小学奥数

我们首先可以可以发现假设我们选择的区间是 $[l,r]$，那么对应的和应该是 $n=\frac{(l+r)(r-l+1)}{2}$。

我们只需要找出 $2n=u\times v$ 并且保证 $u+v$ 是奇数，就能唯一确认一对 $[l,r]$。

所以问题转化为，忽略 2 因子后，因数为 n 的数最小是多少。

我们可以通过一个 dfs 来暴力因数分解 $n=\prod(\alpha_i+1)$，来得到一个数 $w=\prod p_i^{\alpha_i}$，然后我们通过 $\ln w=\sum\alpha_i\ln p_i$ 来比大小。这样我们就可以求出最小的数 w。

逻辑学家聚餐

我们设 n 个 $0/1$ 变量 x_i，第 i 个逻辑学家在 S 集合中则 $x_i=0$，在 T 中则 $x_{i+1}=1$。

那么 (i,j) 两个人在同一个集合中，即 $x_i+x_j+1 \bmod 2=1$。

对于第 i 个人，和他在同一个集合中的朋友数即为：

$$\sum_{j\in F}(x_i+x_j+1) \bmod 2$$

所以现在， 我们相当于有 n 个方程，问解的个数。

高斯消元，求出自由元的个数，即可得到答案。

基因突变

我们将这个问题看成：枚举某一个字符串 i，我们对于每一个位置 j，记录一下与 i 的第 j 位不同的字符串集合 S_j。

然后我们考虑多重集 $\bigcup S_j$ 是否等于 $k(\{1,2,\cdots,n\}\backslash i)$（即 $1\sim n$ 除了 i 每个数出现 k 次。）

对于这种多重集相等的问题，我们可以通过 集合 hash 的方式来进行判断。

即，我们对于集合 S，我们记录 $h(S)=\sum_{x\in S}base^x$ 为集合哈希函数，该哈希函数满足 $h(S\cup U)=h(S)+h(U)$。

至此，我们就在 $O(nm|\sigma|)$ 的复杂度将本题解决了。

灯塔

部分分有一些 n^3，n^2 的区间 dp。大概就是发现 $\max(h_i)$ 是不会改变的，最高点没有必要继续拔高。所以可以列出 dp：$\mathrm{dp}[l][r]$ 表示将 $[l,r]$ 提到 $\max(h_i)$，并且合法最少的代价。

正解的话，我们首先建出大根的笛卡尔树，考虑为了合法，对于 x 及其子树，我们必须要从 x 的左右子树里“拔高”至少一个点使其达到 h_x。

一个想法是拔高 3 个肯定不如拔高 2 个。因为 h_x 不需要那么多就可以合法，可以通过归纳严谨的说明。那么可以直接设dp状态 $f[x][c],0\le c\le 2$ 表示 x 子树内，钦定 c 个点向上“拔高”，并且子树内合法的最小代价，转移就是枚举左右两个子树向上的数量即可。

综上，复杂度是线性。