

2024 洛谷网校秋令营提高组

模拟赛

第二试

时间：2024 年 10 月 6 日 14:00 ~ 18:00

题目名称	图论题	数据结构题	博弈题	计数题
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	graph	data	game	count
可执行文件名	graph	data	game	count
输入文件名	graph.in	data.in	game.in	count.in
输出文件名	graph.out	data.out	game.out	count.out
每个测试点时限	1.0 秒	3.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	20	10	10	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	graph.cpp	data.cpp	game.cpp	count.cpp
-----------	-----------	----------	----------	-----------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

图论题 (graph)

【题目背景】

本套试题不保证试题名称与试题做法存在关联。

【题目描述】

给定一张 n 个点 m 条边的带权无向连通图。
你要找到一条从 1 到 n 的路径，满足路径经过的所有边的按位或的结果最小。
你只需要输出最小的按位或的结果即可。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。
第一行两个整数 n, m ，表示图的点数和边数。
接下来 m 行，每行三个整数 u_i, v_i, w_i ，表示一条连接 u_i 和 v_i 的边。

【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。
一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 4 5
2 1 2 3
3 2 3 4
4 3 4 5
5 1 3 5
6 2 4 6
```

【样例 1 输出】

```
1 5
```

【样例 2】

见选手目录下的 `graph/graph2.in` 与 `graph/graph2.ans`。

【样例 3】

见选手目录下的 *graph/graph3.in* 与 *graph/graph3.ans*。

【子任务】

- 对于前 10% 的数据, $n \leq 10$, $m \leq 20$, $w_i < 2^{16}$ 。
- 对于前 40% 的数据, $n \leq 1000$, $m \leq 2000$, $w_i < 2^{31}$ 。
- 对于另外 20% 的数据, $m = n$ 。

对于 100% 的数据, $2 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq m \leq 5 \times 10^5$, $1 \leq u_i, v_i \leq n$, $0 \leq w_i < 2^{63}$, 保证图是连通图。图中可能存在重边, 也可能存在自环。

数据结构题 (data)

【题目背景】

请注意本题不寻常的时间限制。

【题目描述】

小珂是个科学家，她正在进行她的科研项目。

这天，小珂渴了，想喝饮料。她突然想起自己还有一些化学试剂，所以打算自己配饮料（请勿模仿此行为）。

小珂找到了 n 种不同的试剂。由于小珂很粗心，没有给试剂贴标签，所以她并不知道每种试剂的成分是什么。因此，小珂将这些试剂分别编号为 $1 \sim n$ 。小珂打算从其中选两种不同的试剂配饮料。

为了配出可口的饮料，小珂需要知道每种试剂的可口度。小珂把所有试剂都尝了一口（请勿模仿此行为），得出了试剂 i 的可口度为 v_i 。

化学反应是非常危险的，为了保证安全，小珂给每种试剂规定了用量范围。试剂 i 的用量可以是 $l_i \sim r_i$ 的任意整数。两种试剂反应后的总量是两种试剂的用量之和，而反应后的试剂的可口度，为两种试剂的可口度的乘积。

现在，小珂想知道，所有配出来总量为 k 的不同饮料的可口度之和是多少。

两种饮料不同当且仅当配成两种饮料的试剂中有一者或两者不同，或两种试剂的用量不同。

小珂会问 m 个这样的问题，你只需要对每个问题，告诉她答案对 998 244 353 取模后的结果即可。

【输入格式】

从文件 `data.in` 中读入数据。

第一行两个正整数 n, m ，表示试剂数量和询问个数。

第二行到第 $n + 1$ 行，每行三个正整数。第 $i + 1$ 行的三个正整数为 v_i, l_i, r_i ，分别表示第 i 种试剂的可口度、用量下限和用量上限。保证 $l_i \leq r_i$ 。

第 $n + 2$ 行 m 个正整数 k_1, k_2, \dots, k_m ，表示 m 个询问。

【输出格式】

输出到文件 `data.out` 中。

输出共 m 行，每行一个非负整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 2 1
2 1 2 3
3 2 1 3
4 5
```

【样例 1 输出】

```
1 4
```

【样例 1 解释】

只能选用试剂 1 和试剂 2 配饮料。有两种配法，用量分别为 2,3 和 3,2，每种配法的可口度为 2，所以答案为 4。

【样例 2】

见选手目录下的 *data/data2.in* 与 *data/data2.ans*。

【子任务】

- 对于 20% 的数据， $1 \leq n, l_i, r_i \leq 233$ 。
- 对于另外 20% 的数据， $m = 1$ 。
- 对于另外 30% 的数据， $1 \leq l_i, r_i \leq 2 \times 10^5$ 。

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 5000$ ， $1 \leq m \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq v_i \leq 998\,244\,352$ ， $1 \leq l_i, r_i \leq 10^7$ ， $1 \leq k_i \leq 2 \times 10^7$ 。

博弈题 (game)

【题目描述】

小缘和小愛在玩一个游戏。

小缘有一个长度为 n 的排列 a_1, a_2, \dots, a_n 。

小愛每次会给出 i, j ，小缘要回答 a_i 和 a_j 哪个更大。

小愛的目标是确定 $n - 1$ 所在的位置，即找到 x 满足 $a_x = n - 1$ 。

为了让游戏更简单，小缘给小愛放了一些水。小缘事先给出了 m 对关系，每对关系形如 x, y ，表示 $a_x > a_y$ 。

小缘希望小愛的提问次数尽可能多，因此在每次回答小愛的问题时，小缘可以任意改变排列。不过，为了不露馅，小缘需要保证当前的排列符合事先给出的 m 对关系，以及这之前小缘对小愛的询问的回答。

小愛希望自己的提问次数尽可能少。小缘和小愛都很聪明，她们总会采取最优策略。小愛想知道她需要多少次询问才能完成游戏。

【输入格式】

从文件 `game.in` 中读入数据。

第一行两个整数 n, m ，表示排列的长度，以及小缘事先告诉小愛的信息条数。

接下来 m 行，每行两个整数 x, y ，表示 $a_x > a_y$ 。

【输出格式】

输出到文件 `game.out` 中。

一行一个整数表示小愛需要的询问次数。

【样例 1 输入】

```
1 4 2
2 1 2
3 4 3
```

【样例 1 输出】

```
1 2
```

【样例 1 解释】

第一次，小愛提问 1 4。

若 $a_1 > a_4$ ，则小愛再次提问 2 4，其中较大的那个就是答案。

若 $a_4 > a_1$ ，则小愛再次提问 1 3，其中较大的那个就是答案。

这样只需要两次提问就可以确定答案。可以证明，不存在比这个方案更优的方案。

【样例 2】

见选手目录下的 `game/game2.in` 与 `game/game2.ans`。

【样例 3】

见选手目录下的 `game/game3.in` 与 `game/game3.ans`。

【样例 3 解释】

该样例满足以下条件：

- 任意两条事先告知的消息的 x 值不同。
- 每个位置都在事先告知的消息中出现过。

【子任务】

- 对于 10% 的数据， $n \leq 5$ 。
- 对于 30% 的数据， $n, m \leq 300$ 。
- 对于另外 10% 的数据，保证任意两条事先告知的消息的 x 值不同。
- 对于另外 10% 的数据，保证任意两条事先告知的消息的 y 值不同。
- 对于另外 10% 的数据，保证每个位置都在事先告知的消息中出现过。

对于 100% 的数据， $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$ ， $x \neq y$ ，保证存在一种符合所有消息的排列，保证同一条消息不会出现两次。

计数题 (count)

【题目描述】

有一棵神奇的果树，果树上有 n 个结点，并以 1 号结点为根。

称结点 u 在以 v 为根的子树中，当且仅当 u 到根结点的路径上包含 v 。

这棵果树的神奇之处在于，它能同时结出三种不同的果子：苹果、桃子、梨。

又到了丰收的季节，果树的每个结点上都会恰好结出一个果子。根据多年的观察，你知道这棵果树结果时的一些特性：

- 如果一个结点上结的是苹果，那么以这个结点为根的子树中，苹果的数量不会超过 a 个。
- 如果一个结点上结的是桃子，那么以这个结点为根的子树中，桃子的数量不会超过 b 个。
- 如果一个结点上结的是梨，那么以这个结点为根的子树中，梨的数量不会超过 c 个。

你现在想知道，有多少种不同的结果方案。两种方案不同，当且仅当存在一个结点，它们结的果子的种类不同。方便起见，你只需要求出方案数对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

【输入格式】

从文件 `count.in` 中读入数据。

第一行三个整数 n, a, b, c 。

第二行到第 n 行，每行两个整数 u, v ，表示果树上连接结点 u 和 v 的一条边。保证输入的是一棵树。

【输出格式】

输出到文件 `count.out` 中。

一行一个整数表示方案数对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
1 3 1 1 1
2 1 2
3 1 3
```

【样例 1 输出】

```
1 12
```


【样例 2 输入】

```
1 8 2 1 3
2 2 1
3 4 1
4 5 4
5 7 4
6 3 2
7 4 6
8 8 4
```

【样例 2 输出】

```
1 760
```

【样例 3】

见选手目录下的 *count/count3.in* 与 *count/count3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下的 *count/count4.in* 与 *count/count4.ans*。

【样例 4 解释】

该样例满足性质 A。

【子任务】

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 500$ ， $0 \leq a, b, c \leq n$ ， $1 \leq u, v \leq n$ ，保证输入的是一棵树。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1,2	10	无
3,4,5,6	100	无
7,8,9,10	300	无
11,12	500	$c = 0$
13,14	500	$c = n$
15	500	性质 A
16,17	500	性质 B
18,19,20	500	无

- 性质 A: 对任意 $i = 2, 3, \dots, n$, 存在连接 $i - 1$ 与 i 的边。
- 性质 B: 对任意 $i = 2, 3, \dots, n$, 存在连接 $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$ 与 i 的边。