

## HONI 2018/2019

4. kolo, 19. siječnja 2019.

### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Broj bodova
<b>Granica</b>	1 s	64 MB	20
<b>Prijatelji</b>	1 s	64 MB	30
<b>Elder</b>	1 s	64 MB	50
<b>Wand</b>	1 s	64 MB	70
<b>Kisik</b>	2 s	128 MB	90
<b>Slagalica</b>	1 s	64 MB	110
<b>Akvizna</b>	1.5 s	256 MB	130
<b>Ukupno</b>			500

Broj osvojenih bodova jednak je zbroju bodova ostvarenih na svim zadacima.

Vedran i Marin strastveni su ljubitelji sladoleda.

Vedran je poznat po tome što je prešao takozvanu *granicu sladoledarstva*, tj. uspio je pojести barem 10 kuglica sladoleda odjednom.

Sada je na redu Marin. On je poeo  $N$  kuglica sladoleda od vanilije,  $M$  od čokolade i  $K$  od jagode.

Je li Marin uspio prijeći *granicu sladoledarstva*?

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalazi se prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 10$ ), broj iz teksta zadatka.

U drugom retku nalazi se prirodan broj  $M$  ( $1 \leq M \leq 10$ ), broj iz teksta zadatka.

U trećem retku nalazi se prirodan broj  $K$  ( $1 \leq K \leq 10$ ), broj iz teksta zadatka.

### IZLAZNI PODACI

Ako je Marin uspio prijeći granicu sladoledarstva ispišite 1, a inače ispišite 0.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
2	3	8
3	4	1
4	5	1
izlaz	izlaz	izlaz
0	1	1

**Pojašnjenje prvog primjera:**

Marin je ukupno poeo 9 kuglica i nažalost još nije prošao granicu sladoledarstva.

**Pojašnjenje drugog primjera:**

Marin je ukupno poeo 12 kuglica i to mu je bilo dovoljno na prijeđe granicu sladoledarstva.

Tri prijatelja stoje u moru. Stjepan ih fotografira iz daljine, razmišljajući: *Hmm, baš zanimljivo. Dvojica su iste visine, a jedan je viši!*

- Čujete li me?! - više Stjepan - Dvojica ste jednakо visoki, a treći je viši!

Prijatelji ga u čudu gledaju. Stjepan je stvarno neobičan.

Koji je viši?

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se visine triju prijatelja  $A$ ,  $B$  i  $C$  ( $50 \leq A, B, C \leq 230$ ), izražene u centimetrima, redom kojim stoje na fotografiji, slijeva nadesno. Dva od tri broja su jednaka.

### IZLAZNI PODACI

U prvi i jedini redak ispišite "lijevi prijatelj", ako je najviši prijatelj lijevo, "prijatelj u sredini", ako je najviši prijatelj u sredini, a "desni prijatelj", ako je najviši prijatelj desno.

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 5 bodova, viši će prijatelj uvijek biti u sredini.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
200 200 201	150 220 150	51 50 50
izlaz	izlaz	izlaz
desni prijatelj	prijatelj u sredini	lijevi prijatelj

#### Pojašnjenje prvog primjera:

Najviši prijatelj stoji desno.

Nakon što je u tjedan dana pogledao svih osam filmova o Harryju Potteru, Nikola je konačno shvatio na koji način čuveni Bazgin štapić (*engl. Elder Wand*) mijenja čarobnjaka kojem se pokorava. Ako čarobnjaka A kojem se trenutno pokorava štapić, u dvoboju pobijedi čarobnjak B, tada će se štapić početi pokoravati čarobnjaku B (pobjedniku dvoba).

Nikola se sada pita što bi bilo da se 26 čarobnjaka označenih velikim slovima engleske abecede od "A" do "Z" počne u dvobojima boriti za naklonost Bazginog štapića. Ako znamo oznaku čarobnjaka kojem se prije dvoba poviđe štapić pokoravao, te ishode  $N$  dvoba koji se održavaju jedan za drugim, odgovorite na sljedeća pitanja:

1. Kojem se čarobnjaku pokoravao štapić nakon  $N$  održanih dvoba?
2. Kolikom se broju različitih čarobnjaka pokoravao štapić?

### **ULAZNI PODACI**

U prvom retku nalazi se veliko slovo engleske abecede, oznaka čarobnjaka kojem se štapić pokoravao prije početka dvoba.

U drugom retku nalazi se prirodan broj  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ), broj dvoba iz teksta zadatka.

U sljedećih  $N$  redaka nalaze se dva različita velika slova engleske abecede  $Z_1$  i  $Z_2$  odvojena razmakom, pri čemu vrijedi da je čarobnjak s oznakom  $Z_1$  pobijedio čarobnjaka s oznakom  $Z_2$  u  $i$ -tom dvoboru. Dvobi su navedeni redom kojim su se dogodili.

### **IZLAZNI PODACI**

U prvi redak ispišite veliko slovo engleske abecede, odgovor na prvo pitanje iz teksta zadatka.

U drugi redak ispišite prirodan broj, odgovor na drugo pitanje iz teksta zadatka.

### **BODOVANJE**

Točan ispis prvog retka vrijedi 2 boda, a točan ispis drugog retka 3 boda. Ako ne znate rješiti neki dio zadatka, onda u odgovarajući red ispišite bilo što.

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
A	N	X
3	5	4
B A	D A	A X
C B	N B	B X
D A	B A	X A
	C D	D A
	F A	
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
C	N	X
3	1	2

**Pojašnjenje prvog primjera:**

Prije dvoboja se štapić pokoravao čarobnjaku A. Nakon prvog dvoboja se štapić počeo pokoravati čarobnjaku B, a nakon drugog čarobnjaku C. Treći dvoboj nije ništa promijenio.

Kiletu se jako svidio Nikolin zadatak sa čarobnjacima i štapićem (vidi zadatak *Elder*) pa je odlučio napraviti svoju verziju. Zamislio je da umjesto 26 čarobnjaka, postoji njih  $N$  označenih brojevima od 1 do  $N$  te da se među čarobnjacima mora održati  $M$  dvoboja. Moguće je da se isti dvoboj održi više puta.

Kao kod Nikole, ako se prije dvobašta štapić pokoravao gubitniku, nakon dvobašta pokoravat će se pobedniku.

Znamo li unaprijed za svaki dvoboj koji će se par čarobnjaka boriti i koji od njih će pobijediti te ako **možemo odabratи redoslijed** kojim će se odvijati dvoboji, Kileta zanima u čijim sve rukama može završiti štapić nakon **svih  $M$  dvobašta**.

Na početku se štapić pokorava čarobnjaku s oznakom 1.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku nalaze se brojevi  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ) i  $M$  ( $1 \leq M \leq 100\,000$ ).

U sljedećih  $M$  redaka nalaze se po dva broja  $X_i$  i  $Y_i$  ( $1 \leq X_i, Y_i \leq N, X_i \neq Y_i$ ). Čarobnjak  $X_i$  će se boriti sa čarobnjakom  $Y_i$  i pobijediti.

### IZLAZNI PODACI

U prvi i jedini redak ispišite  $N$  znakova. Znak na poziciji  $i$  jednak je '1' ako čarobnjak s oznakom  $i$  može vladati štapićem nakon svih  $M$  dvobašta, a '0' u suprotnom.

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednjima 20% bodova, vrijedit će  $1 \leq N, M \leq 10$ .

### PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
3 2	2 2	5 5
2 3	2 1	3 1
3 1	1 2	2 1
		4 3
		4 5
		2 5
izlaz	izlaz	izlaz
011	11	01110

#### Pojašnjenje prvog primjera:

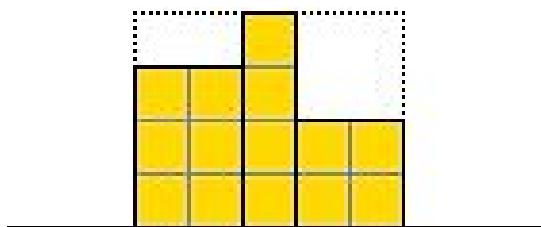
Ako se prvo bore 1 i 3 pa onda 2 i 3, štapić će završiti kod 2.

Ako se prvo bore 2 i 3 pa onda 1 i 3, štapić će završiti kod 3.

Kolonizacijski savez intergalaktičkih naroda (KSIN) odlučio je izgraditi grad na Marsu za  $K$  obitelji. Stoga je potrebno sagraditi ukupno  $K$  zgrada, po jednu za svaku obitelj. Za svaku obitelj bit će odabran jedan od  $N$  različitih nacrta za zgrade koje su pripremali najbolji svemirski arhitekti. Sve zgrade su pravokutnog oblika, a  $i$ -ta zgrada je široka  $W_i$  jedinica te visoka  $H_i$  jedinica. Dodatno, zbog raznolikosti koju promovira KSIN, sve obitelji dobit će međusobno **različite** nacrte.

Zgrade se grade jedna do druge i to tako da im donje stranice leže na istom pravcu. Nakon gradnje, grad je potrebno napuniti zrakom, pa će grad biti ograđen огромnim staklenim zidom koji će zadržavati zrak. Zid će također biti pravokutnog oblika sa stranicama paralelnima sa stranicama zgrada.

Budući da je održavanje zraka na Marsu skupo, vaš je zadatak da među raznim načinima da se nacrti rasporede obiteljima, odaberete onaj za koji će biti potrebna najmanja količina zraka (jedna jedinica zraka potrebna je da opskrbi kvadrat dimenzija  $1 \times 1$ ).



Moguć grad iz prvog primjera, za kojeg je potrebno samo 20 jedinica zraka.  
Odabrali smo ne-izgraditi zgradu širine 3.

### ULAZNI PODACI

U prvom retku ulaza nalaze se dva prirodna broja  $N$  i  $K$  iz teksta zadatka ( $1 \leq K \leq N \leq 1\,000\,000$ ). U sljedećih  $N$  redaka nalaze se po dva prirodna broja  $W_i$  i  $H_i$  ( $1 \leq W_i, H_i \leq 1\,000\,000$ ), redom širina i visina  $i$ -te zgrade. Svaki par zgrada bit će međusobno različitih dimenzija.

### IZLAZNI PODACI

U prvom retku ispišite najmanju potrebnu količinu zraka.

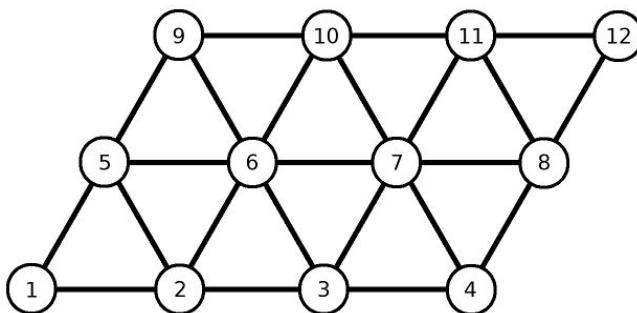
### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednjima 40 bodova  $N$  će biti manji ili jednak 1 000.

**PRIMJERI TEST PODATAKA**

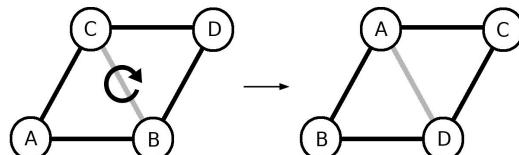
<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
4 3	3 3	4 1
2 3	1 1	6 4
2 2	3 3	4 5
1 4	2 2	19 1
3 2		3 6
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
20	18	18

Otkako je naučio slagati Rubikovu kocku, Jurica se zainteresirao i za druge slagalice tog tipa, a nedavno je i sam osmislio jednu enigmatsku igračku. Juričinu slagalicu možemo zamisliti kao trokutastu mrežu u obliku paralelograma čiji su vrhovi posloženi u  $N$  redaka i  $M$  stupaca. Redci su označeni brojevima od 1 do  $N$  odozdo prema gore, a stupci brojevima od 1 do  $M$  slijeva nadesno. Vrh je označen koordinatama  $(x, y)$  pri čemu je  $x$  oznaka retka, a  $y$  oznaka stupca. U svakom vrhu trokuta nalazi se jedinstveni broj između 1 i  $N \cdot M$ , a slagalica se smatra složenom kada se u prvom retku nalaze brojevi od 1 do  $M$  poredani slijeva nadesno, u drugom retku brojevi od  $M+1$  do  $2M$  u istom poretku, itd. Slika ispod prikazuje složenu slagalicu od 3 retka i 4 stupca.

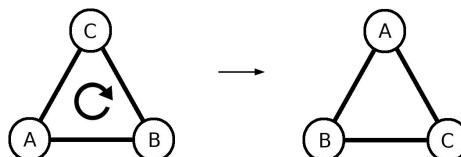


Izgled slagalice moguće je promijeniti na dva načina:

1. Odabirom jediničnog romba čiji su vrhovi određeni koordinatama  $(x, y)$ ,  $(x+1, y)$ ,  $(x+1, y+1)$  i  $(x, y+1)$  te rotacijom vrijednosti vrhova u smjeru kazaljke na satu.



2. Odabirom jediničnog jednakostraničnog trokuta čiji su vrhovi određeni koordinatama  $(x, y)$ ,  $(x+1, y)$  i  $(x, y+1)$  te rotacijom vrijednosti vrhova u smjeru kazaljke na satu.



Jednog dosadnog dana Jurica je promiješao slagalicu zapisavši pritom poteze koje je napravio na komad papira. Taj niz poteza nazvao je *megapotezom*, a primjenu megapoteza objasnio kao slijednu primjenu poteza zapisanih na papiru. Nakon toga, više puta je napravio isti megapotez. Ubrzo je uočio neobičnu pravilnost. Počevši od složene slagalice, nakon točno  $K$  megapoteza, slagalica će opet biti složena (prvi put od početka primjenjivanja megapoteza).

Za zadane brojeve  $N$ ,  $M$  i  $K$ , odredite postoji li megapotez kojim će Jurica nakon točno  $K$  ponavljanja tog megapoteza složiti slagalicu te, ako postoji, ispišite taj niz poteza. **Napomena:** rješenje nije nužno jedinstveno i ne mora biti optimalno u broju poteza, ali broj poteza je ograničen (vidi sekciju *Izlazni podaci*).

### ULAZNI PODACI

U jedinom retku ulaza nalaze se prirodni brojevi  $N$ ,  $M$  ( $2 \leq N, M \leq 100$ ) i  $K$  ( $2 \leq K \leq 10^{12}$ ), brojevi iz teksta zadatka.

### IZLAZNI PODACI

Ako ne postoji megapotez koji zadovoljava uvjete iz zadatka, u jedini redak ispišite -1.

Inače, u prvi redak ispišite broj poteza  $B$  ( $1 \leq B \leq 500\,000$ ), a u sljedećih  $B$  redaka poteze koje je Jurica zapisaо na papir. U svakom od  $B$  redaka potrebno je ispisati jedan potez u sljedećem obliku:

- “R  $x$   $y$ ” (bez navodnika) ako se radi o rotaciji romba (operacija 1), ili
- “T  $x$   $y$ ” (bez navodnika) ako se radi o rotaciji jednakostraničnog trokuta (operacija 2),

pri čemu koordinata  $(x, y)$  predstavlja donji lijevi vrh romba ili trokuta te vrijedi  $1 \leq x < N$  i  $1 \leq y < M$ .

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednima 40% bodova vrijedit će  $N, M \leq 3$  i  $K \leq 20$ .

### PRIMJERI TEST PODATAKA

<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>	<b>ulaz</b>
2 3 2	3 3 12	5 4 116
<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>	<b>izlaz</b>
5	3	-1
R 1 1	R 1 1	
R 1 1	T 2 2	
T 1 1	T 2 1	
T 1 1		
T 1 1		

Jedan protiv sto je kviz koji smo mogli pratiti na malim ekranima prije nekoliko godina. Za potrebe ovog zadatka ćemo malo pojednostaviti pravila kviza.

Natjecatelj odgovara na pitanja te pritom mora izbaciti 100 ljudi koji se natječu protiv njega. U svakom krugu svi odgovaraju na isto pitanje te su izbačeni oni koji su u tom krugu krivo odgovorili na pitanje. Količina novca koju natjecatelj koji uspije izbaciti svih 100 protivnika dobije jednaka je zbroju osvojenog novca po krugovima. U svakom krugu svi protivnici vrijede jednakost te ukupno vrijede 100 000 kuna. Osvojeni iznos u nekom krugu jednak je zbroju vrijednosti izbačenih ljudi u tom krugu. Na primjer, ako je u nekom krugu 10 protivnika, svaki od njih u tom krugu vrijedi 10 000 kuna ako je izbačen, pa će natjecatelj osvojiti 30 000 ako u tom krugu izbaci troje protivnika.

Prepostavimo da se kviz zove 1 protiv  $N$  (tj. natjecatelj se natječe protiv  $N$  ljudi) i da je Mirko M. uspio izbaciti sve protivnike u točno  $K$  krugova. Koji je maksimalni iznos koji je pritom mogao osvojiti?

### ULAZNI PODACI

U jedinom retku nalaze se prirodni brojevi  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\ 000$ ) i  $K$  ( $1 \leq K \leq N$ ), brojevi iz teksta zadatka.

### IZLAZNI PODACI

Ispišite maksimalan mogući iznos koji je Mirko M. mogao osvojiti **podijeljen sa 100 000**.

Vaš će se odgovor smatrati točnim ako je relativno ili absolutno odstupanje od službenog **najviše  $10^{-8}$** .

### BODOVANJE

U test podacima ukupno vrijednim 20 bodova vrijedit će  $N \leq 100$ .

U test podacima ukupno vrijednim dodatnih 45 bodova vrijedit će  $N \leq 3000$ .

### PRIMJERI TEST PODATAKA

ulaz	ulaz	ulaz
5 3	10 10	100 10
izlaz	izlaz	izlaz
2.100000000	2.928968254	4.590928516

#### Pojašnjenje prvog primjera:

Mirko M. igrao je protiv pet igrača koje je izbacio u tri kruga.

Da bi osvojio maksimalan mogući iznos, morao je prvo izbaciti tri protivnika te nakon toga još dvaput po jednog.

U tom slučaju osvojeni iznos bio bi jednak  $(3/5 + 1/2 + 1/1) \cdot 100\ 000 = 2.1 \cdot 100\ 000 = 210\ 000$  kuna.