学年学期：2020-2021 学年第一学期　　**课程性质：**■考试□考查

课程编号：070001006　　**考试类型：**□期中■期末

课程名称：高等数学 A2-1（A 卷）　　□补考□免修□其它________

答卷方式：■闭卷□开卷□其它________

题号	一	二	得分
得分			

班级：　　学号：　　姓名：

命题教师：教考分离　　系(教研室)主任签字：

密　封　线

得分	评卷人	复核人

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积的 <u>充分</u> 条件.（充分、必要、充要）

2、$xy''+2x^2(y')^3+x^3y=x^4+1$ 是 <u>2</u> 阶微分方程.

3、微分方程 $y''=e^x-\sin x$ 的通解为 $\underline{y=e^x+\sin x+C_1x+C_2}$.

4、$\int_{-1}^{1}\left(\frac{\arctan x}{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)dx=\underline{\frac{\pi}{2}}$.

5、$\frac{d}{dx}\int_1^{x^2}\sqrt{1+t}\,dt=\underline{2x\sqrt{1+x^2}}$.

得分	评卷人	复核人

二、计算题（共 85 分）

1、求 $y=2x^3+3x^2-12x+14$ 在区间 $[-3,4]$ 上的最大值与最小值.（8 分）

解：令 $y'=6x^2+12x-12=6(x-1)(x+2)=0$ 可得，$x_1=1,x_2=-2$

又 $y(-3)=23,y(-2)=34,y(1)=7,y(4)=142$

所以函数 $y=2x^3+3x^2-12x+14$ 在区间 $[-3,4]$ 上的最大值为 142，最小值为 7.

2、求不定积分 $\int\cos x\sin^3 x dx$.（8 分）

解：$\int\cos x\sin^3 xdx=\int\sin^3 xd\sin x$

$$=\frac{1}{4}\sin^4 x+C$$

3、求不定积分 $\int\ln^2 xdx$.（8 分）

解：$\int\ln^2 xdx=x\ln^2 x-2\int\ln xdx$

$$=x\ln^2 x-2\left(x\ln x-\int dx\right)$$

$$=x\ln^2 x-2x\ln x+2x+C$$

4、求极限 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\int_0^x\tan t^2dt}{x^2(e^x-1)}$.（8 分）

解：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\int_0^x\tan t^2dt}{x^2(e^x-1)}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\int_0^x\tan t^2dt}{x^3}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\tan x^2}{3x^2}=\frac{1}{3}$$

5、求定积分 $\int_0^3 e^{|x-2|}dx$.（8 分）

解：$\int_0^3 e^{|x-2|}dx=\int_0^2 e^{2-x}dx+\int_2^3 e^{x-2}dx$

$$=-e^{2-x}\Big|_0^2+e^{x-2}\Big|_2^3$$

$$=e^2+e-2$$

6、求定积分 $\int_0^4\frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}dx$.（8 分）

解：令 $\sqrt{2x+1}=t$，则 $x=\frac{t^2-1}{2}$，$dx=tdt$，当 $x=0$ 时 $t=1$，当 $x=4$ 时 $t=3$

所以 $\int_0^4\frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}dx=\int_1^3\frac{\frac{t^2-1}{2}+1}{t}tdt$

$$=\frac{1}{2}\int_1^3(t^2+1)dt$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}t^3+t\right)\Big|_1^3=\frac{16}{3}$$

班级：________ 学号：________ 姓名：________

命题教师：教考分离 系(教研室)主任签字：________

※※※※※※ 密 封 线 ※※※※※※

7、求 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y+x^2}{x}$ 的通解．（8 分）

解：有方程可知 $p(x)=\dfrac{1}{x},q(x)=x$，所以方程的通解为

$$y=Ce^{\int p(x)dx}+e^{\int p(x)dx}\int q(x)e^{-\int p(x)dx}dx$$

$$=Ce^{\int\frac{1}{x}dx}+e^{\int\frac{1}{x}dx}\int xe^{-\int\frac{1}{x}dx}dx$$

$$=Cx+x^2$$

8、求 $y''-3y'+2y=2e^x$ 满足初始条件 $y(0)=0,y'(0)=1$ 的特解．（10 分）

解：特征方程为：$\lambda^2-3\lambda+2=0$，解得，$\lambda_1=1,\lambda_2=2$

设 $y^*=Axe^x$ 为原方程的特解，代入原方程并整理可得

$$-A=2$$

解得，$A=-2$

从而原方程的通解为，$y=C_1e^x+C_2e^{2x}-2xe^x$

又 $y(0)=0,y'(0)=1$，将其带入通解可得

$$\begin{cases}C_1+C_2=0\\C_1+2C_2=3\end{cases}\text{解之得}\begin{cases}C_1=-3\\C_2=3\end{cases}$$

所以 $y''-3y'+2y=2e^x$ 满足初始条件 $y(0)=0,y'(0)=1$ 的特解为

$$y=-3e^x+3e^{2x}-2xe^x$$

9、设由直线 $x=1$、x 轴、y 轴和曲线 $y=e^x$ 所围成的平面图形为 D．

（1）求 D 的面积，（2）该 D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积．（13 分）

解：（1）所求面积为

$$A=\int_0^1 e^x dx=e^x\Big|_0^1=e-1$$

（2）所求旋转体的体积为

$$V_y=2\pi\int_0^1 xe^x dx$$

$$=2\pi\left(xe^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^x dx\right)=2\pi$$

10、 设曲线 L 的方程为 $y=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\ln x$（其中 $1\le x\le e$），求 L 的弧长．（6 分）

解：所求弧长为

$$s=\int_1^e\sqrt{1+y'^2}dx$$

$$=\int_1^e\sqrt{1+\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2x}\right)^2}dx$$

$$=\int_1^e\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2x}\right)dx$$

$$=\left(\frac{x^2}{4}+\frac{1}{2}\ln x\right)\Bigg|_1^e=\frac{e^2+1}{4}$$