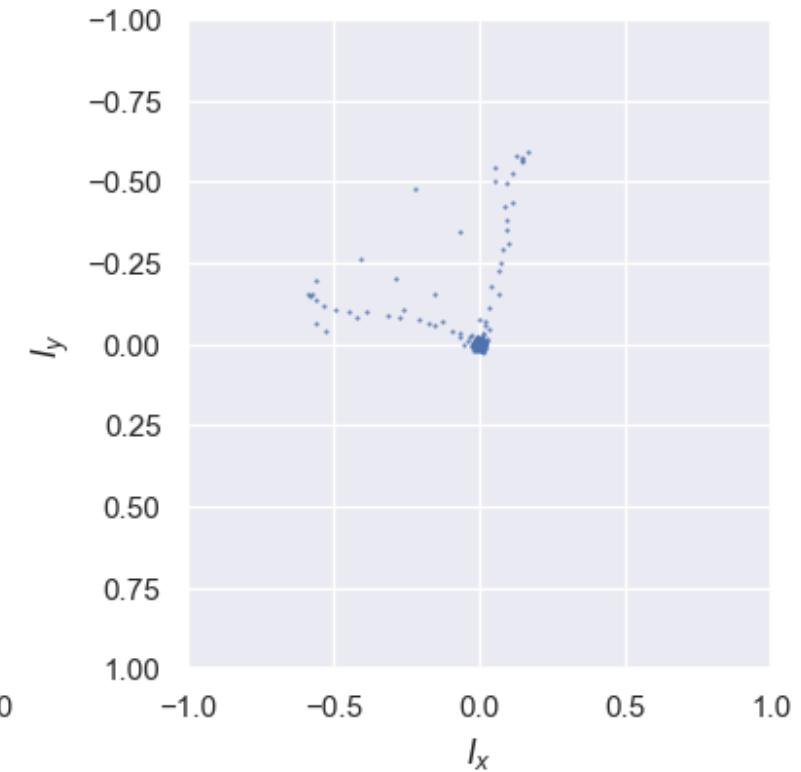
gradienty jsou slabé

hrana



gradienty jsou v jednom směru

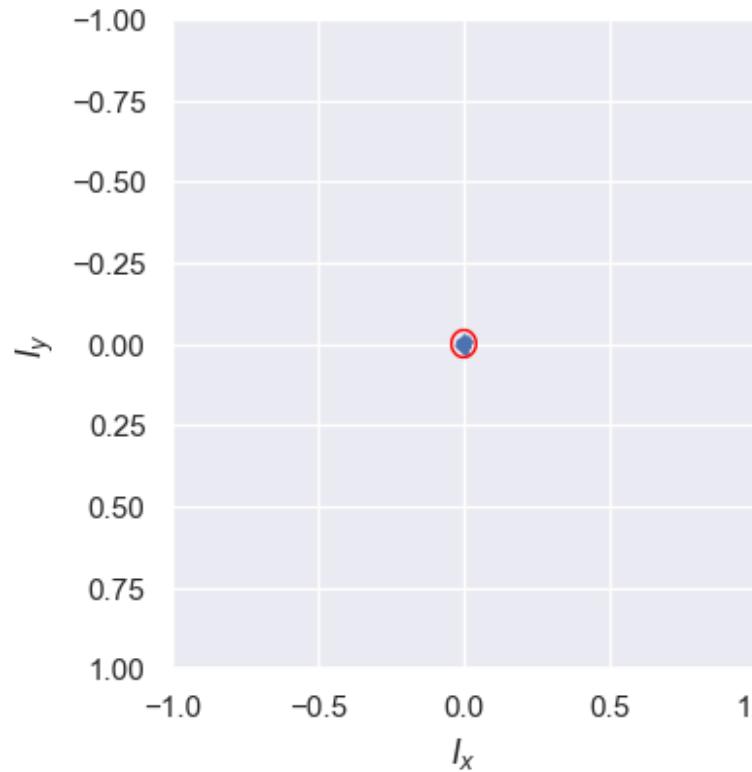
roh



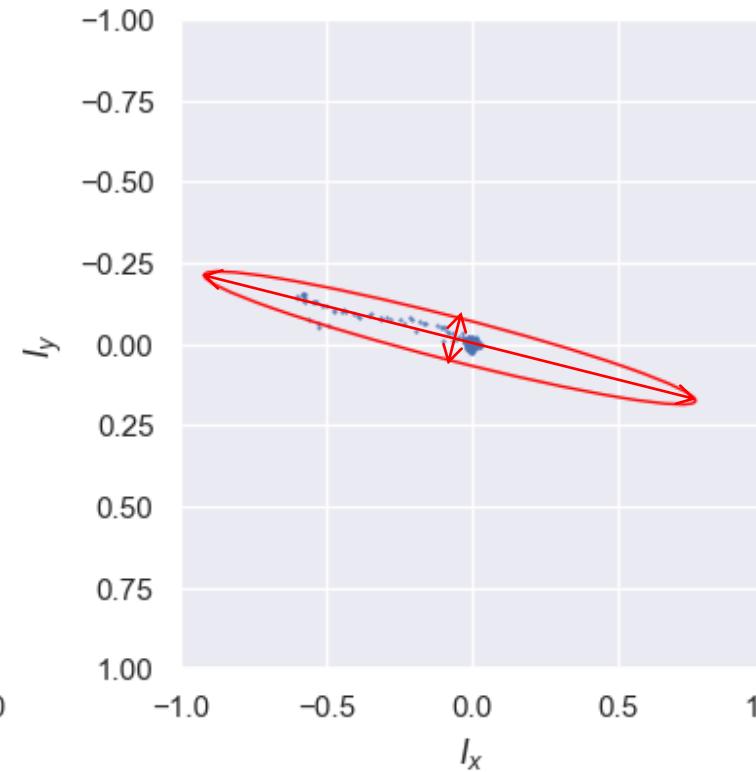
gradienty ve více směrech

Interpretace matice M z pohledu rozložení lokálních gradientů

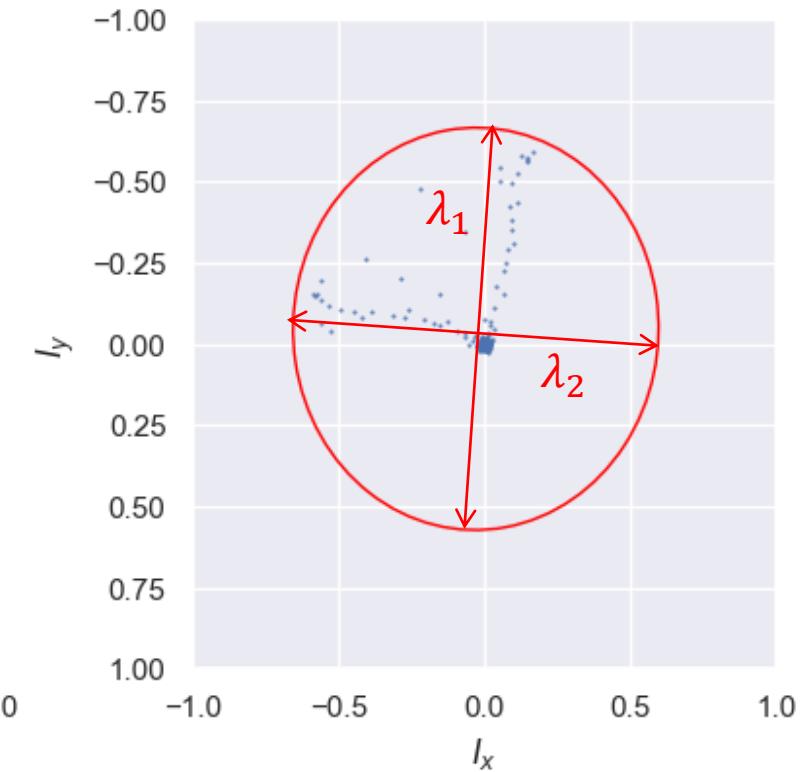
plochá oblast



hrana



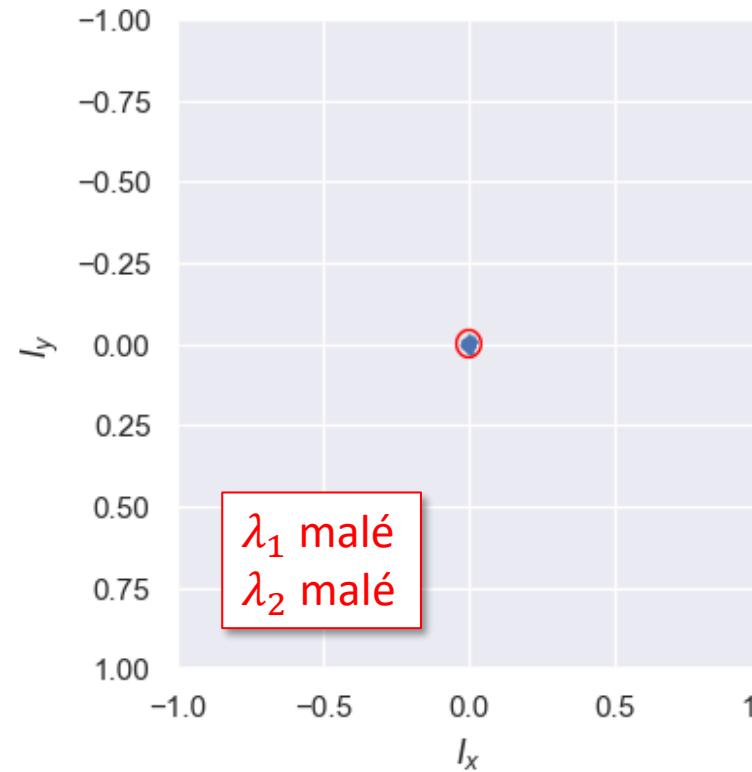
roh



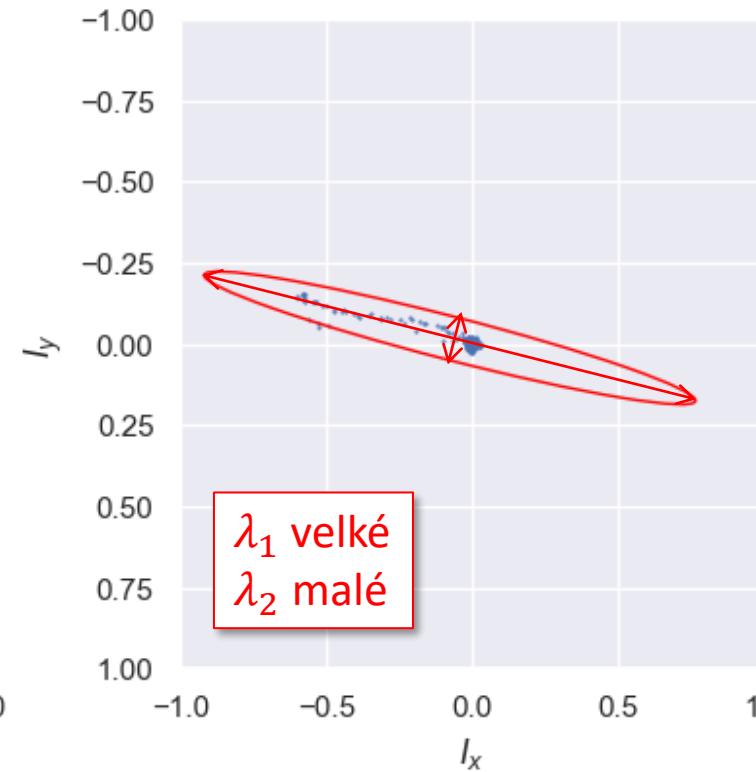
$$M = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} I_x^2 & \sum_{x,y} I_x \cdot I_y \\ \sum_{x,y} I_x \cdot I_y & \sum_{x,y} I_y^2 \end{bmatrix} \dots \text{kovarianční matice, jejíž vlastní čísla } \lambda_1, \lambda_2 \text{ a vektory popisují elipsu}$$

Interpretace matice M z pohledu rozložení lokálních gradientů

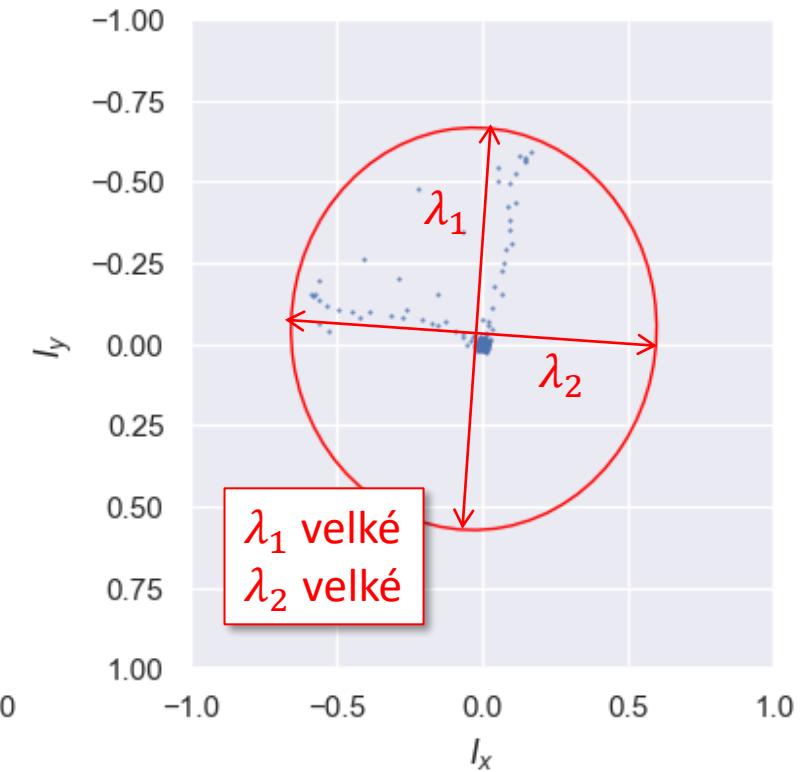
plochá oblast



hrana



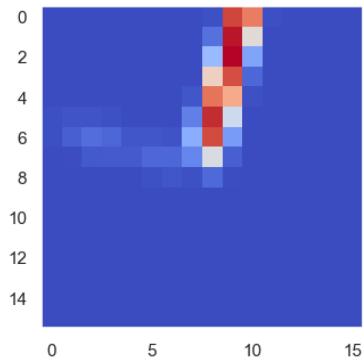
roh



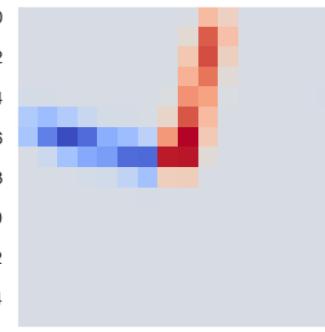
$$M = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} I_x^2 & \sum_{x,y} I_x \cdot I_y \\ \sum_{x,y} I_x \cdot I_y & \sum_{x,y} I_y^2 \end{bmatrix} \dots \text{kovarianční matice, jejíž vlastní čísla } \lambda_1, \lambda_2 \text{ a vektory popisují elipsu}$$

Vyhlazení gaussovskou funkcí

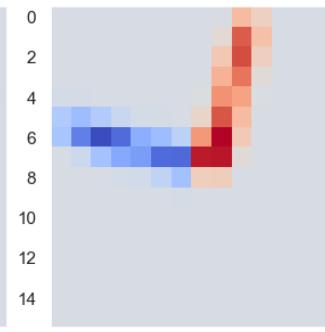
I_x^2



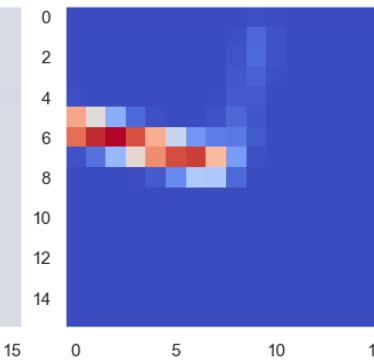
$I_x \cdot I_y$



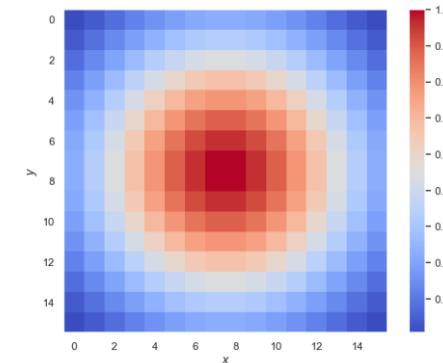
$I_y \cdot I_x$



I_y^2



w_g



$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sum_{x,y} w_g(x,y) \cdot I_x^2(x,y) & \sum_{x,y} w_g(x,y) \cdot I_x(x,y) \cdot I_y(x,y) \\ \sum_{x,y} w_g(x,y) \cdot I_x(x,y) \cdot I_y(x,y) & \sum_{x,y} w_g(x,y) \cdot I_y^2(x,y) \end{bmatrix}$$

Harrisův detektor rohů

1. Vypočteme derivace I_x a I_y v každém bodě obrazu $I \in \mathbb{R}^{M \times N}$
 - Derivace se approximuje typicky centrální diferencí, tj. např. $I_x(x, y) \approx I(x+1, y) - I(x-1, y)$
2. Vypočteme I_x^2 , $I_x \cdot I_y$ a I_y^2 (mají rozměry shodné s $I \in \mathbb{R}^{M \times N}$)
3. Vyhladíme konvolucí s gaussovským oknem w_g

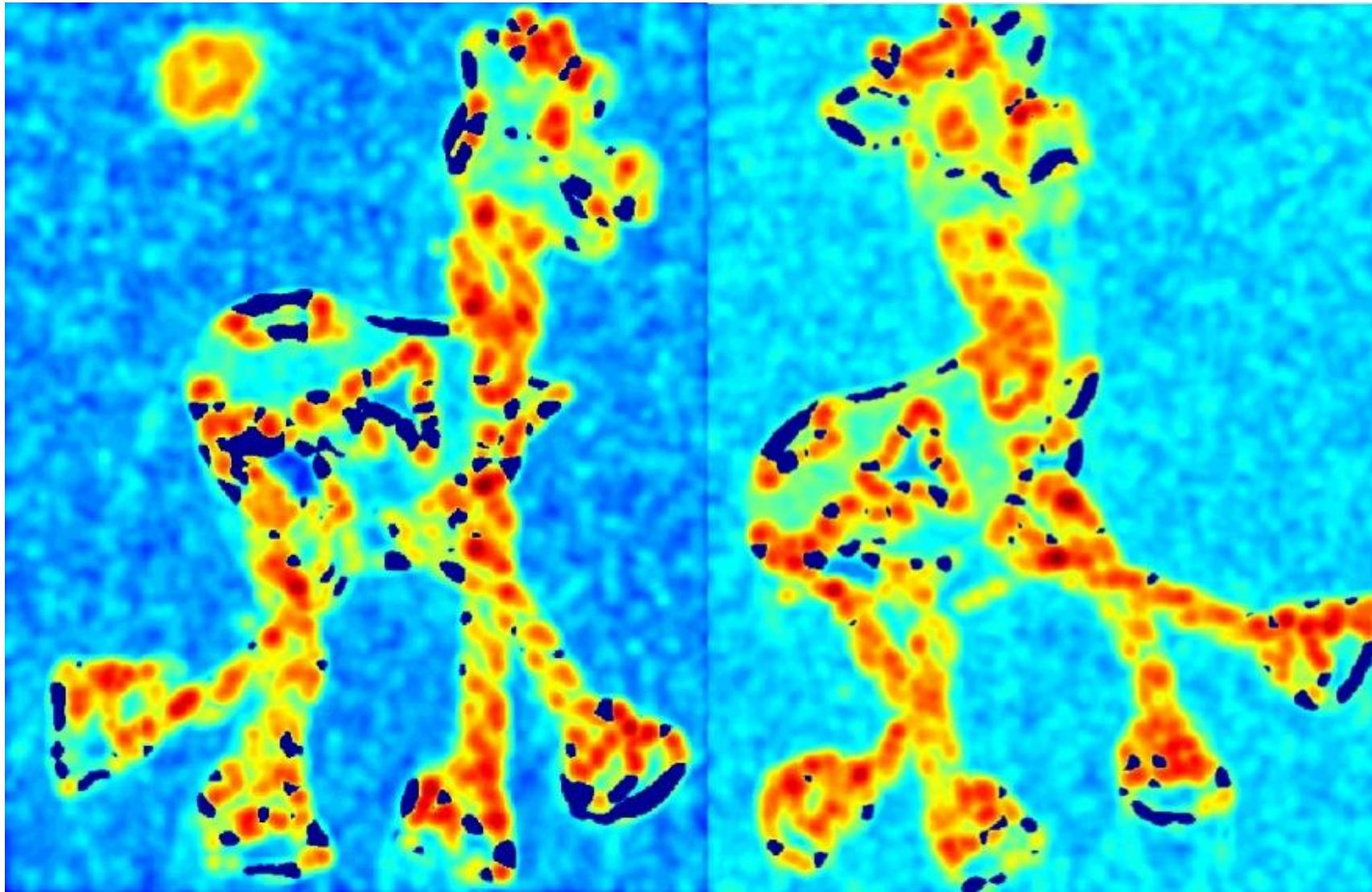
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_x^2 * w_g & (I_x \cdot I_y) * w_g \\ (I_x \cdot I_y) * w_g & I_y^2 * w_g \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} \in \mathbb{R}^{M \times N \times 2 \times 2}$$

4. V každém pixelu vypočteme “rohovost” $R = \det(\mathbf{M}) - \alpha \cdot \text{trace}(\mathbf{M})$
5. Najdeme lokální maxima R a prahujeme

Příklad: vstupní obrázek



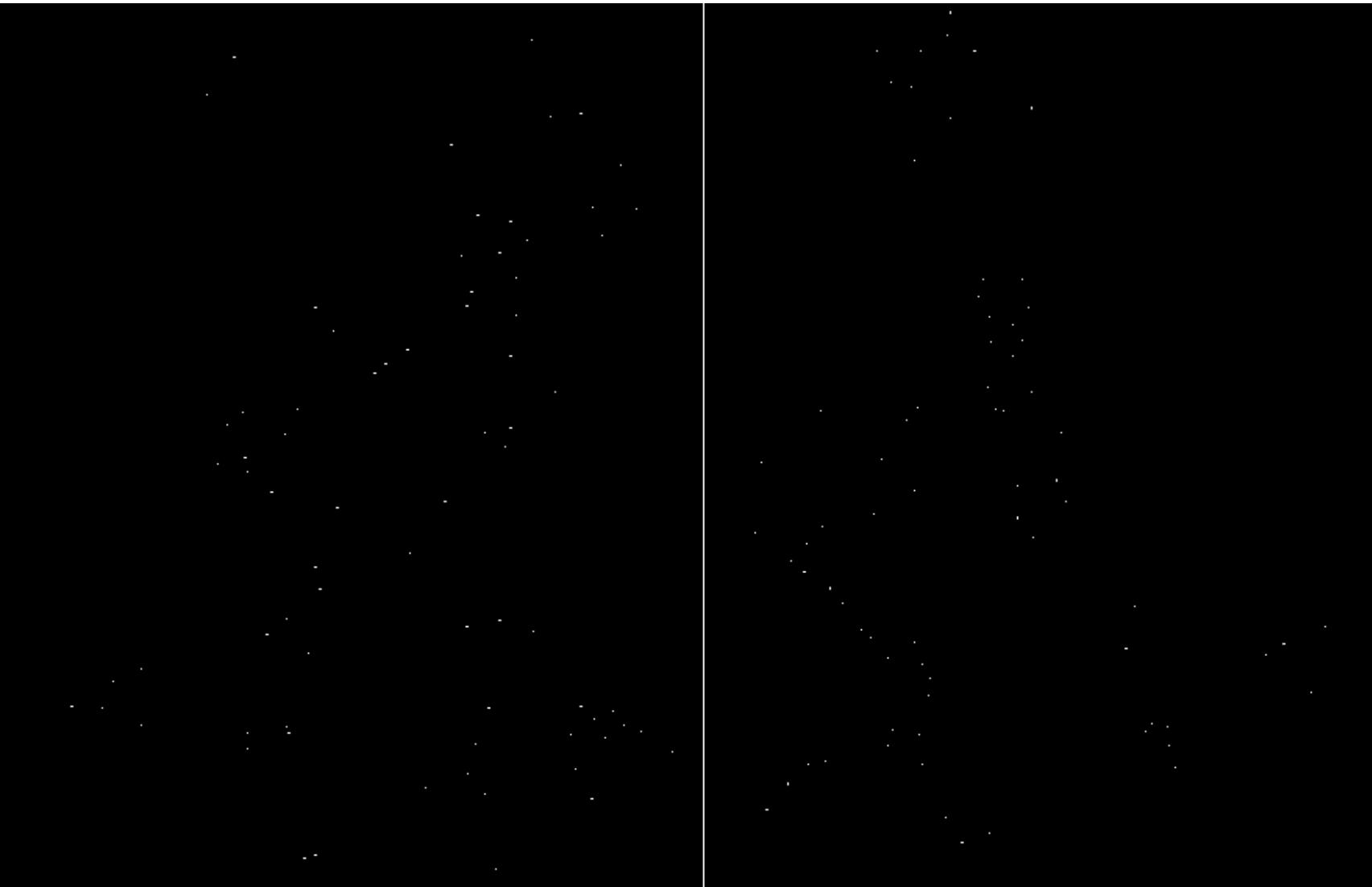
Příklad: “rohovost” R



Příklad: prahování



Příklad: pouze lokální maxima



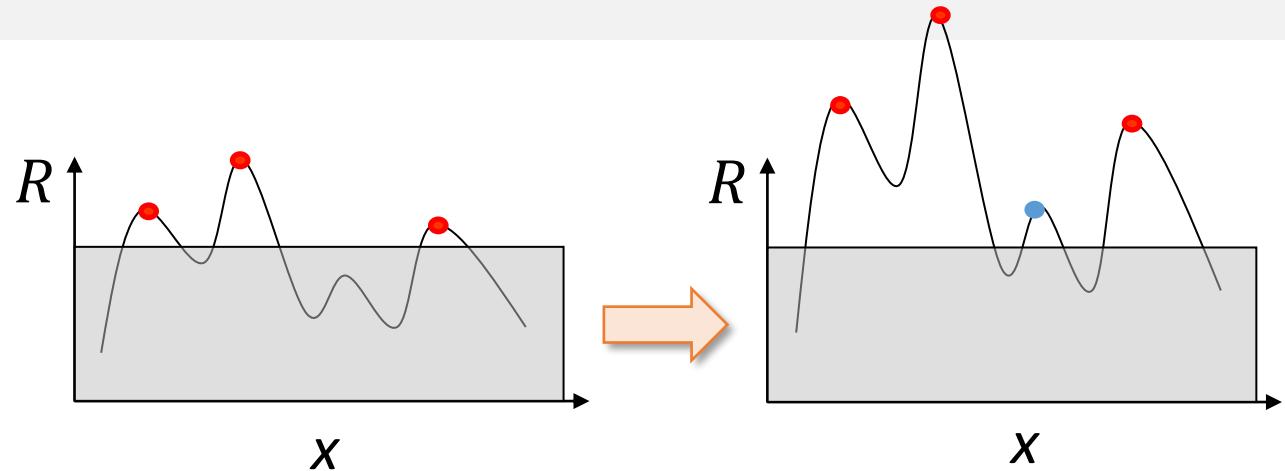
Příklad: vykreslení nalezených rohů



Invariance/kovariance Harrisova detektoru rohů

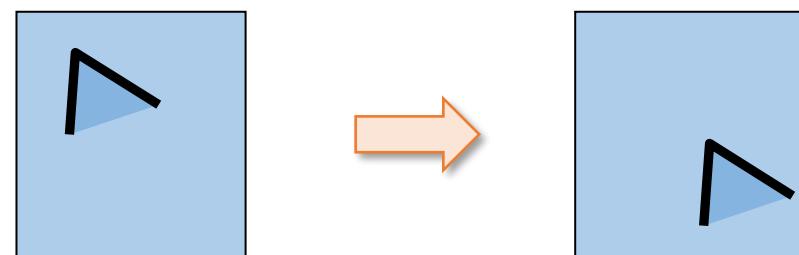
Jas & kontrast

- Matice M založena na derivacích → odečítá průměr → Invariantní vůči posunu jasu $I' = I + a$
- Není invariantní vůči změně kontrastu $I' = b \cdot I$



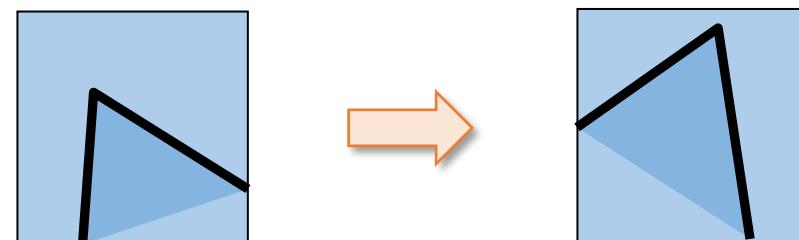
Posun

- “Rohovost” invariantní
- Pozice lokálních maxim rohovosti (rohů) kovariantní

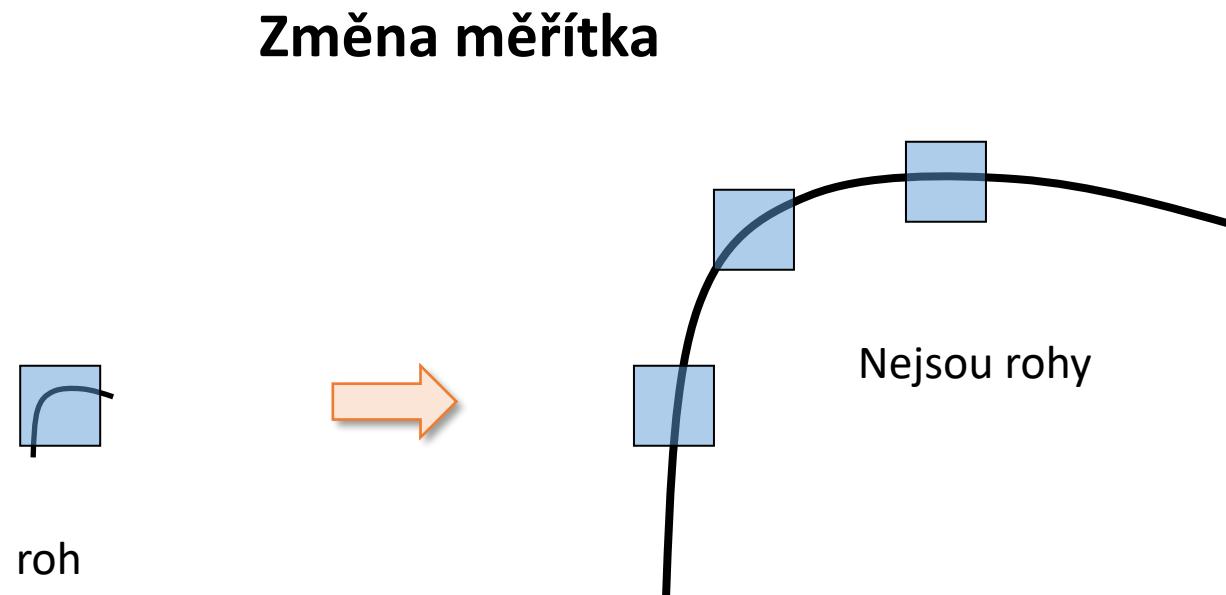


Rotace

- “Rohovost” invariantní
- Pozice lokálních maxim rohovosti (rohů) kovariantní



Invariance/kovariance Harrisova detektoru rohů



(Základní) Harrisův detektor rohů není invariantní vůči změně měřítka

Shi-Tomasi rohový detektor

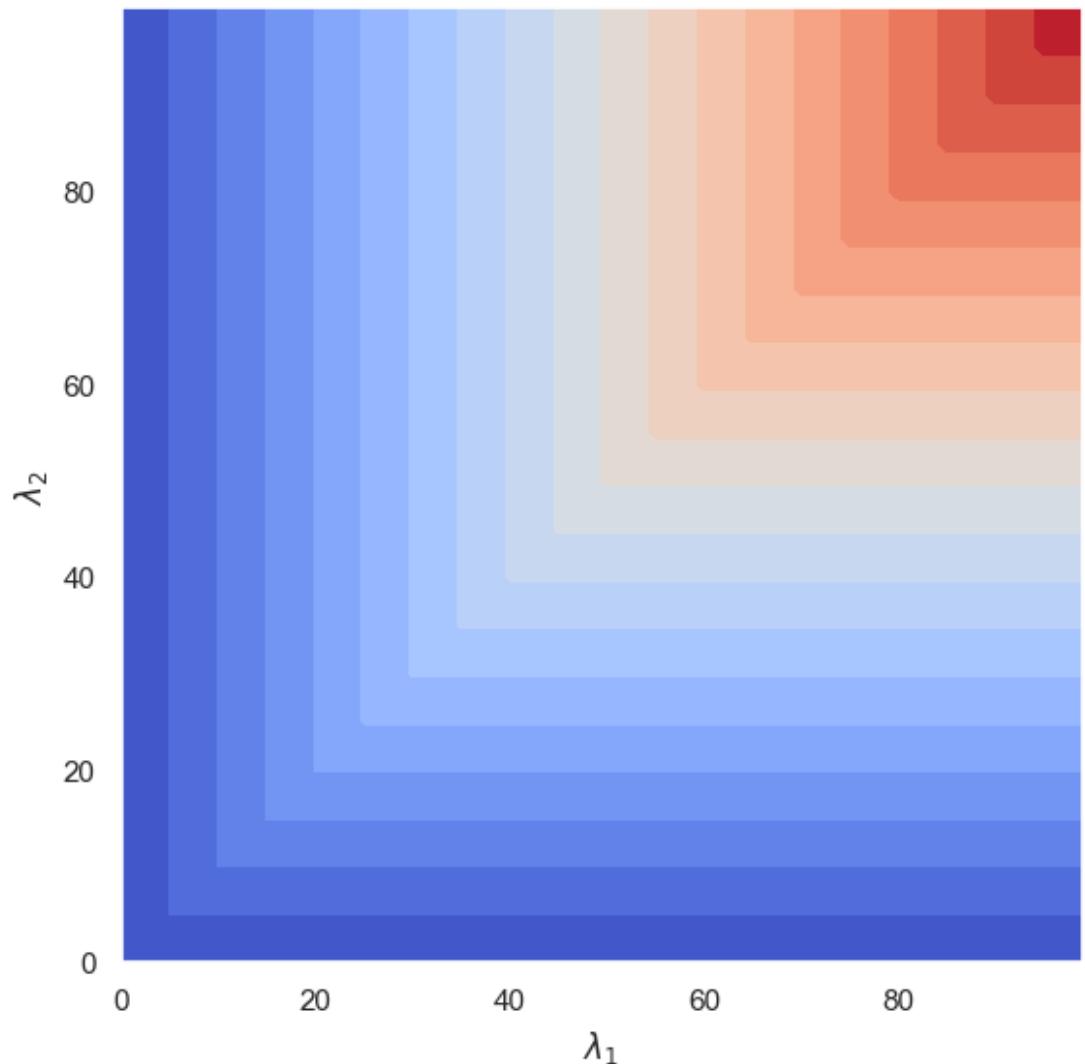
- Rohovost definována jako

$$R_{ST} = \min(\lambda_1, \lambda_2)$$

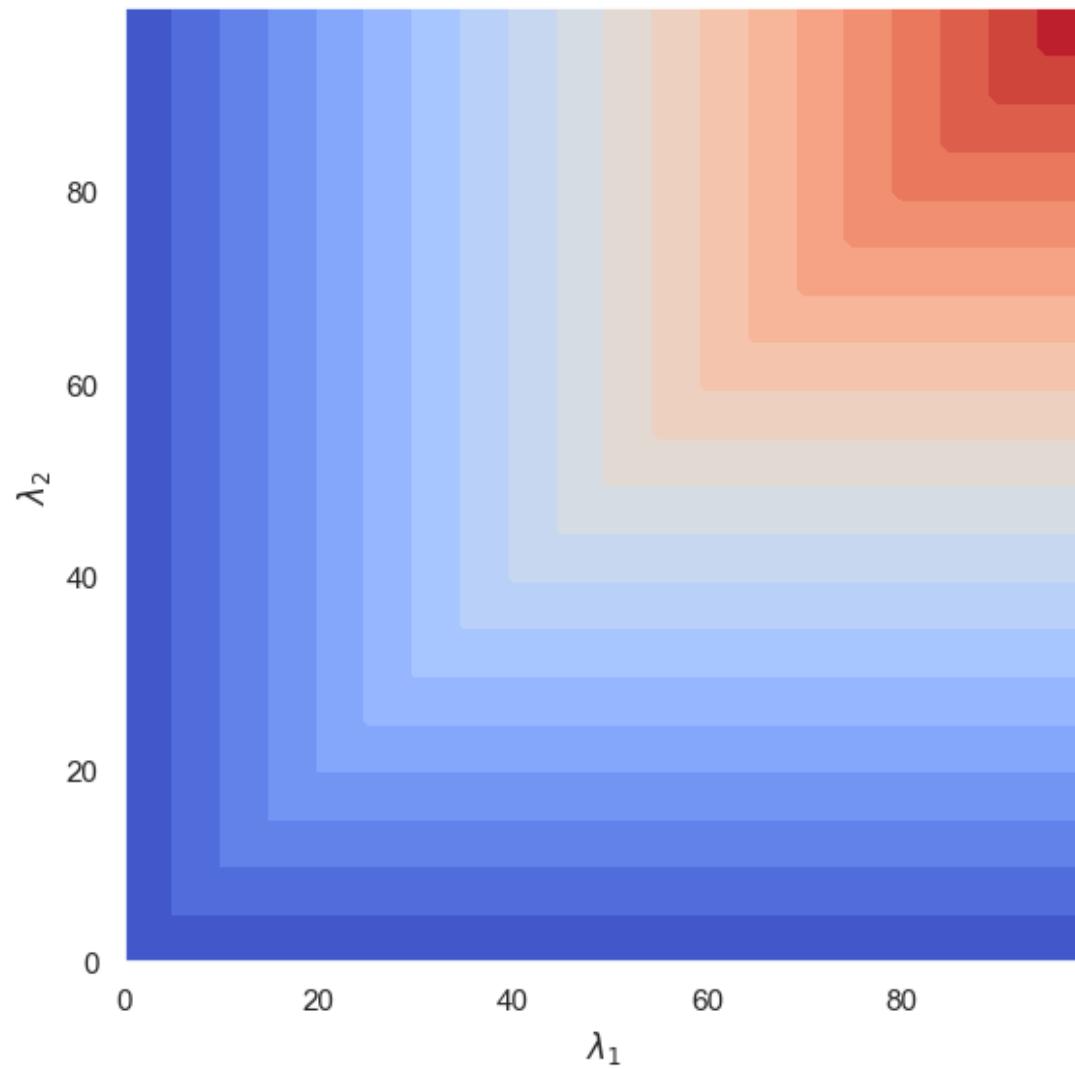
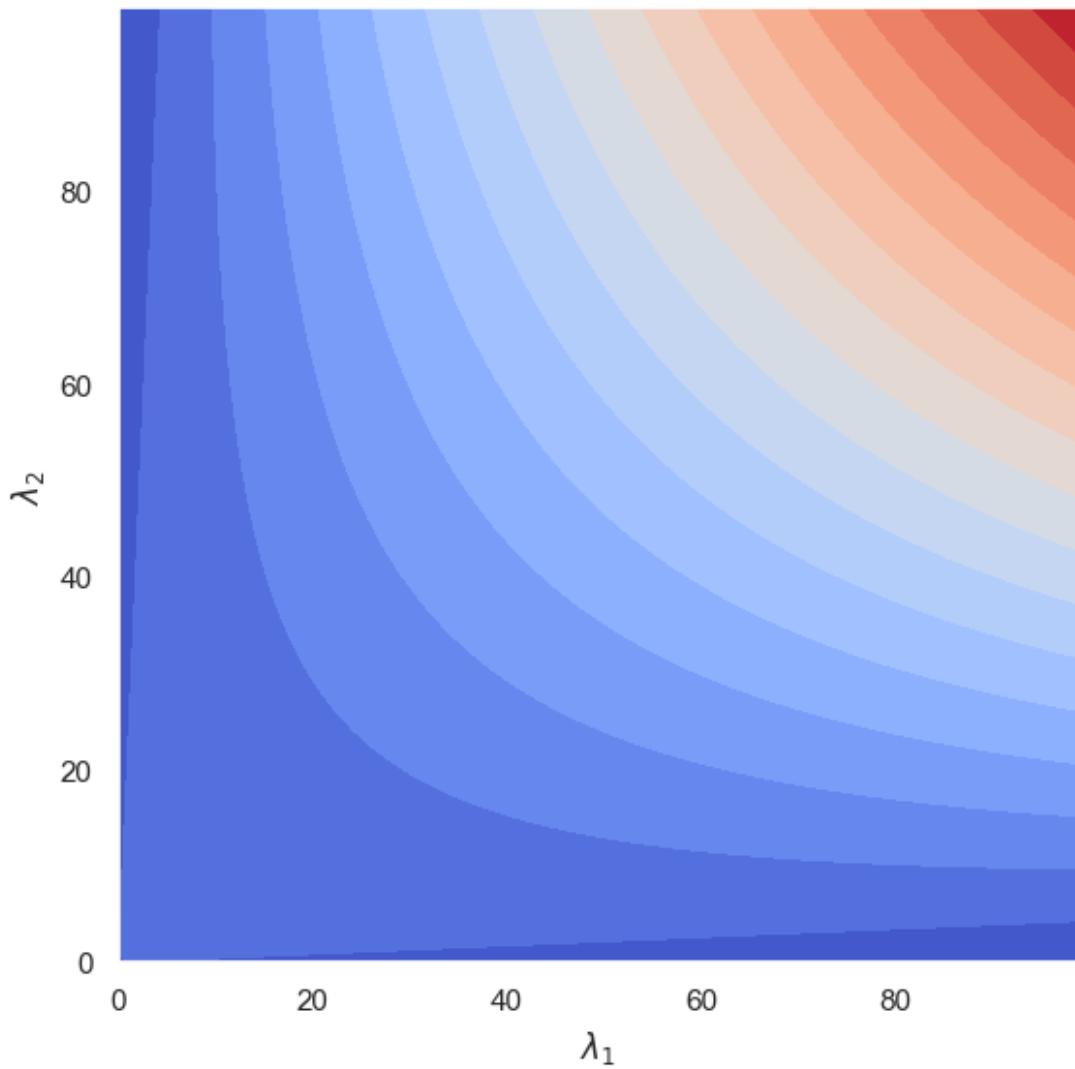
- Pokud je menší z vlastních čísel dostatečně velké, musí být dostatečně velké i větší z nich

- Good features to Track

- optimalizace Shi-tomasi detektoru pro sledování oblastí (např. ve videu)
- Z obrazu se vybírá pouze N nejsilnějších rohů, které od sebe navíc musí být dostatečně vzdálené

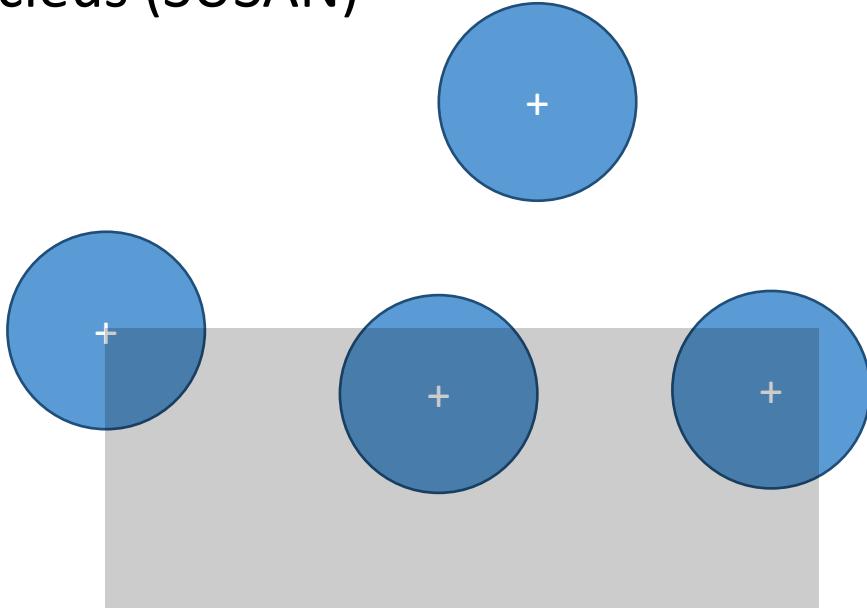


Shi-Tomasi rohový detektor



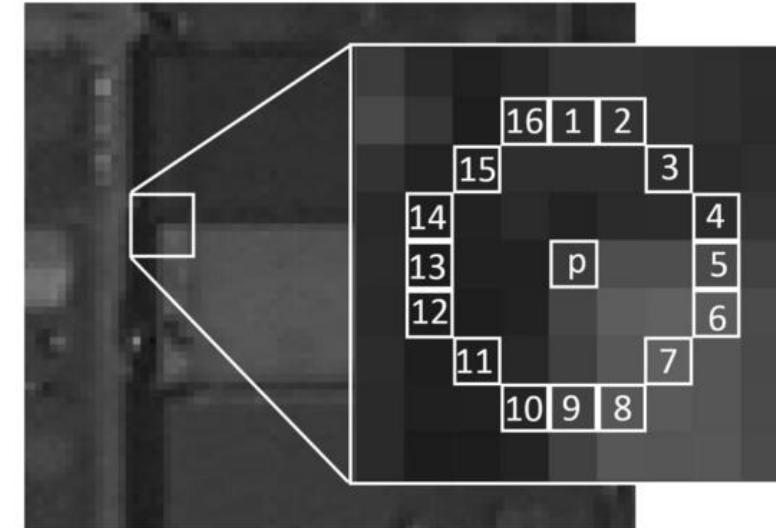
Další detektory rohů

- Smallest Univalue Segment Assimilating Nucleus (SUSAN)



- Rohy jsou takové pixely, pro které je zastoupení pixelů s podobnou hodnotou jasu v nějakém blízkém okolí malé

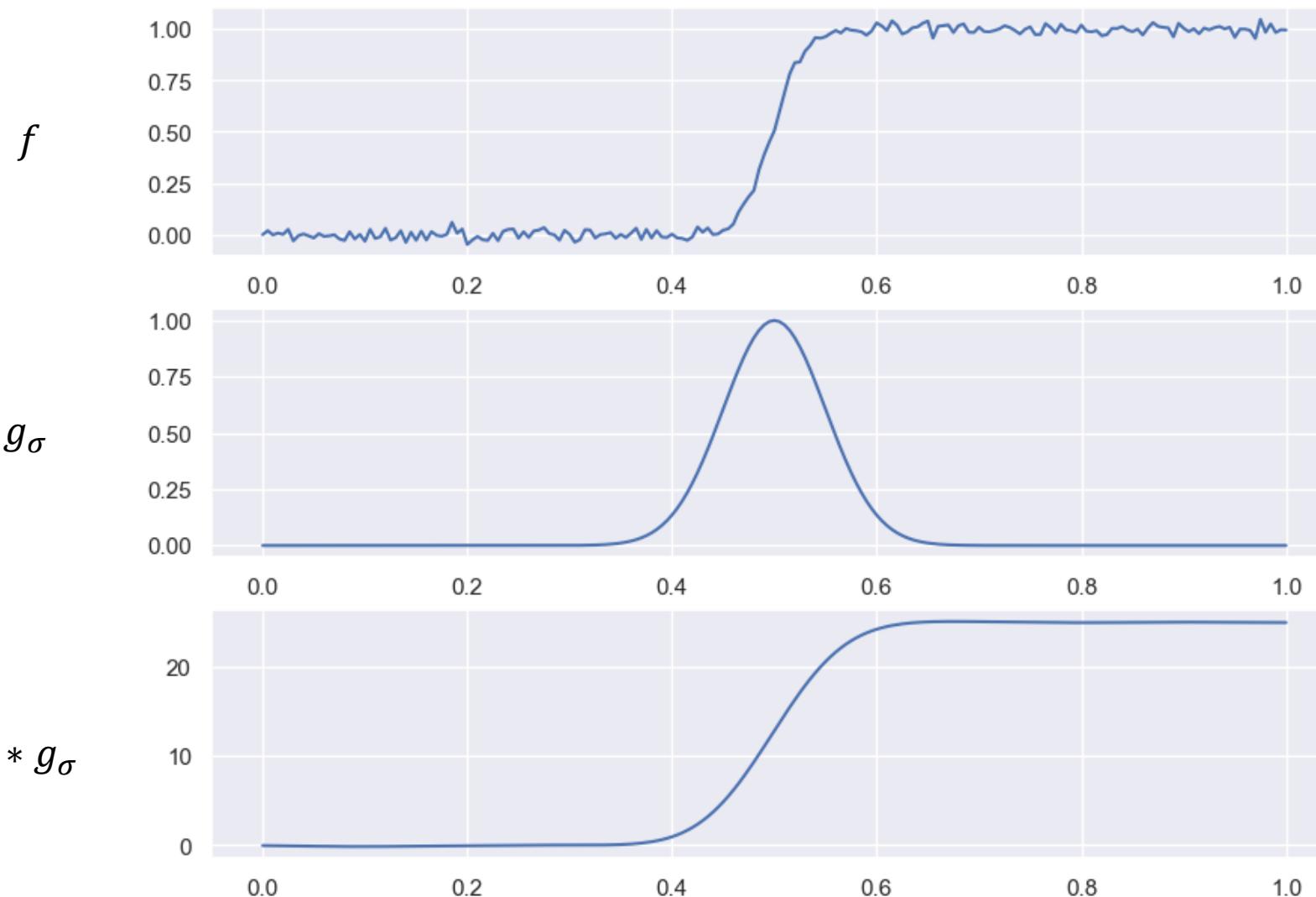
- Features from Accelerated Segment Test (FAST) – základ pro ORB



- Roh = souvislá posloupnost pixelů dlouhá alespoň N ma vyšší nebo nižší hodnotu než p

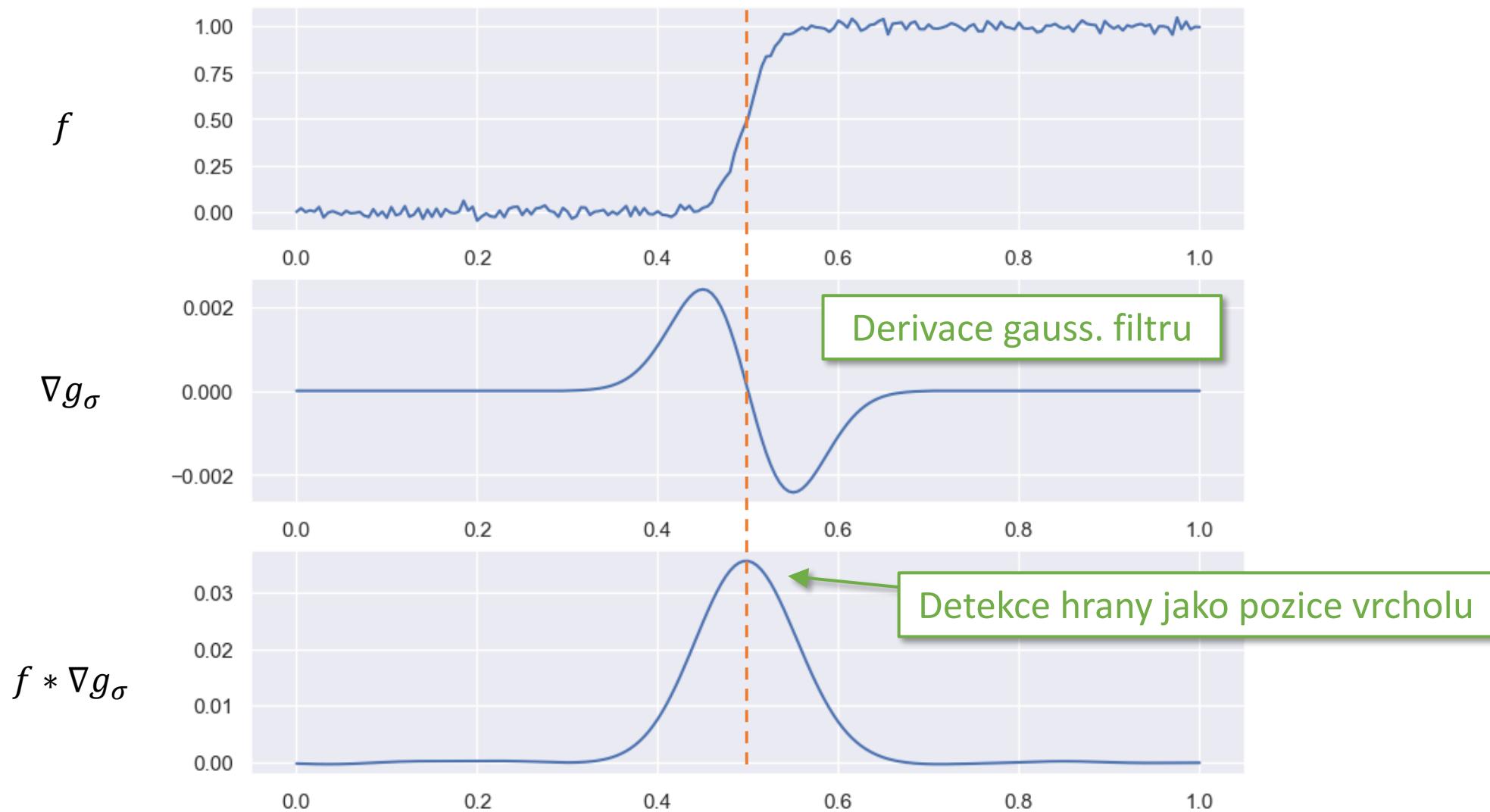
Detekce blobů

Gaussovský filtr

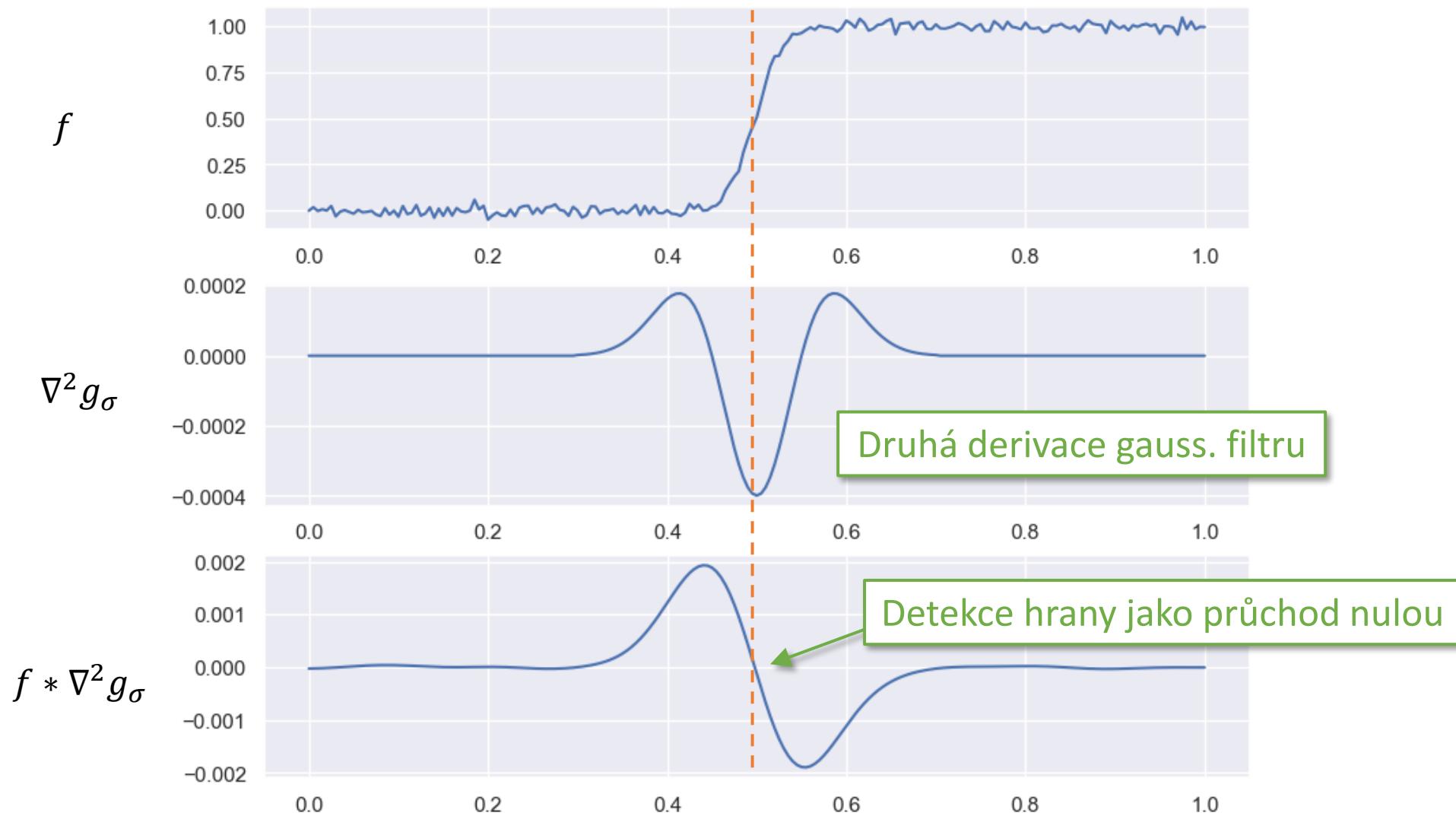


slide: <https://fpcv.cs.columbia.edu/>

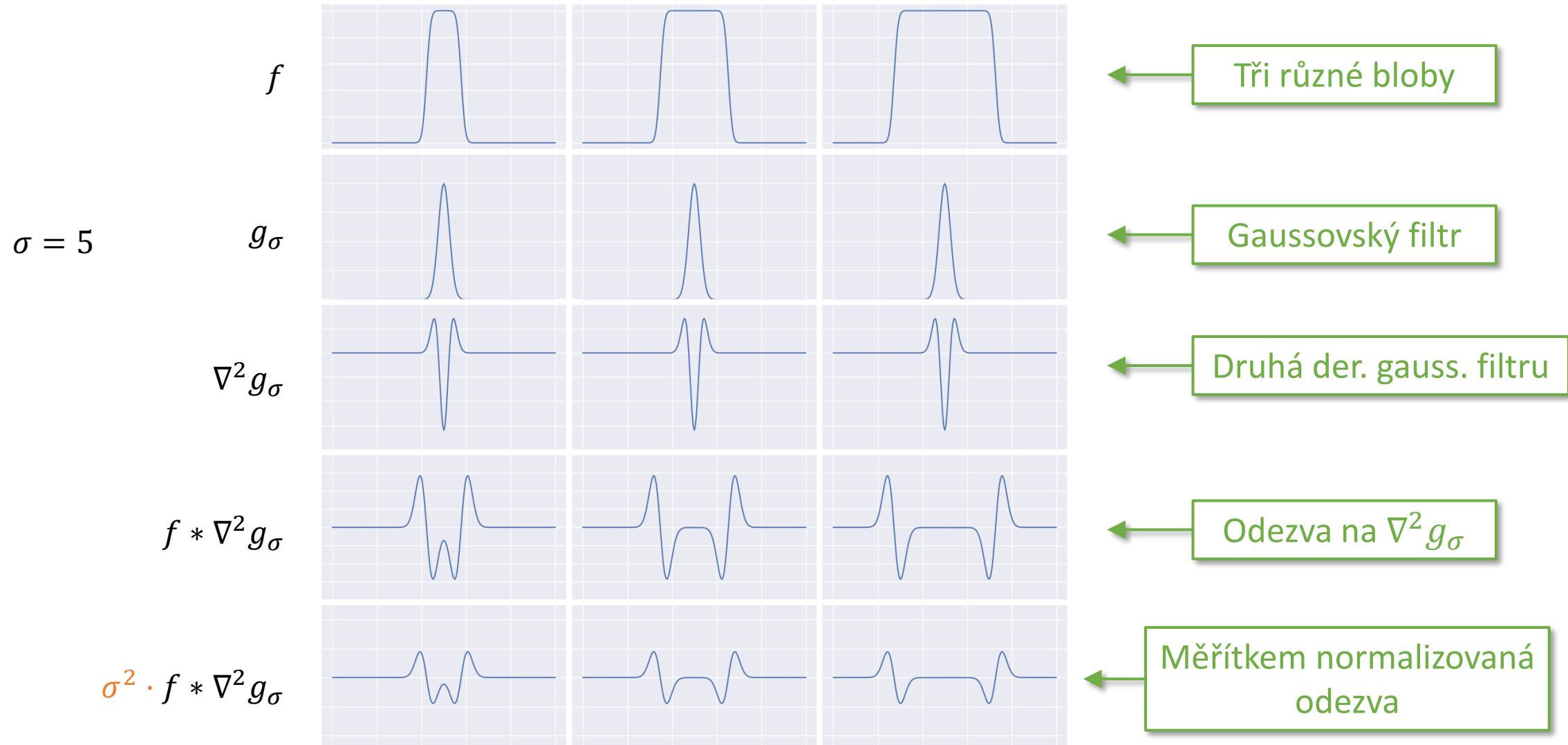
Derivace gaussovského filtru



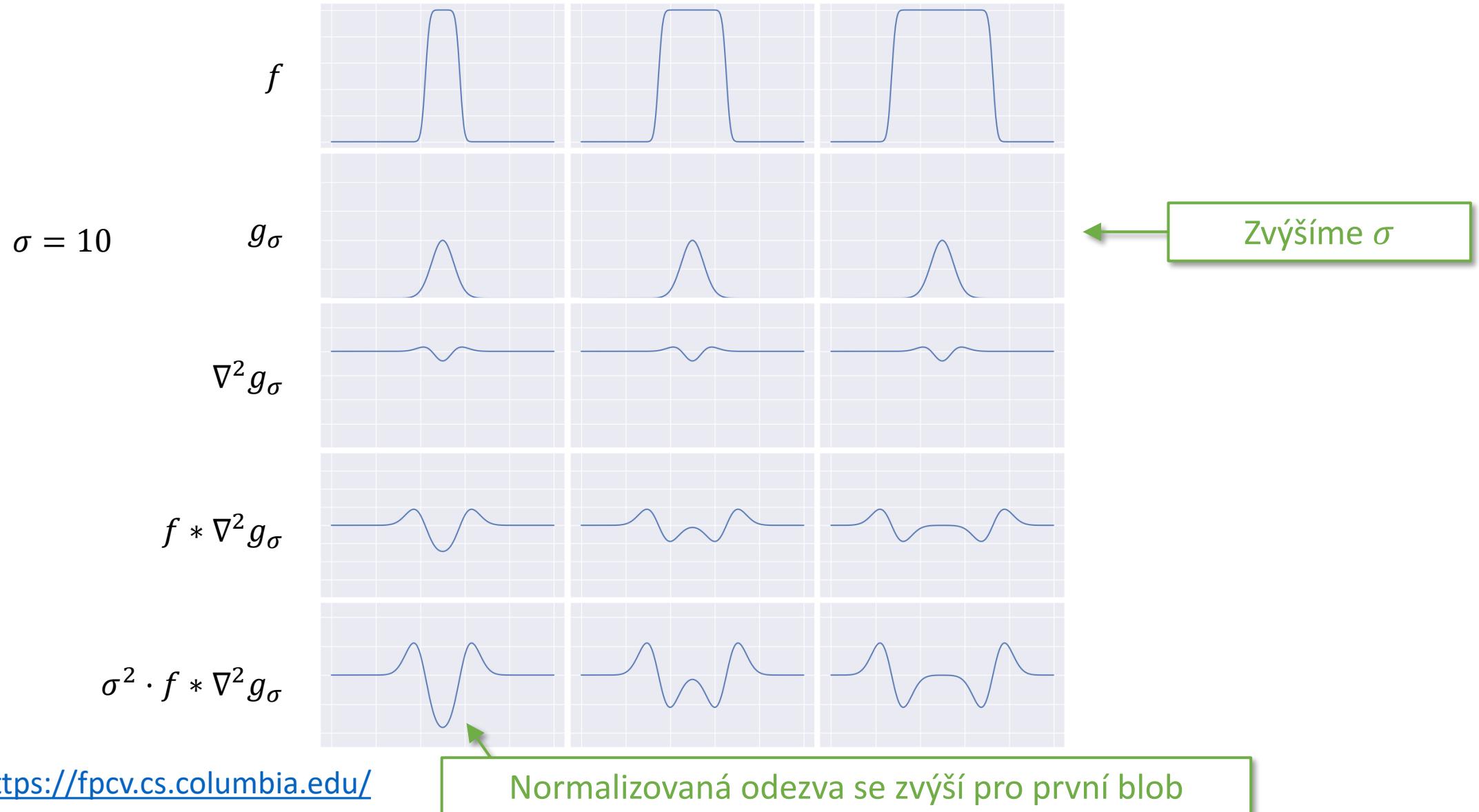
Druhá derivace gaussovského filtru



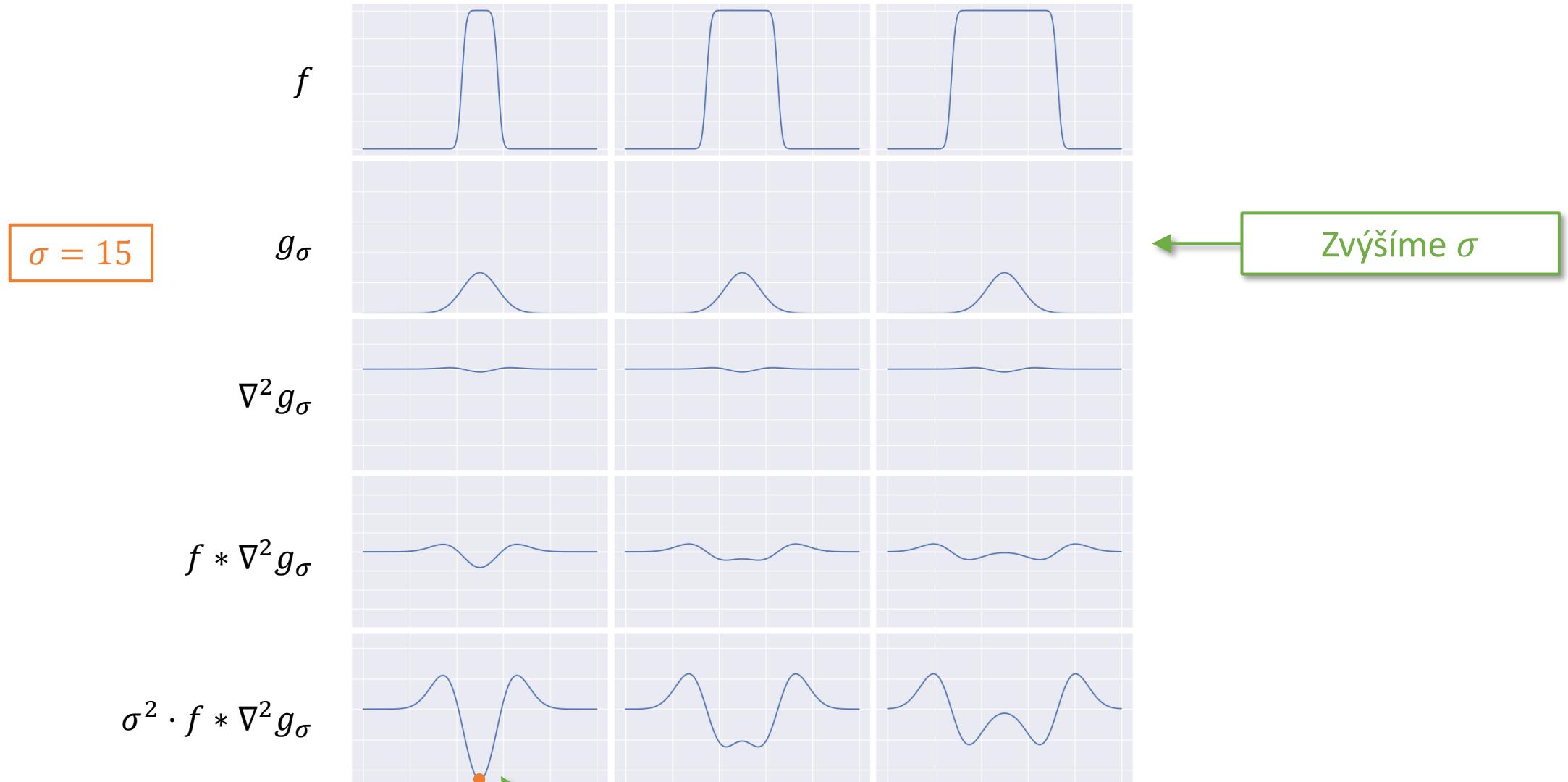
1D blob a druhá derivace gaussiánu



1D blob a druhá derivace gaussiánu



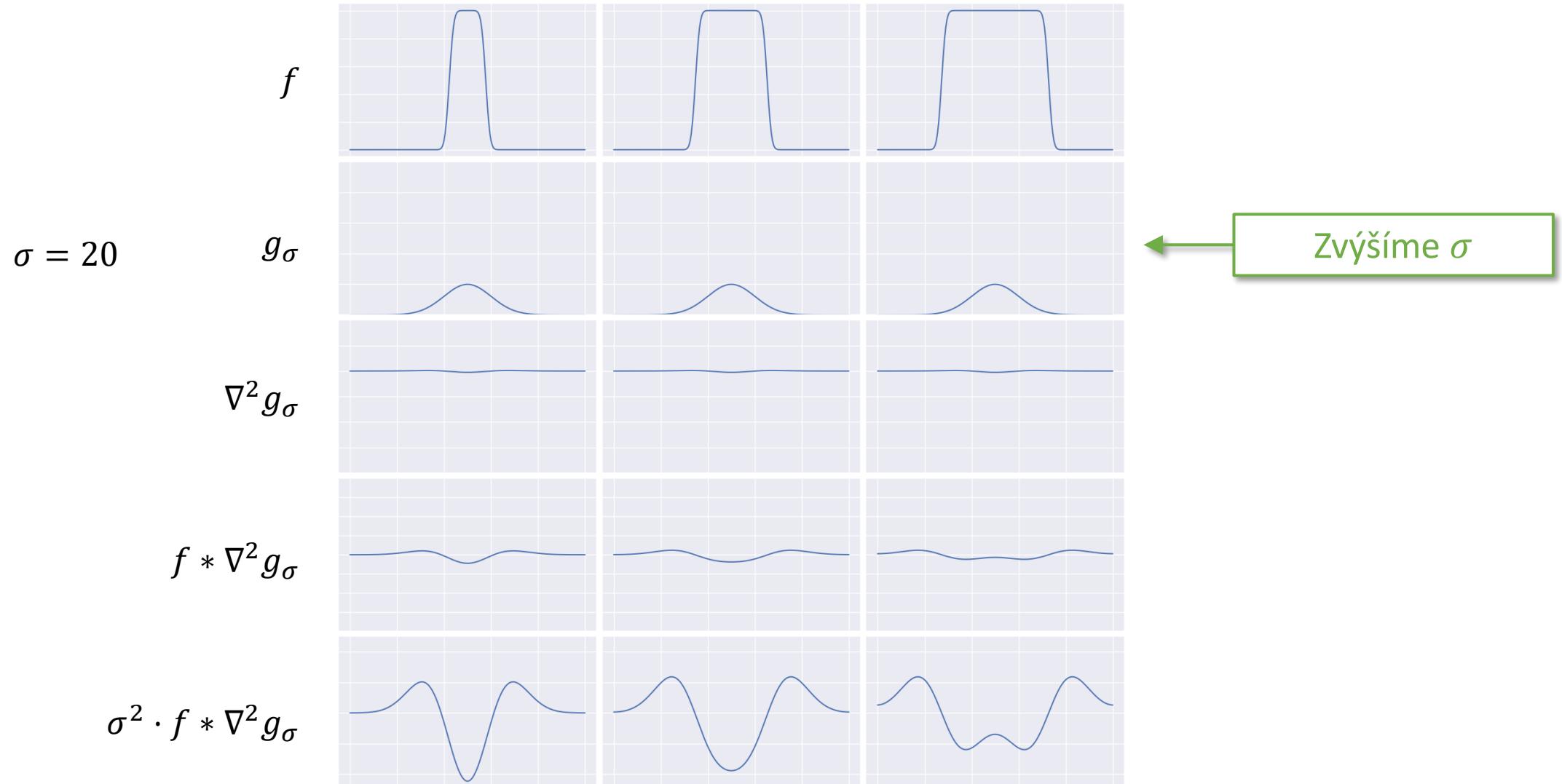
1D blob a druhá derivace gaussiánu



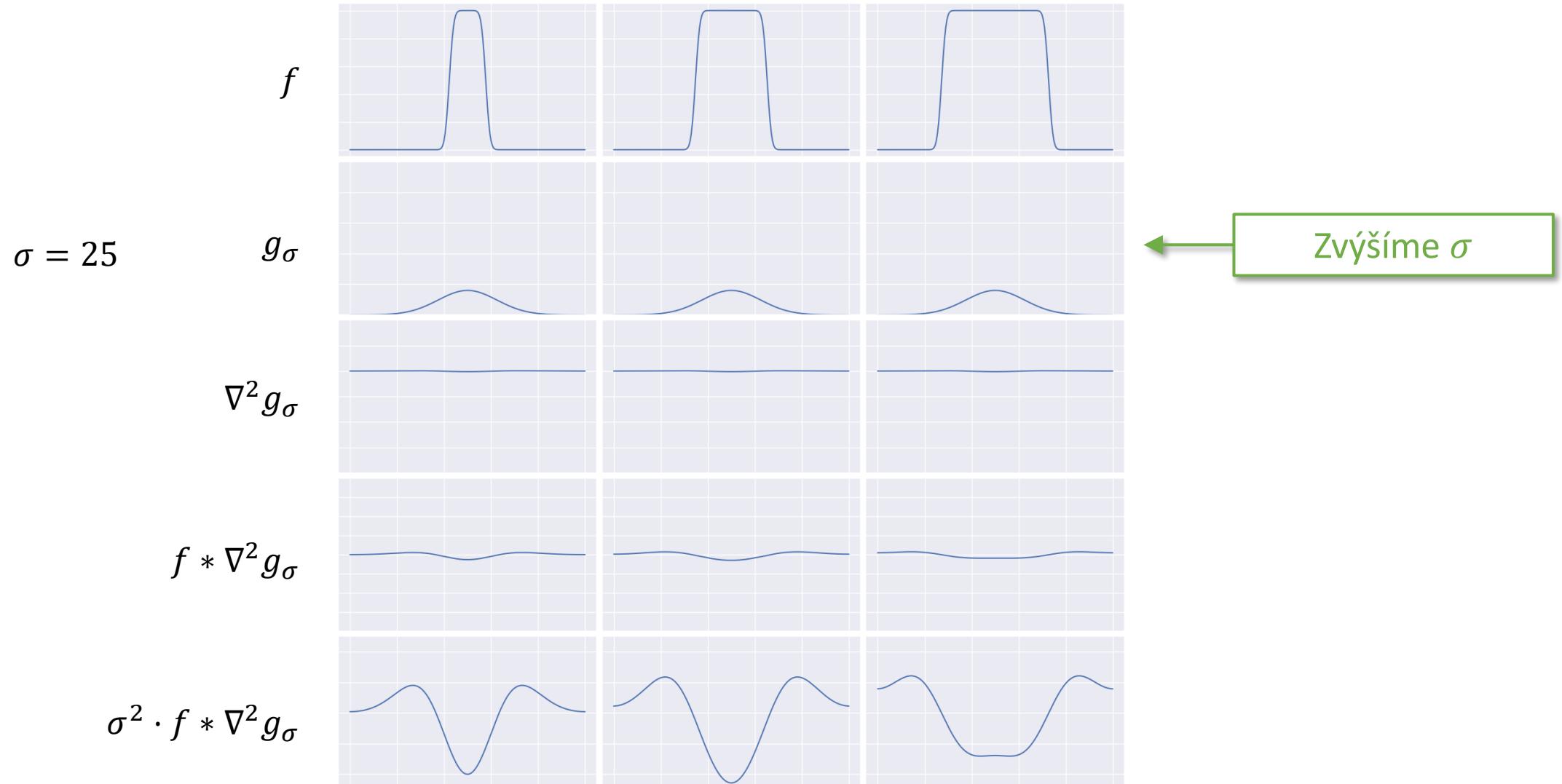
slide: <https://fpcv.cs.columbia.edu/>

Pro $\sigma_A = 15$ je odezva max., dále se zvyšovat nebude

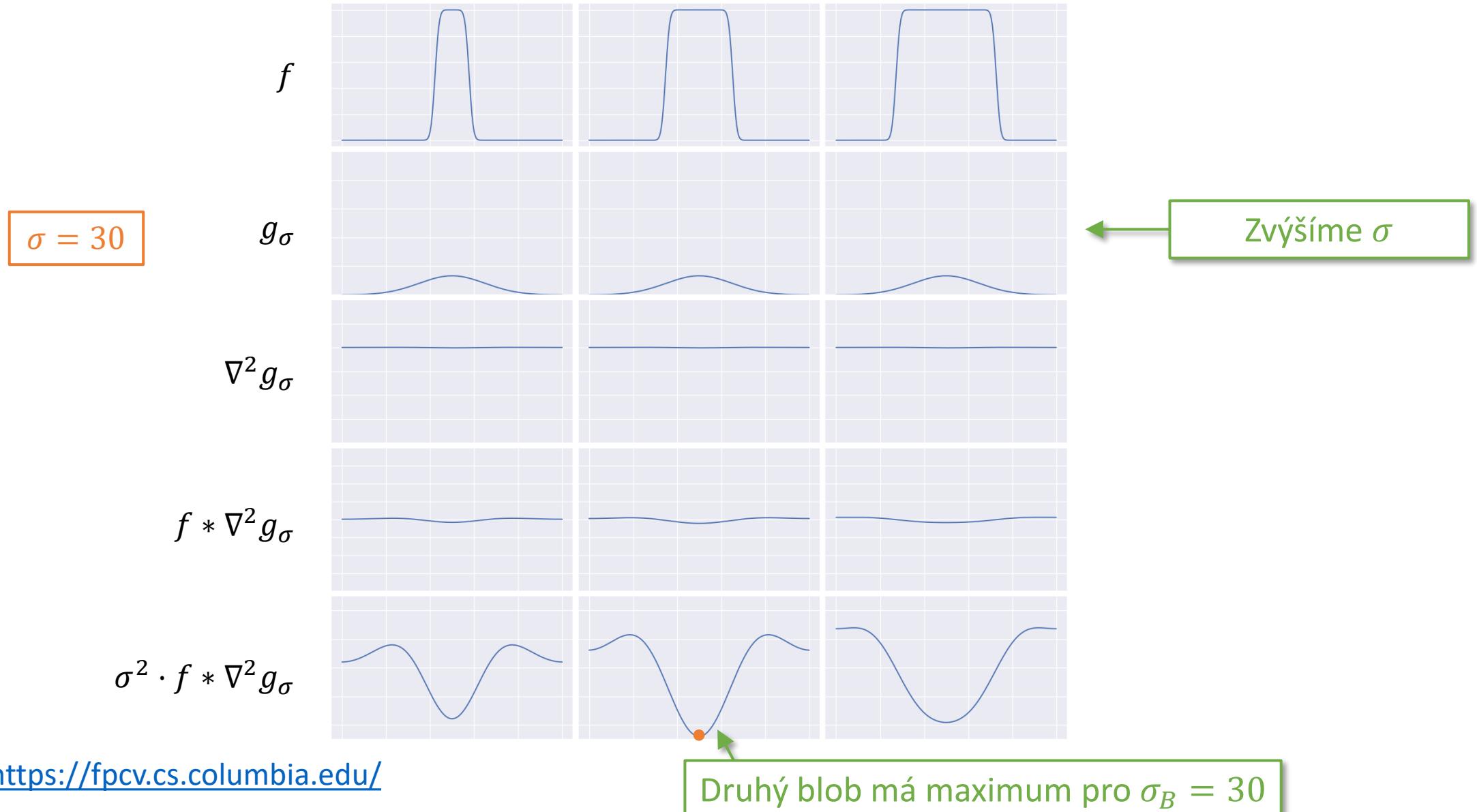
1D blob a druhá derivace gaussiánu



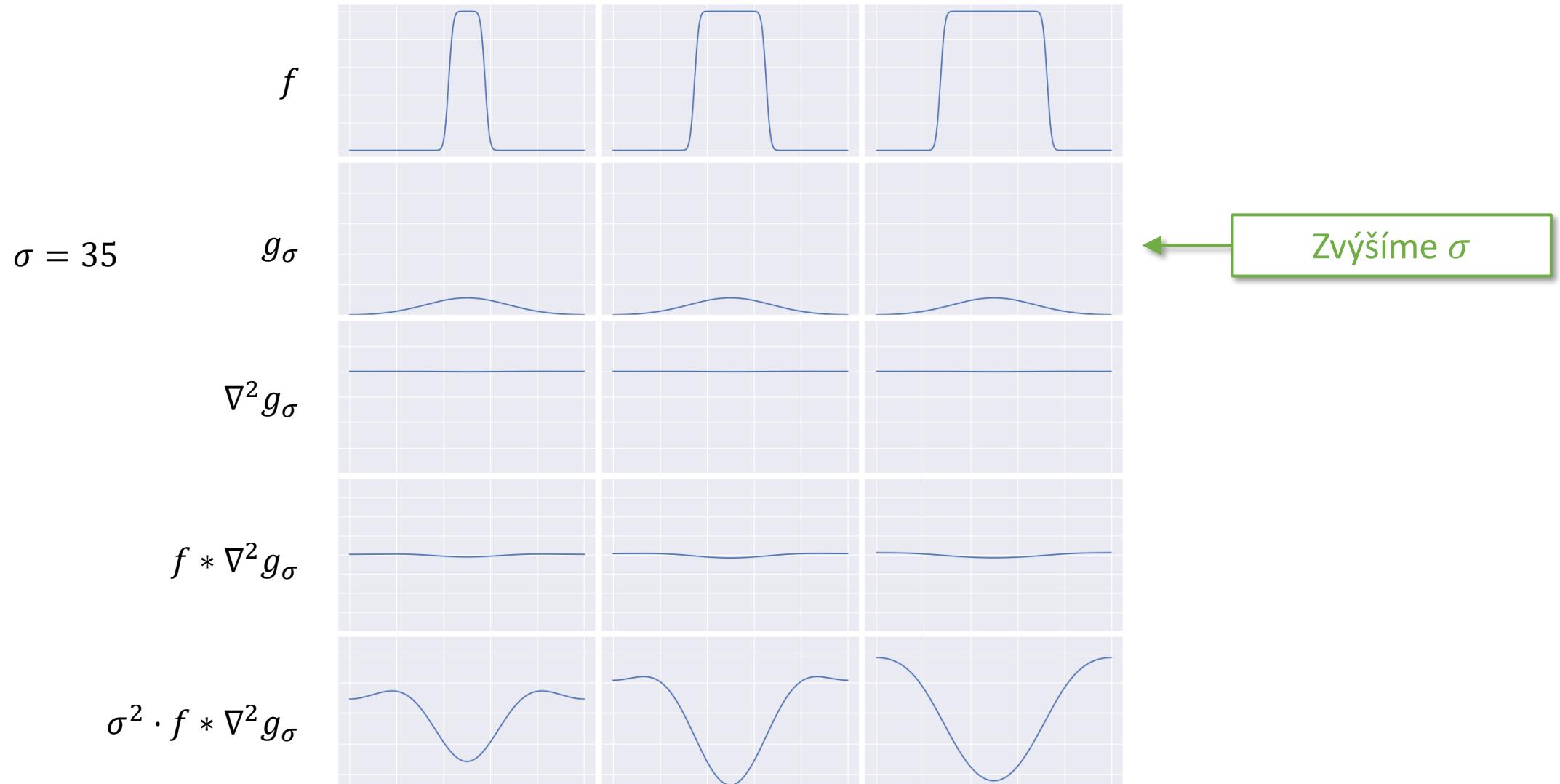
1D blob a druhá derivace gaussiánu



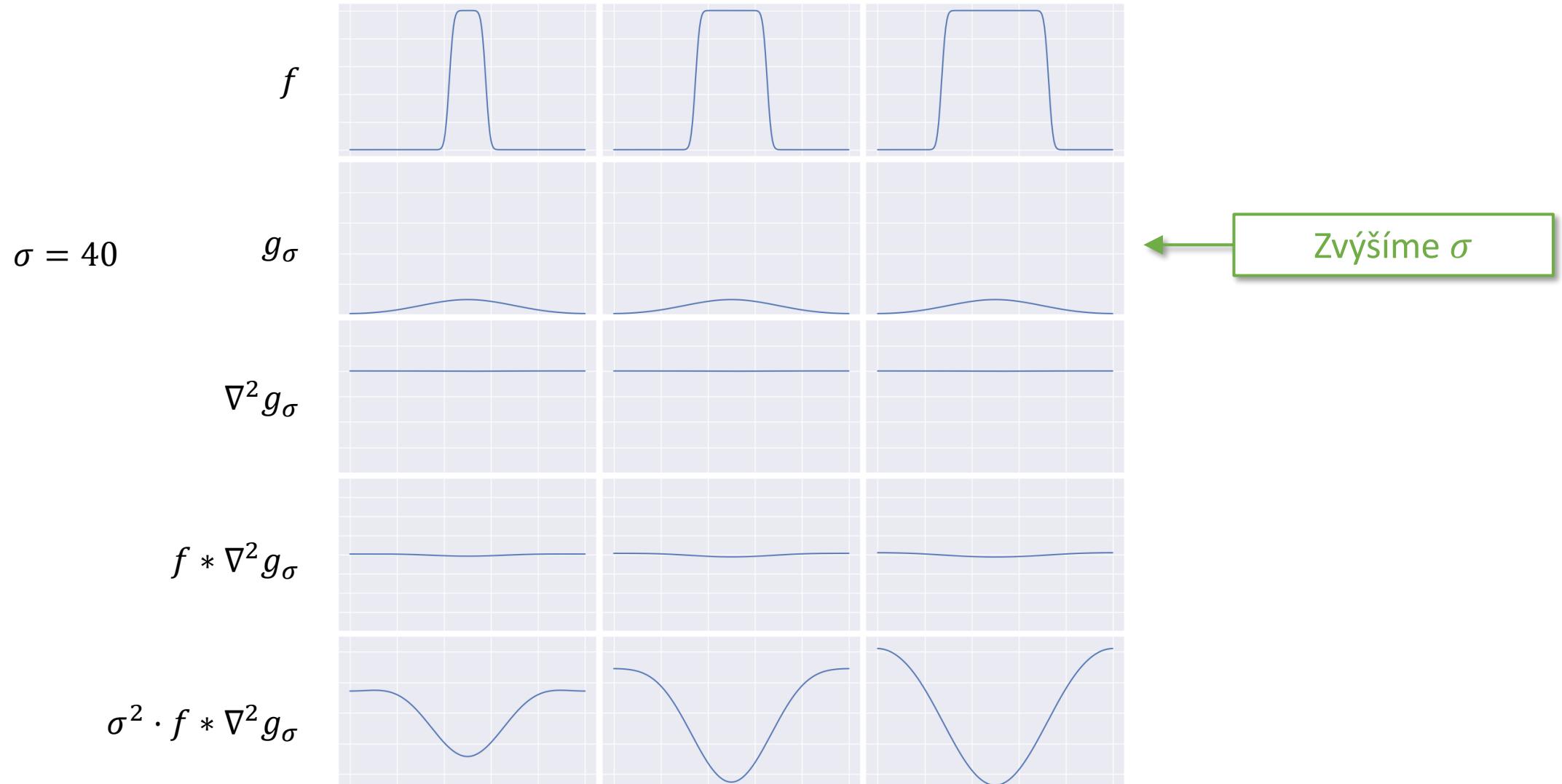
1D blob a druhá derivace gaussiánu



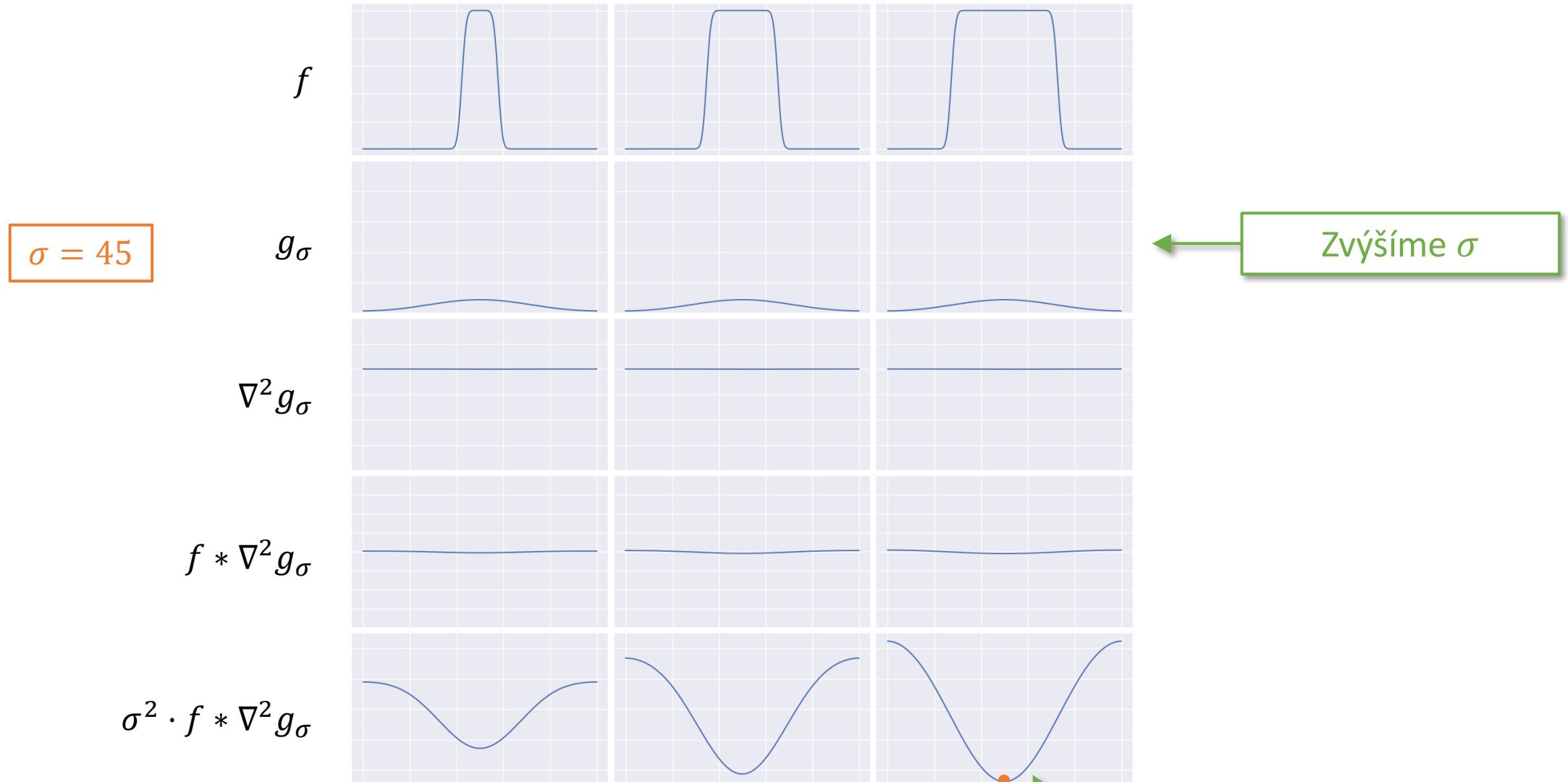
1D blob a druhá derivace gaussiánu



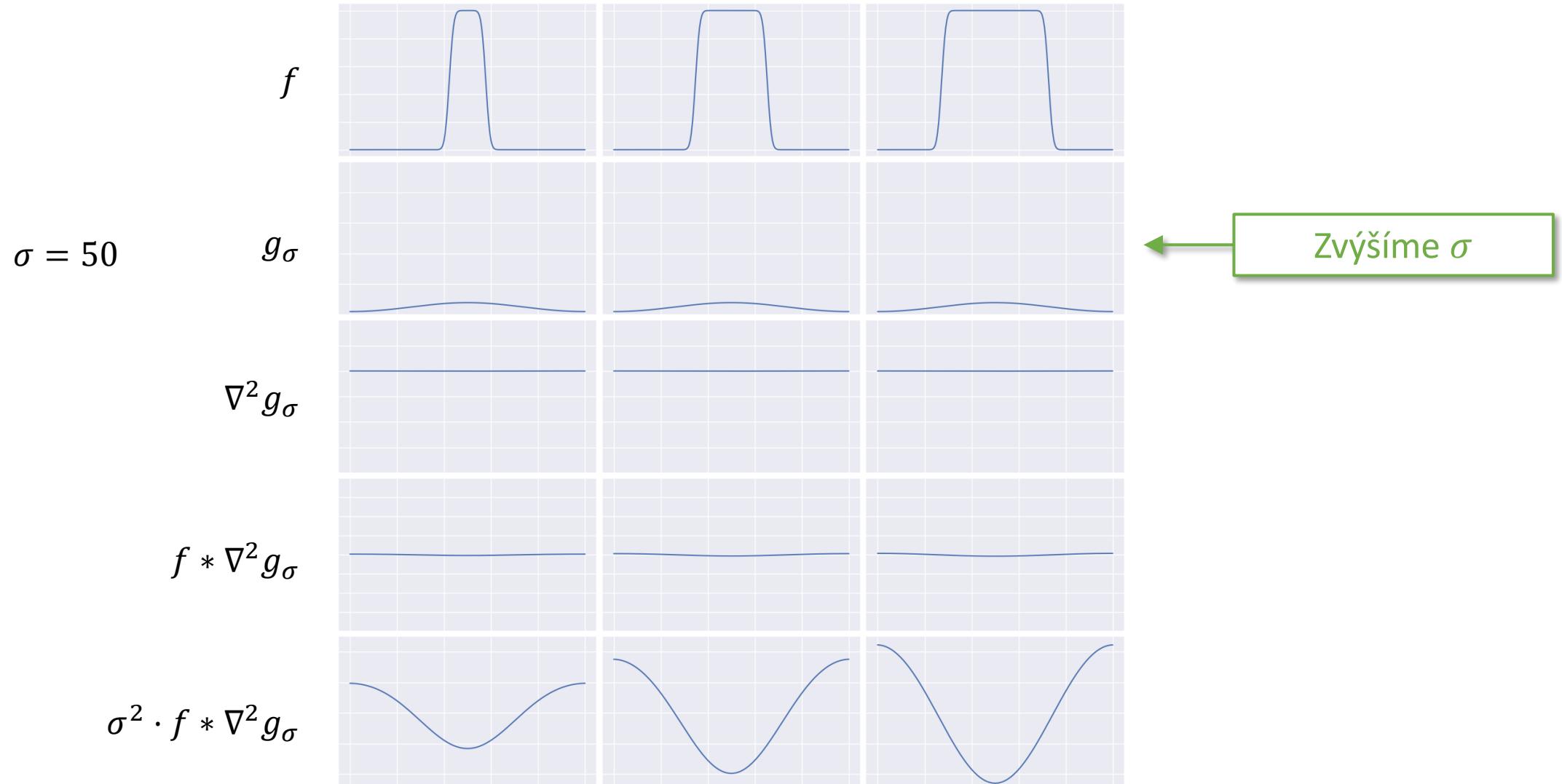
1D blob a druhá derivace gaussiánu



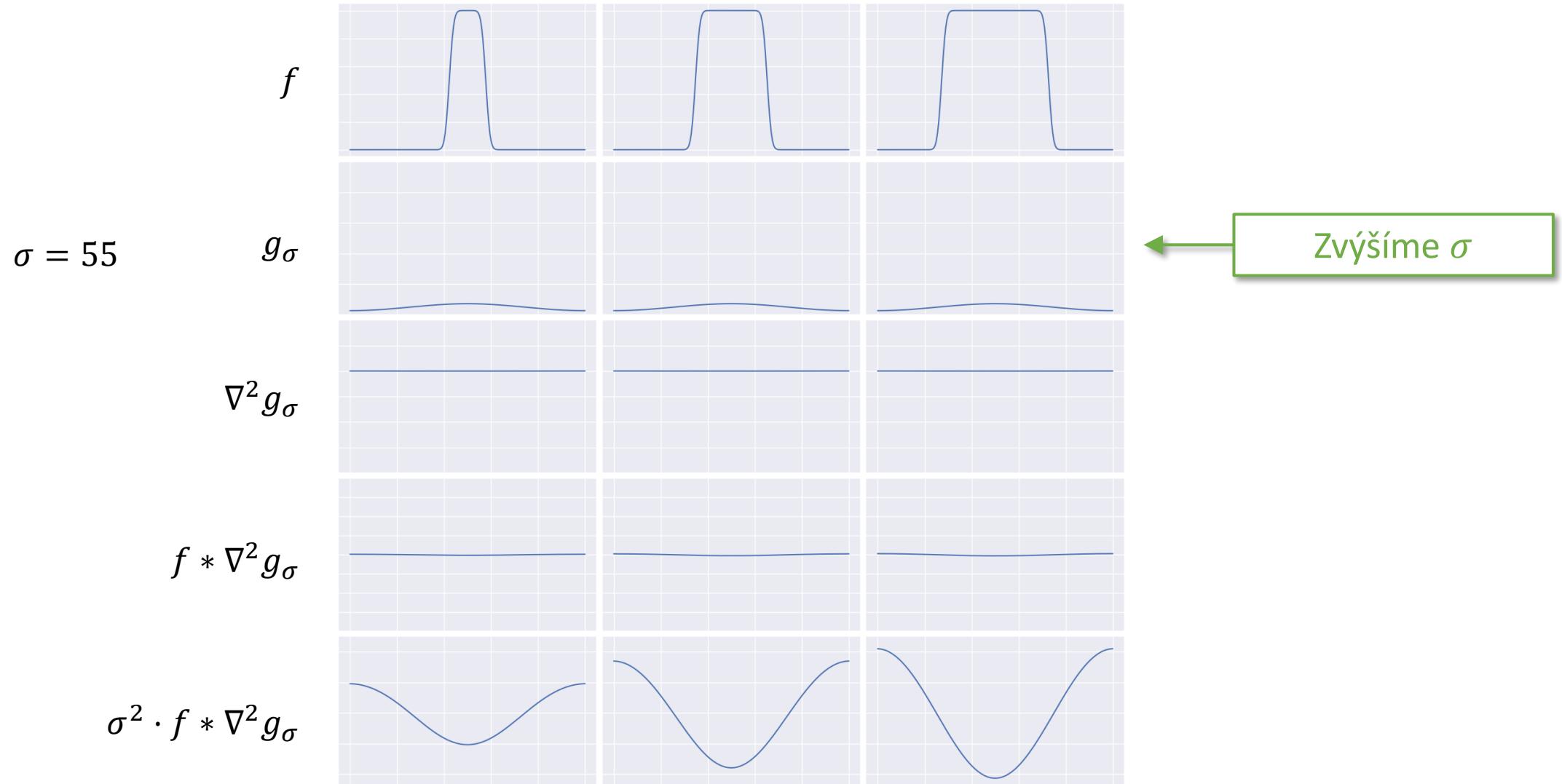
1D blob a druhá derivace gaussiánu



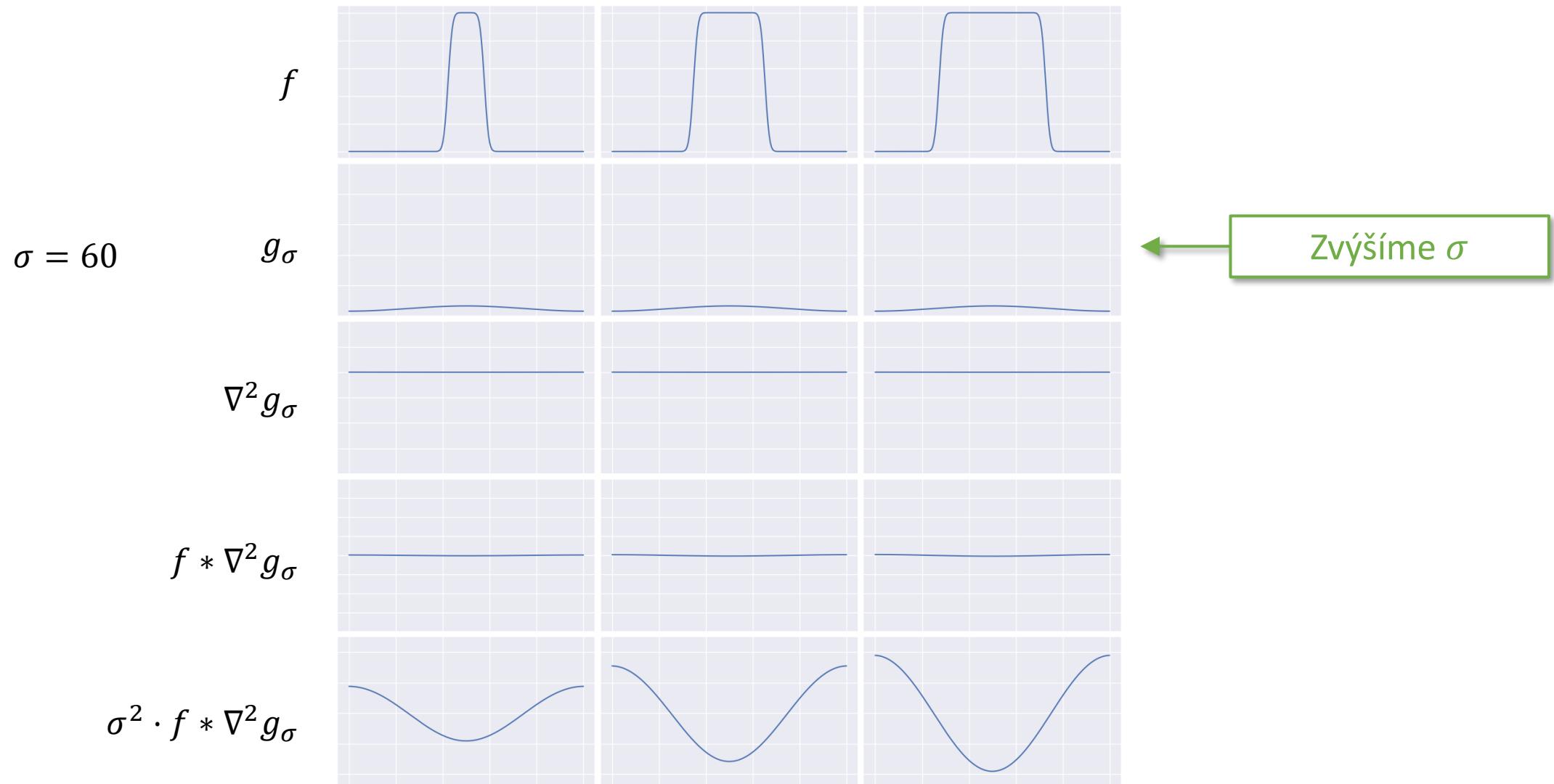
1D blob a druhá derivace gaussiánu



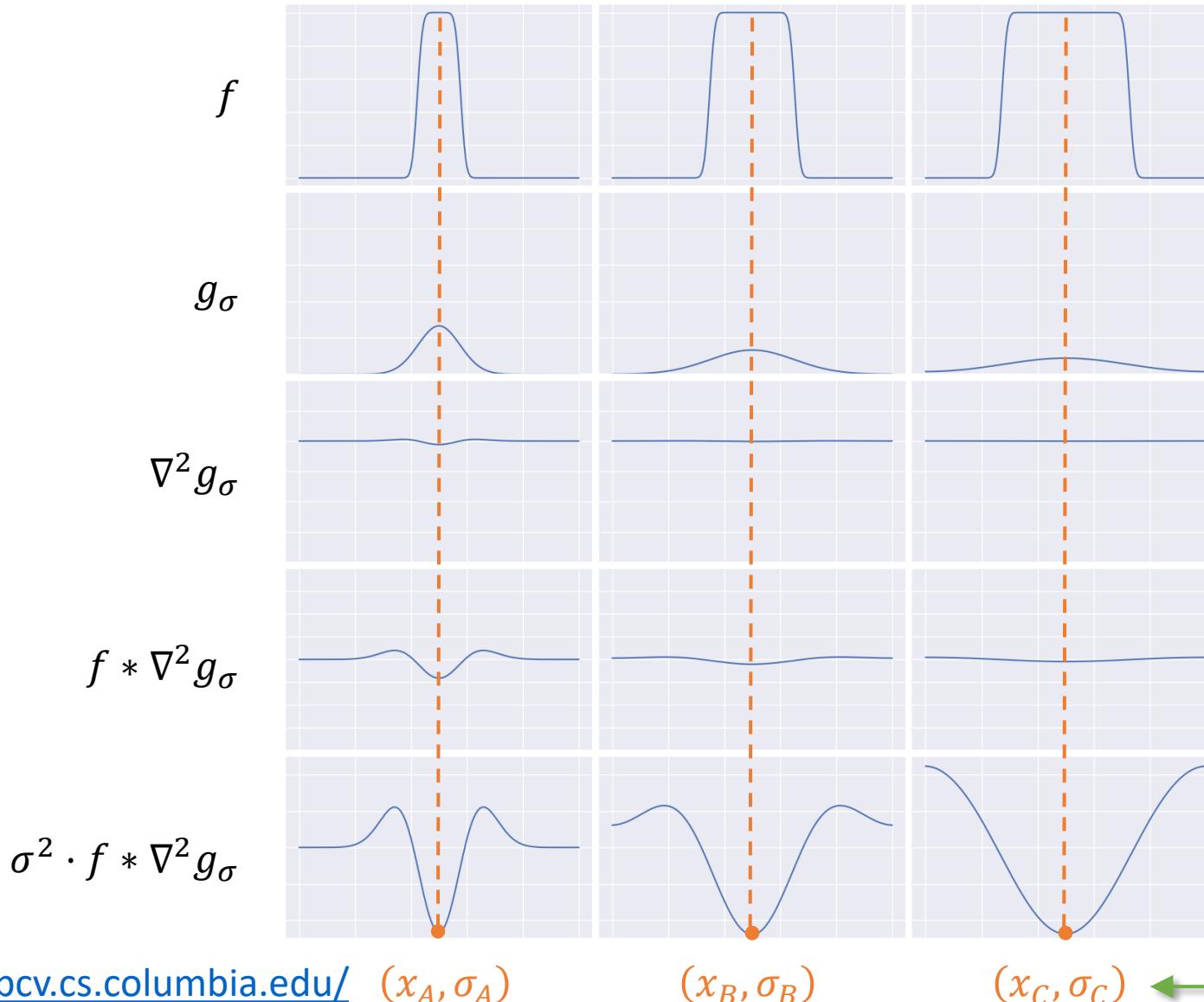
1D blob a druhá derivace gaussiánu



1D blob a druhá derivace gaussiánu



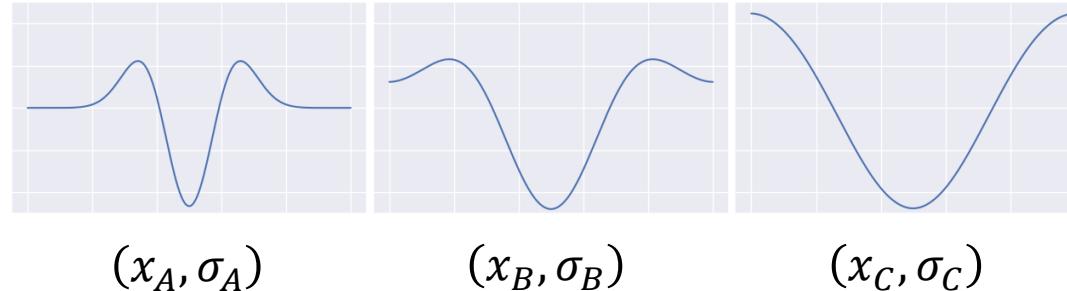
1D blob a druhá derivace gaussiánu



Zvýšíme σ

Bloby jsou lokalizovány pozicí
a měřítkem = tzv. prostor
měřítek (scale space)

1D blob a druhá derivace gaussiánu



$x_{\{A,B,C\}}$... **Pozice blobu** v prostoru (v obrazu pokud 2D)

$\sigma_{\{A,B,C\}}$... **Charakteristické měřítko** blobu, tj. σ , pro kterou měřítkem normalizovaná odezva je maximální

Charakteristické měřítko \propto velikost blobu

Detekce blobů v 1D

1. Máme jednorozměrnou funkci $f(x)$
2. Vytvoříme norm. odezvu přes prostor měřítek $\nabla_{\text{norm}}^2 L(x, \sigma) = \sigma^2 \cdot f(x) * \nabla^2 g_\sigma(x)$
 - pro $\sigma \in (\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_S)$
 - $\nabla_{\text{norm}}^2 L(x, \sigma)$ je dvourozměrný "obraz"
3. Nalezneme lokální maxima (x_i^*, σ_i^*) v $|L(x, \sigma)|$
 - x_i^* je pozice i -tého blobu
 - σ_i^* je charakteristické měřítko blobu (velikost)

Detekce blobů ve 2D

- Ve 2D je operátor $\nabla^2 g_\sigma(x)$ nahrazen tzv. Lapaciánem Gaussiánu (Laplacian of Gaussian, LoG)
- 2D gaussovská funkce je

$$L(x, y, \sigma) = g_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}}$$

- Lapacián je operace

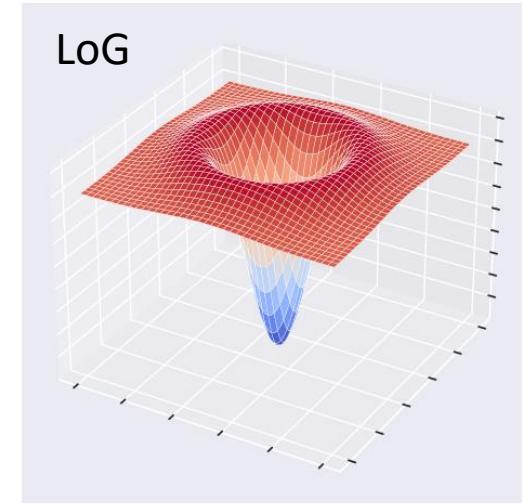
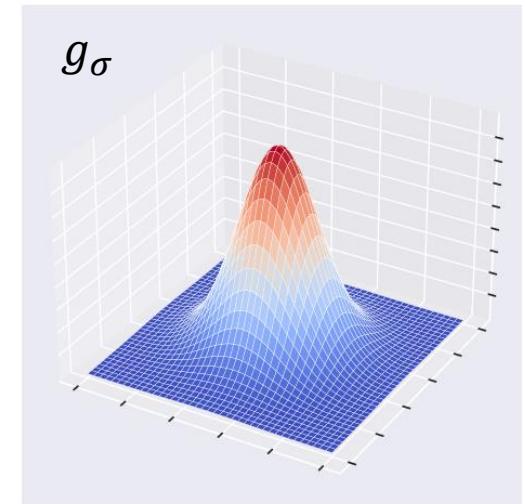
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

- LoG je

$$\begin{aligned}\nabla^2 g_\sigma &= \frac{1}{\pi\sigma^4} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \\ &= L_{xx}(x, y, \sigma) + L_{yy}(x, y, \sigma)\end{aligned}$$

kde

$$L_{xx} = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \quad L_{yy} = \frac{\partial^2 L}{\partial y^2}$$

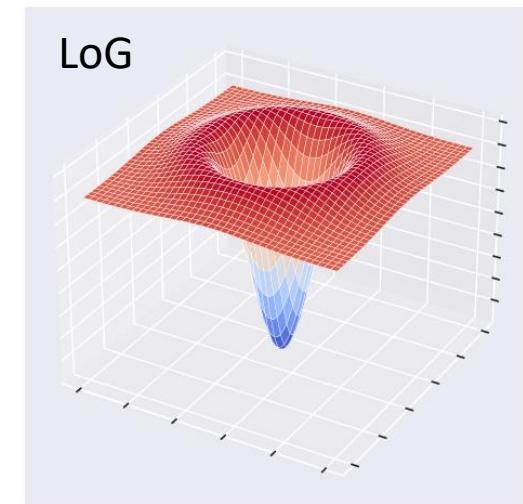
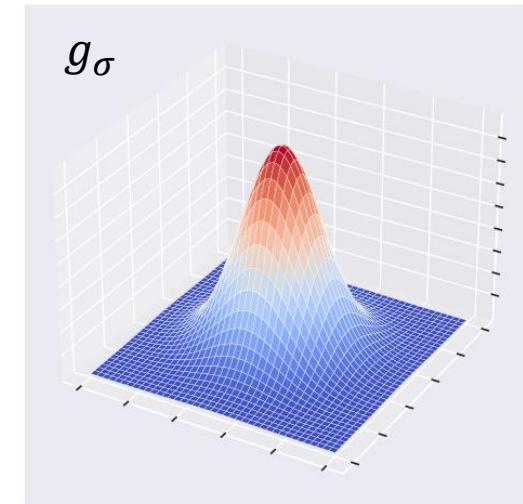
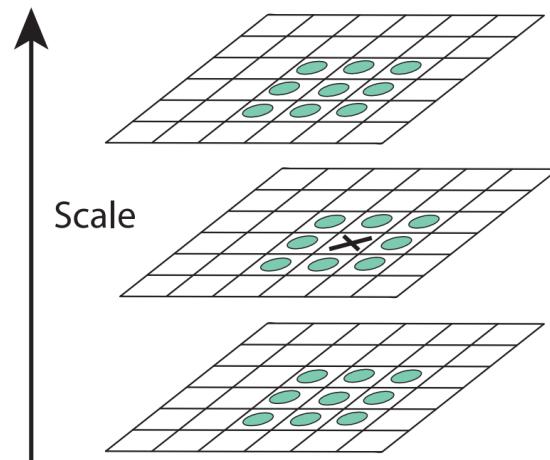


Detekce blobů ve 2D

1. Obrázek $I(x, y)$ konvolvujeme s LoG filtry $\nabla^2 g_\sigma$ s různými $\sigma = \sigma_1, \dots, \sigma_S$

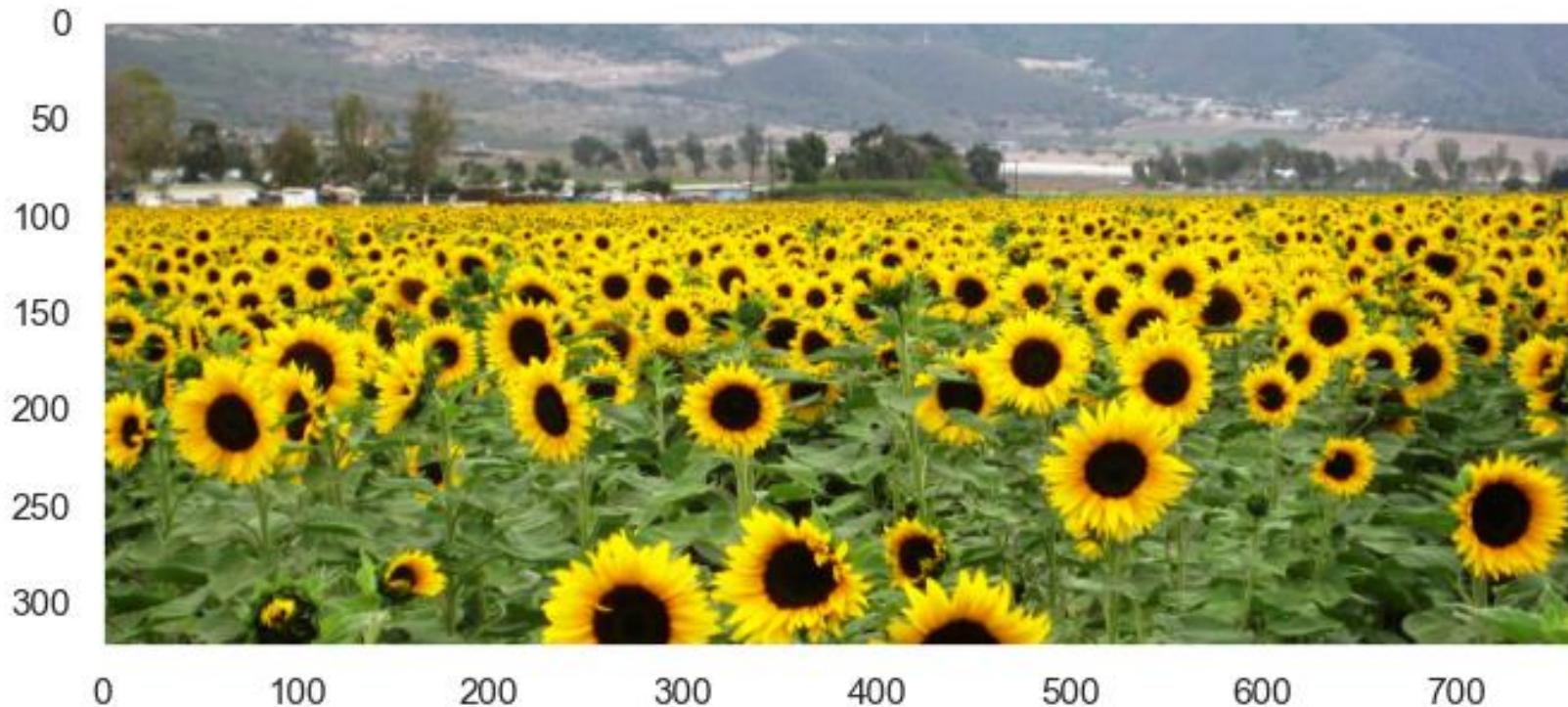
$$\nabla_{\text{norm}}^2 L(x, y, \sigma) = \sigma^2 \cdot I(x, y) * \nabla^2 g_\sigma$$

2. Bloby, tj. jejich pozice a velikost, najdeme lokální maxima funkce $\nabla_{\text{norm}}^2 L(x, y, \sigma)$

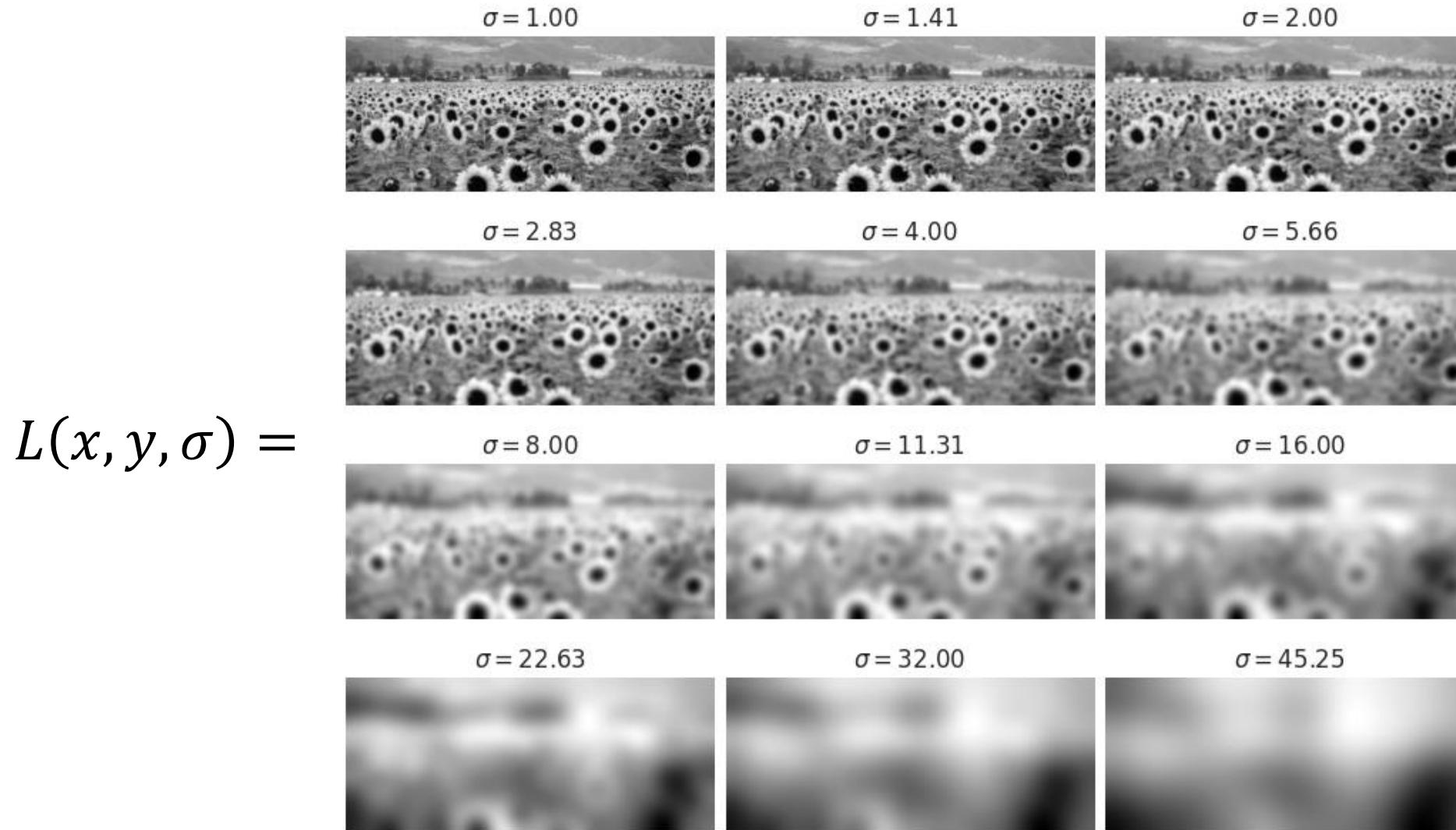


obrázek: <https://www.cs.ubc.ca/~lowe/papers/ijcv04.pdf>

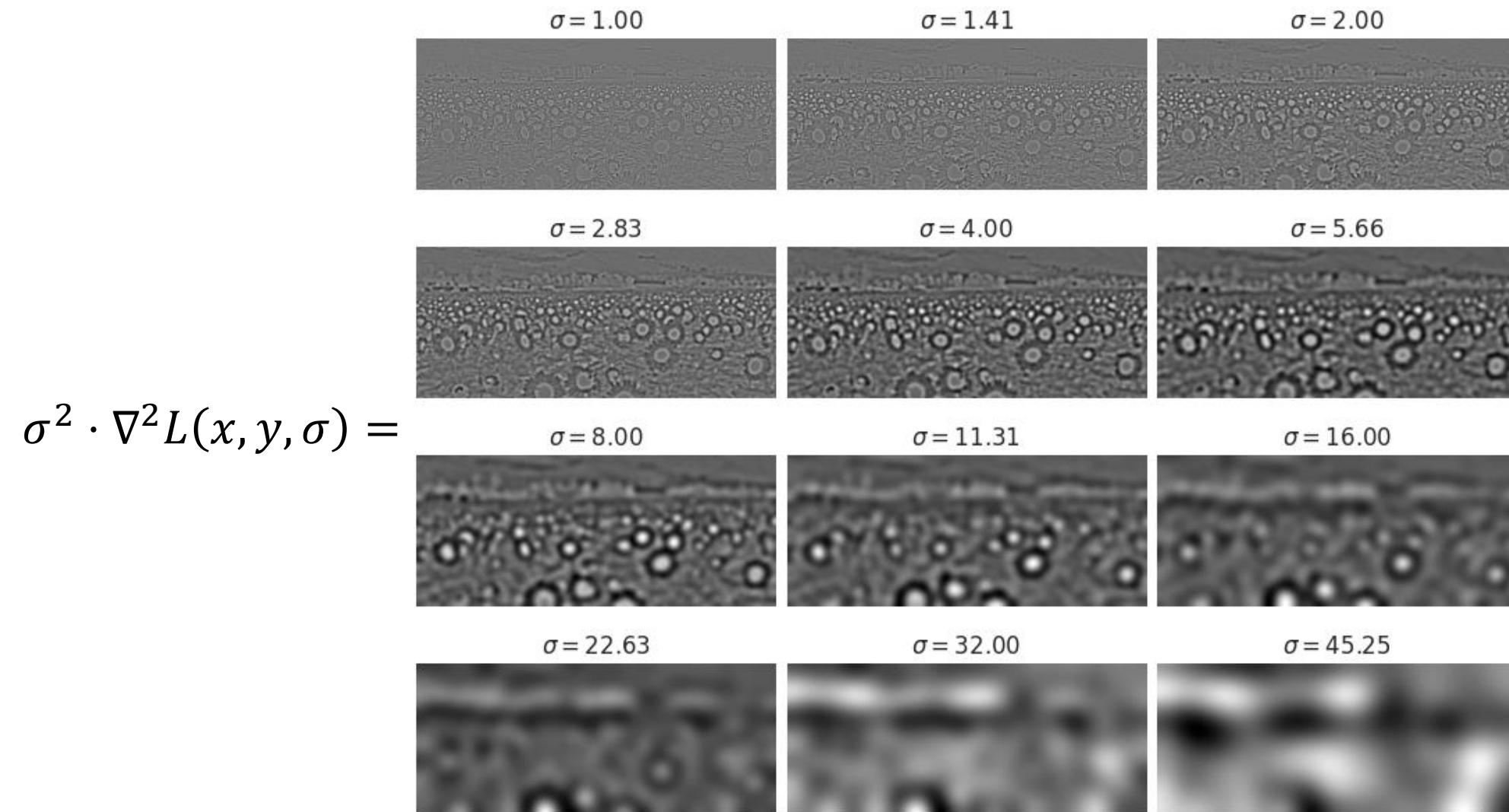
Příklad



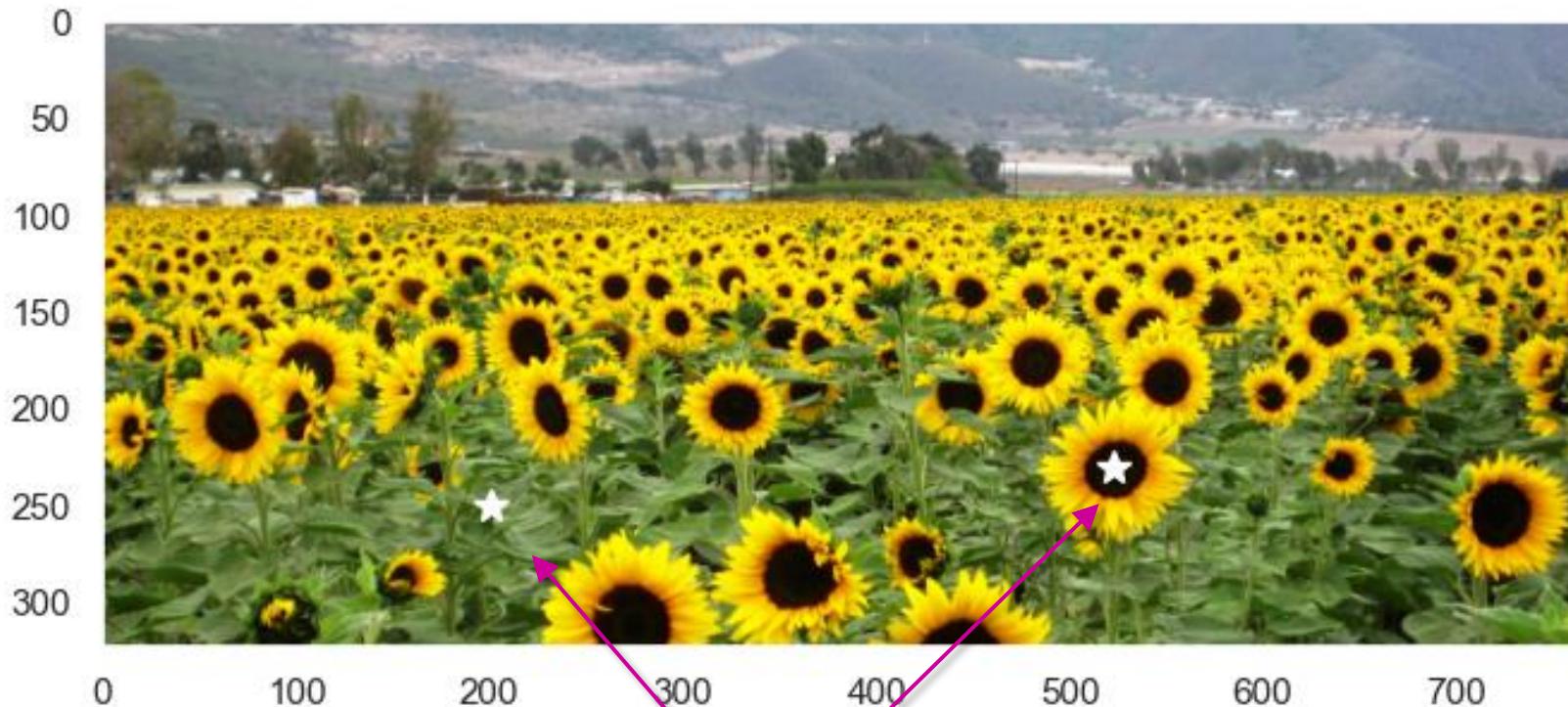
Prostor měřítek: $\sigma_k = \sigma_0 \cdot s^k$ (zde $s = \sqrt{2}$)



Odezvy na (norm.) LoG filtr pro všechny σ_k z prostoru měřítek

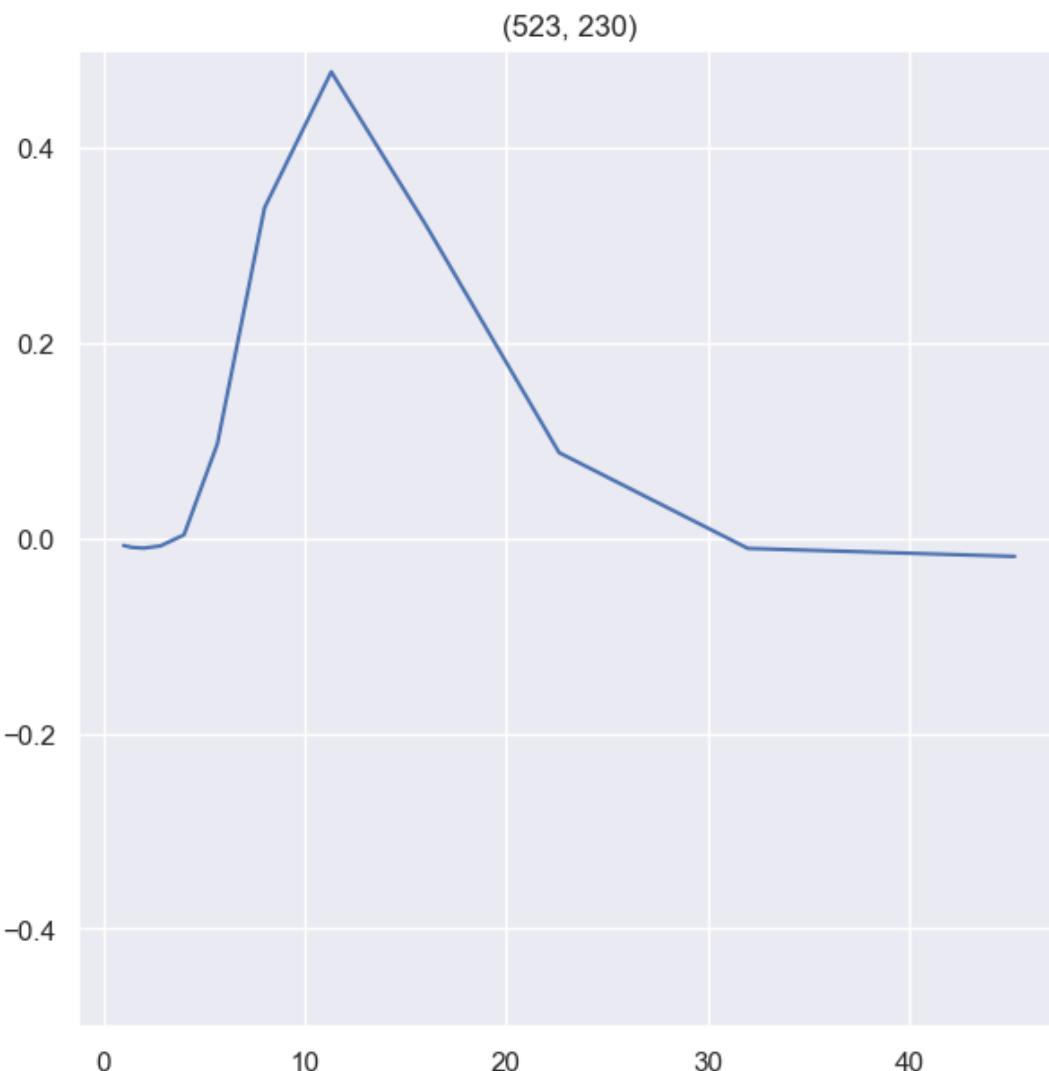
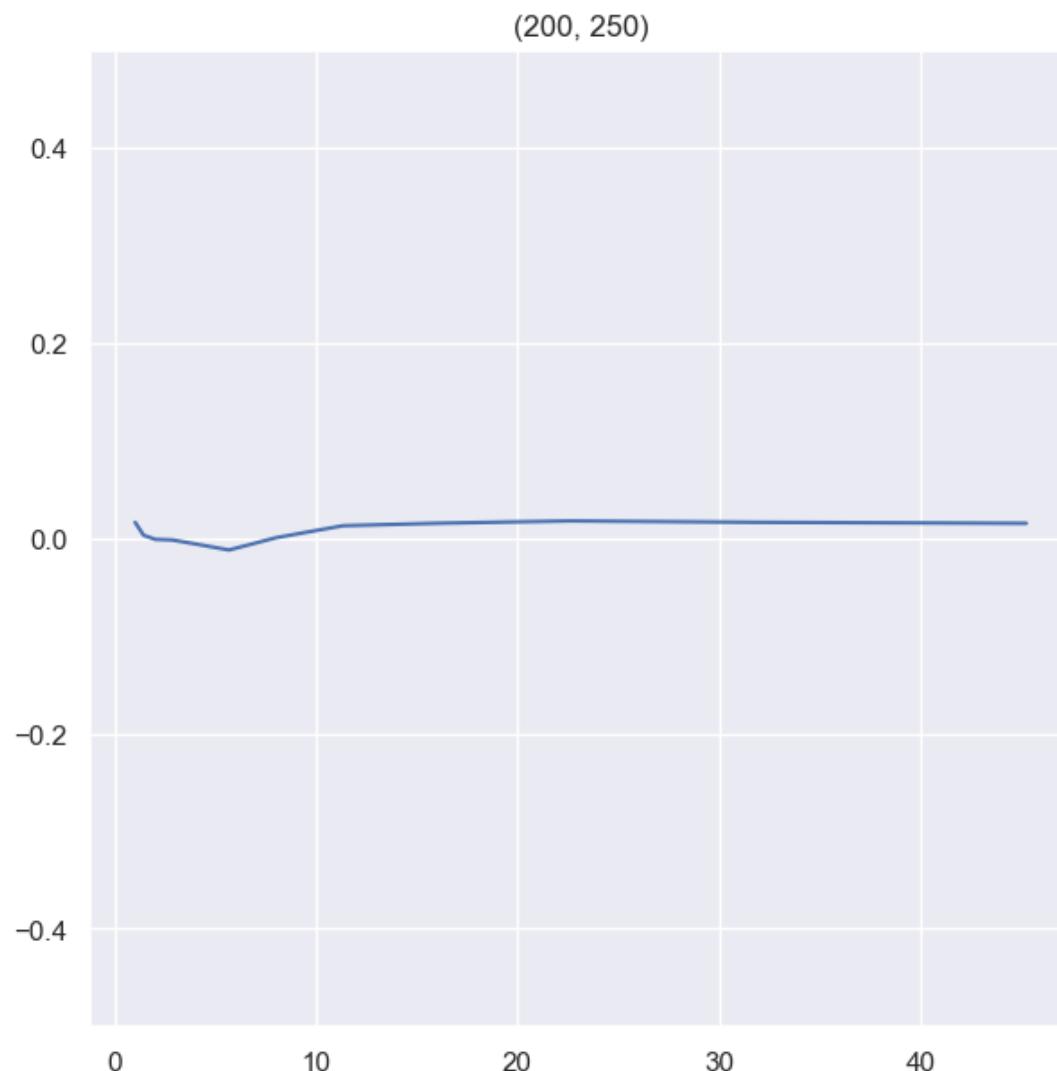


Nalezení & prahování lokálních maxim

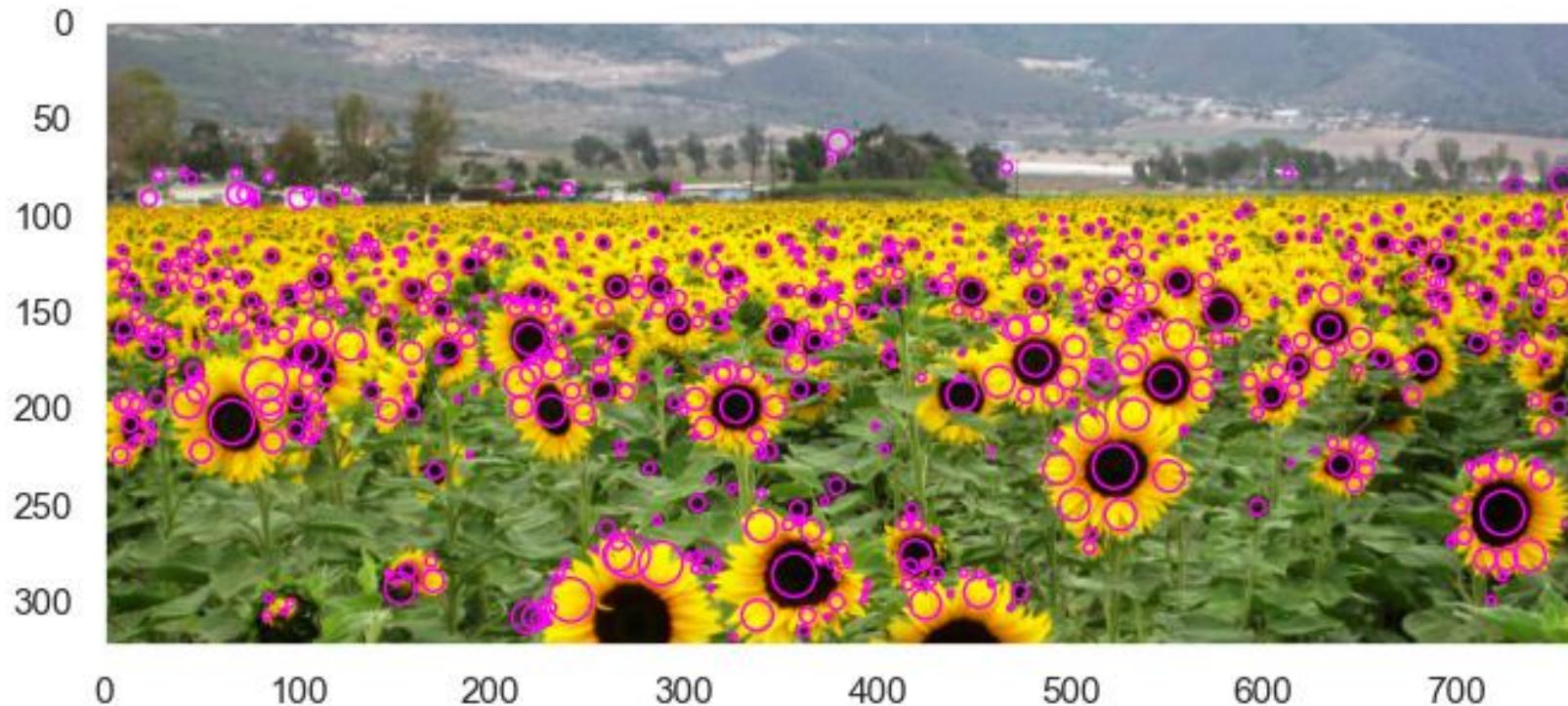


Zobrazíme LoG odezvy ve dvou bodech

LoG odezva přes prostor měřítek ve vybraných bodech



Nalezení & prahování lokálních maxim



Další detektory blobů

- Rozdíl Gaussánů jako aproximace LoG

$$\nabla_{\text{norm}}^2 L(x, y, \sigma) \approx \frac{\sigma}{\Delta\sigma} \cdot (L(x, y, \sigma + \Delta\sigma) - L(x, y, \sigma))$$

- Determinant Hessiánu

$$\det H_{\text{norm}} L = \sigma^2 \cdot (L_{xx} \cdot L_{yy} - L_{xy}^2)$$

kde L_{xx} je druhá parciální derivace prostoru měřítek L podle x