

生日问题

如果不考虑闰年，并且假设出生日期的概率均相等，每个人的生日相互独立（即没有双胞胎），那么房间内的所有人中至少有两个人的生日在同一天概率是多少？

Solve:

一群人中有人生日在同一天概率等于1减去所有人生日均不同的概率。

- 第1个人在365天里面可以任选，他选择在哪天出生不会影响最后的概率
- 第2个人与第1个人生日不同的概率是 $\frac{364}{365}$
- 第3个人与第1、2个人生日不同的概率是 $\frac{363}{365}$
-
- 第n个..... $\frac{365-n+1}{365}$

因此，n个人中有人生日相同的概率为

$$1 - \left(\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{365 - n + 1}{365} \right)$$

Python求解:

```
c=1
for n in range(1,101,1):
    c=c*((365-n+1)/365)
    p=1-c
    print('有%d个人时，有人生日相同的概率: %0.10f' %(n,p))
```

输出结果:

```
有 1个人时，有人生日相同的概率: 0.0000000000
有 2个人时，有人生日相同的概率: 0.0027397260
有 3个人时，有人生日相同的概率: 0.0082041659
有 4个人时，有人生日相同的概率: 0.0163559125
有 5个人时，有人生日相同的概率: 0.0271355737
有 6个人时，有人生日相同的概率: 0.0404624836
有 7个人时，有人生日相同的概率: 0.0562357031
有 8个人时，有人生日相同的概率: 0.0743352924
有 9个人时，有人生日相同的概率: 0.0946238339
有 10个人时，有人生日相同的概率: 0.1169481777
有 11个人时，有人生日相同的概率: 0.1411413783
有 12个人时，有人生日相同的概率: 0.1670247888
有 13个人时，有人生日相同的概率: 0.1944102752
有 14个人时，有人生日相同的概率: 0.2231025120
有 15个人时，有人生日相同的概率: 0.2529013198
有 16个人时，有人生日相同的概率: 0.2836040053
有 17个人时，有人生日相同的概率: 0.3150076653
有 18个人时，有人生日相同的概率: 0.3469114179
有 19个人时，有人生日相同的概率: 0.3791185260
有 20个人时，有人生日相同的概率: 0.4114383836
有 21个人时，有人生日相同的概率: 0.4436883352
有 22个人时，有人生日相同的概率: 0.4756953077
有 23个人时，有人生日相同的概率: 0.5072972343
有 24个人时，有人生日相同的概率: 0.5383442579
```

有 25个人时, 有生日相同的概率: 0.5686997040
有 26个人时, 有生日相同的概率: 0.5982408201
有 27个人时, 有生日相同的概率: 0.6268592823
有 28个人时, 有生日相同的概率: 0.6544614723
有 29个人时, 有生日相同的概率: 0.6809685375
有 30个人时, 有生日相同的概率: 0.7063162427
有 31个人时, 有生日相同的概率: 0.7304546337
有 32个人时, 有生日相同的概率: 0.7533475279
有 33个人时, 有生日相同的概率: 0.7749718542
有 34个人时, 有生日相同的概率: 0.7953168646
有 35个人时, 有生日相同的概率: 0.8143832389
有 36个人时, 有生日相同的概率: 0.8321821064
有 37个人时, 有生日相同的概率: 0.8487340082
有 38个人时, 有生日相同的概率: 0.8640678211
有 39个人时, 有生日相同的概率: 0.8782196644
有 40个人时, 有生日相同的概率: 0.8912318098
有 41个人时, 有生日相同的概率: 0.9031516115
有 42个人时, 有生日相同的概率: 0.9140304716
有 43个人时, 有生日相同的概率: 0.9239228557
有 44个人时, 有生日相同的概率: 0.9328853686
有 45个人时, 有生日相同的概率: 0.9409758995
有 46个人时, 有生日相同的概率: 0.9482528434
有 47个人时, 有生日相同的概率: 0.9547744028
有 48个人时, 有生日相同的概率: 0.9605979729
有 49个人时, 有生日相同的概率: 0.9657796093
有 50个人时, 有生日相同的概率: 0.9703735796
有 51个人时, 有生日相同的概率: 0.9744319933
有 52个人时, 有生日相同的概率: 0.9780045093
有 53个人时, 有生日相同的概率: 0.9811381135
有 54个人时, 有生日相同的概率: 0.9838769628
有 55个人时, 有生日相同的概率: 0.9862622888
有 56个人时, 有生日相同的概率: 0.9883323549
有 57个人时, 有生日相同的概率: 0.9901224593
有 58个人时, 有生日相同的概率: 0.9916649794
有 59个人时, 有生日相同的概率: 0.9929894484
有 60个人时, 有生日相同的概率: 0.9941226609
有 61个人时, 有生日相同的概率: 0.9950887988
有 62个人时, 有生日相同的概率: 0.9959095749
有 63个人时, 有生日相同的概率: 0.9966043868
有 64个人时, 有生日相同的概率: 0.9971904790
有 65个人时, 有生日相同的概率: 0.9976831073
有 66个人时, 有生日相同的概率: 0.9980957046
有 67个人时, 有生日相同的概率: 0.9984400430
有 68个人时, 有生日相同的概率: 0.9987263913
有 69个人时, 有生日相同的概率: 0.9989636663
有 70个人时, 有生日相同的概率: 0.9991595760
有 71个人时, 有生日相同的概率: 0.9993207532
有 72个人时, 有生日相同的概率: 0.9994528806
有 73个人时, 有生日相同的概率: 0.9995608056
有 74个人时, 有生日相同的概率: 0.9996486444
有 75个人时, 有生日相同的概率: 0.9997198782
有 76个人时, 有生日相同的概率: 0.9997774375
有 77个人时, 有生日相同的概率: 0.9998237792
有 78个人时, 有生日相同的概率: 0.9998609546
有 79个人时, 有生日相同的概率: 0.9998906684
有 80个人时, 有生日相同的概率: 0.9999143319
有 81个人时, 有生日相同的概率: 0.9999331085
有 82个人时, 有生日相同的概率: 0.9999479529

有 83个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999596457
有 84个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999688221
有 85个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999759973
有 86个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999815870
有 87个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999859254
有 88个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999892802
有 89个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999918647
有 90个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999938484
有 91个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999953652
有 92个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999965207
有 93个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999973977
有 94个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999980607
有 95个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999985602
有 96个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999989349
有 97个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999992151
有 98个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999994237
有 99个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999995784
有100个人时, 有人生日相同的概率: 0.9999996928

我们可以观察到当有57个人的时候, 概率已经达到99%了, 可能性不可谓不高。

参考文献

(美)佩尔西·戴康尼斯,(美)布莱恩·斯科姆斯.十堂极简概率课[M].北京:中信出版社,2019.4