



组合数学

冯巾松

fengjinsong@tongji.edu.cn

课时

- 课时：36学时，每周2学时
- 教材：组合数学（第4版）
卢开澄 卢华明编著
清华大学出版社
- 成绩：
 - 平时：40分
 - 课后作业5次
 - 期末：60分





组合数学的应用范畴

- 从广义上讲，组合数学就是离散数学
- 组合数学研究满足一定条件下组合模型的情况：
 - 存在性：
 - 计数问题：
 - 有哪些？
 - 最优的？

组合数学与算法、密码学、编码理论、优化论、数据压缩等计算机问题密不可分



教材目录

- 第1章 排列与组合
- 第2章 递推关系与母函数
- 第3章 容斥原理与鸽巢原理
- 第4章 **Burnside**引理 与**Polya**定理
- 第5章 区组设计
- 第6章 线性规划
- 第7章 编码简介
- 第8章 组合算法简介

举例：幻方（Magic Square）

- 一个 $n \times n$ 方阵
- 其元素是1到 n^2 的正整数
- 每行、每列以及两条对角线的和都相等

比如这个三阶的幻方

举例：幻方（Magic Square）

- 3*3的幻方

4	9	2
3	5	7
8	1	6

幻方唯一吗？

4	9	2
3	5	7
8	1	6



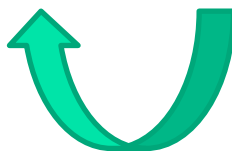
向右选
择90度
 α

8	3	4
1	5	9
6	7	2



向右选
择90度
 α^2

2	7	6
9	5	1
4	3	8



向右选
择90度
 α^3

6	1	8
7	5	3
2	9	4

还有其它方法吗？

4	9	2
3	5	7
8	1	6

对称变换

β

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

对称变换

γ

4	9	2
3	5	7
8	1	6

还有其它方法吗？

4	9	2
3	5	7
8	1	6

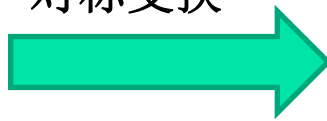
对称变换



4	3	8
9	5	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

对称变换



6	7	2
1	5	9
8	3	4



到此为止了？

幻方的处理是否还有其他的思路？

进一步思考

- 复合变换：

- 对称变换之间的二阶复合

$$\beta\gamma = \alpha^2$$


任何旋转变换均可以通过对称变换的复合得到！

- 对称变换与旋转变换的二阶复合

$$\alpha\beta = \phi$$

- 更高阶的复合变换

任何旋转变换和对称变换的复合运算不可能得到更新的结果！



你有什么收获？

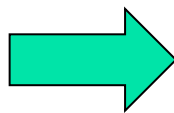
——列举

三阶幻方构造方法

			3	
	2	7	6	
1	9	5	1	9
	4	3	8	
			7	

四阶幻方构造方法

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16



1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16