Expressions et Langages Réguliers — TD 1

Exercice 1 :

1. Soit l'alphabet $\Sigma=\{0,1\}$, on considère les mots w_1 =01 et w_2 =101 : Calculer w1.w2; $w_2.w_1$; w_1^3; w_2^2; $\varepsilon.w_1$; $|w_1|$
2. Les mots suivants sont-ils générés par l'expression régulière (ab*)b* : ε, a, aa, ba, abbb, ababb, baba?

Exercice 2 :

Quels sont les langages décrits par les expressions régulières suivantes :

1. a(a|b)*b
2. (a|b)*ab(a|b)*
3. (aa)*a
4. (a|b)*(c|d)*
5. aab(a|b)*(bb|aa)$^+$
6. (a|ab)(c|bc)

Exercice 3 :

Soient les alphabets suivants :

$\Sigma_1=\{a, b, c, \dots, z\}$; $\Sigma_2=\{no, tu, me, ta, ne, lo, am\}$; $\Sigma_3=\{coop, op, opera, ion, creat\}$,

et les mots: w_1 =ali; w_2 =bali; w_3=creation; w_4=taam; w_5=cooperation; w_6 =operation.

1. Quels sont les alphabets sur les quels les w_i sont définis.
2. Quel est don la taille de chaque w_i.
3. Que faut-il ajouter à Σ_3 pour que w_5 et w_6 soient définis.
4. Montrer que « ali » est un suffixe de w_2 sur Σ_1.
5. Montrer que « ta » est un préfixe de w_4 sur Σ_1 et sur Σ_2.

Exercice 4 :

On considère l'alphabet {a,b}, donner une expression régulière décrivant :

1. les mots qui commencent par b.
2. les mots qui contiennent exactement trois a.
3. les mots qui contiennent au moins trois a.
4. les mots qui contiennent au plus trois a.
5. les mots qui ne contiennent pas la séquence ab.

Exercice 5 :

On considère l'alphabet {0,1}, donner une expression régulière décrivant :

1. les mots qui ne contiennent pas deux 0 successifs.
2. les mots qui ne contiennent pas la séquence 100.
3. les mots de longueur paire.
4. les mots ayant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1.
5. les mots formés d'alternances de 0 et 1.
6. les nombres multiples de 2 et plus grands ou égaux à 8.

Exercice 6 :

On considère l'alphabet {a, b}. Donner les expressions régulières correspondantes aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun b.
2. les mots qui contiennent au moins un a.
3. les mots de longueur paire.
4. le langage L = { $b^n a^p$} avec n et p entiers et au moins l'un des deux impair.

5. les mots formes d'alternance de a et de b.
6. les mots qui ne contiennent pas aa.

Exercice 7 :

Soient : $\Sigma_1=\{a\}$; $\Sigma_2=\{b, c\}$

$L_1= \{u \in \Sigma_1^*/ u=waw', w \text{ et } w' \in \Sigma_1^* \}$; $L_2= \{u \in \Sigma_2^*/ u=bcw, w \in \Sigma_2^* \text{ et } 1\leq |w| \leq 2 \}$

1. A-t-on $\varepsilon \in L_1$? $\varepsilon \in L_2$? Justifier.
2. Donner deux autres formulations de L_1 et L_2.
3. Proposer 4 mots : m_{11}, m_{12}, m_{21} et m_{22} tel que : m_{11}et $m_{12} \in L_1$, m_{21}et $m_{22} \in L_2$
4. Soit $M=m_{11}.m_{22}$. Donner la chaine représentant M. Donner $|M|$

Exercice 8 :

Soit R et S deux expressions régulières définies comme suit :

$$R=a(a|b)^*ba,$$
$$S=(ab)^*|\ (ba)^*\ |\ (a^*|\ b^*)$$

1. Trouver un mot inclus dans le langage dénoté par *R*, mais qui ne soit pas inclus dans le langage dénoté par *S*.
2. Trouver un mot inclus dans le langage dénoté par *S*, mais qui ne soit pas inclus dans le langage dénoté par *R*.
3. Trouver un mot inclus dans le langage dénoté par *R* et dans le langage dénoté par *S*.
4. Trouver un mot qui ne soit pas inclus ni dans le langage dénoté par *S*, ni dans le langage dénoté par *R*.

Exercice 9 :

Soit l'alphabet : $\Sigma=\{a, b\}$

Proposer pour chacun des langages suivants unes représentation formelle :

1. Le langage de l'ensemble de mots palindromes.
2. Le langage de l'ensemble de mots de longueur paire.
3. Le langage de l'ensemble de mots contenant un nombre impair de b.
4. Le langage de l'ensemble de mots de longueur inférieur à 8 et contenant un nombre pair de a.

Exercice 10 :

Soient trois langages L_1, L_2, L_3 sur l'alphabet $\Sigma=\{a, b\}$ définis par :

$L_1=\{\varepsilon, a, b, ab, ba, aba, aaba, abba, abaa\}$

$L_2=\{w \in \Sigma^*/ 0< |w|_b < |w|_a \}$

$L_3=\{w \in \Sigma^*/\exists n, m \in \mathbb{N}, n < m, w = a^n b a^m \}$

Calculer $L_1\cap L_2$, L_1-L_3

Exercice 11 :

Soit l'alphabet $V=\{a, b\}$ et les langages $L_1=\{a, ab, ba\}$ et $L_2=\{\varepsilon, b, ba\}$

1. Donner les résultats des opérations suivantes : $L_1.L_2$; $L_2.L_1$; $L_1.\emptyset$; $\emptyset. L_2$; $L_1. \{\varepsilon\}$; $\{\varepsilon\}. L_2$; $L_2\cap\{\varepsilon\}$
2. Si L_3 et L_4 sont deux langages tels que $L_3.L_4=\{\varepsilon\}$, que peut-on dire de L_3 et L_4?
3. Si L_5 et L_6 sont deux langages tels que $L_5.L_6=\emptyset$, que peut-on dire de L_5 et L_6?