

本试卷为AB卷
2020年1月3日

同题印刷160份

学年学期: 2019 -2020 学年第一 学期

课程编号: 070001106

课程名称: 高等数学A2-1 (A卷)

答卷方式: ☒ 闭卷 ☐ 开卷 ☐ 其它

课程性质: ☒ 考试 ☐ 考查

考试类型: ☐ 期中 ☒ 期末

☐ 补考 ☐ 免修 ☐ 其它

题号	一	二	得分
得分			

得分	评卷人	复核人

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 已知 $\int f(x) dx = e^{x^2} + C$, 则 $f(x) = 2xe^{x^2}$

2. $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt = 2x\sqrt{1+x^4}$

3. $\int_{-1}^1 (\sin x^3 - \sqrt{1-x^2}) dx = -\frac{\pi}{2}$

4. 反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4} = \frac{1}{3}$

5. 可分离变量微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解为 $\ln|y| = x^2 + C$ 或 $y = ce^{x^2}$

得分	评卷人	复核人

二、计算题 (共 85 分)

1. 求 $\int x \cos(x^2) dx$ (8 分).

3. 式 $= \int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 d(x^2)$
 $= \frac{1}{2} \sin x^2 + C$

2. 求 $\int x \arctan x dx$ (8 分)

3. 式 $= \int \arctan x d(\frac{x^2}{2}) = \frac{x^2}{2} \arctan x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{1+x^2} dx$
 $= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \int (1 - \frac{1}{1+x^2}) dx$
 $= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \arctan x + C$

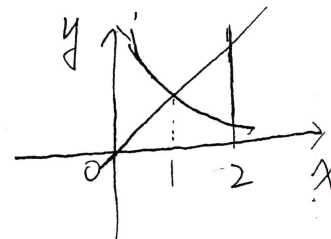
3. 求 $\int_{\frac{3}{4}}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}-1}$ (8 分)

令 $t = \sqrt{1-x}$
 $x = 1-t^2$
 $\int_{\frac{1}{2}}^0 \frac{-2t dt}{t-1} = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} (1 + \frac{1}{t-1}) dt$
 $= 2 \times \frac{1}{2} + 2 [\ln|t-1|]_0^{\frac{1}{2}} = 1 - 2 \ln 2$

4. 求由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = x$ 及 $x = 2$ 所围成的平面图形的面积;

并求该图形绕 x 轴旋转, 得到的旋转体的体积. (14 分)

$A = \int_1^2 (x - \frac{1}{x}) dx$
 $= \frac{1}{2} [x^2]_1^2 - [\ln x]_1^2$
 $= \frac{3}{2} - \ln 2$



$V = \int_1^2 \pi x^2 dx - \int_1^2 \pi \frac{1}{x^2} dx$
 $= \pi \frac{1}{3} [x^3]_1^2 + \pi [\frac{1}{x}]_1^2$
 $= \frac{7\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{6}$

姓名:

学号:

班级:

系(教研室)主任签字:

命题教师:

监考教师

线

封

密

命题教师: _____ 系(教研室)主任签字: _____

***** 密 封 线 *****

5. 求 $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2} dx}{x^2}$ (8分)

$$\frac{x = \sin t}{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sec^2 t - 1) dt$$

6. 求曲线 $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 $0 \leq x \leq 1$ 的一段弧的长度。(8分)

$$s = \int_0^1 \sqrt{1 + (\sqrt{x})^2} dx = \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$$

7. 求齐次方程 $(x^2 + y^2) dx - xy dy = 0$ 的通解。(8 分)

$$\frac{P_h}{P_h + 1} = \frac{P_h}{P_h + 1}$$

$$x_n = p, \quad x_{n+1} = n+1$$

$$\frac{1+u}{u} = \frac{u + \frac{du}{dx}}{\frac{du}{dx}} = \frac{u + x}{x}$$

$$\int u \, dv = \int \frac{dx}{x} + C_1$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \ln x^2 + C_2$$

8. 求一阶线性微分方程 $xy' + y = x^2$ 满足初值条件 $y|_{x=1} = 1$ 的特解。(8分)

$$y = e^{\int \frac{1}{x} dx} \left[\int x \cdot e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right] = \frac{1}{x} \left[\frac{1}{3} x^3 + C \right]$$

$$1 = \left(\frac{1}{3} + C\right) \quad C = \frac{2}{3}$$

9. 求二阶微分方程 $y'' + 3y' + 2y = 3xe^{-x}$ 的通解。(15 分)

$$y^2 + 3y + 2 = 0 \quad y_1 = -1, y_2 = -2$$

Y $Ze^{-x} + C_2 e^{-2x}$

凡-1是纤维半单根

$$y^* = e^{-x} \cdot x \cdot (ax+b) = e^{-x} (ax^2+bx)$$

将*代入方程

$$2ax + b + 2a = 3x$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$y^* = e^{-x} \left(\frac{3}{2} x^2 - 2x \right)$$

3. 齐次通解: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + e^{-x} \left(\frac{3}{2} x^2 - 3x \right)$