

预习报告		实验记录		分析讨论		总成绩	
25		30		25		80	
专业：		物理学		年级：		2022 级	
姓名：		戴鹏辉		学号：		2344016	
日期：		2024/4/15		教师签名：			

CB2 偏振光实验

【实验报告注意事项】

- (1) 实验报告由三部分组成：
- (1) 预习报告：（提前一周）认真研读实验讲义，弄清实验原理；实验所需的仪器设备、用具及其使用（强烈建议到实验室预习），完成课前预习思考题；了解实验需要测量的物理量，并根据要求提前准备实验记录表格（第一循环实验已由教师提供模板，可以打印）。预习成绩低于 10 分（共 20 分）者不能做实验。
- (2) 实验记录：认真、客观记录实验条件、实验过程中的现象以及数据。实验记录请用珠笔或者钢笔书写并签名（**用铅笔记录的被认为无效**）。**保持原始记录，包括写错删除部分，如因误记需要修改记录，必须按规范修改。**（不得输入电脑打印，但可扫描手记后打印扫描件）；离开前请实验教师检查记录并签名。
- (3) 分析讨论：处理实验原始数据（学习仪器使用类型的实验除外），对数据的可靠性和合理性进行分析；按规范呈现数据和结果（图、表），包括数据、图表按顺序编号及其引用；分析物理现象（含回答实验思考题，写出问题思考过程，必要时按规范引用数据）；最后得出结论。

实验报告就是将预习报告、实验记录、和数据处理与分析合起来，加上本页封面。

- (2) 每次完成实验后的一周内交**实验报告**（特殊情况不能超过两周）。
- (3) 实验报告注意事项
- i. 实验中不要用手触摸镜片，以免弄脏镜片；
  - ii. 避免直视光源，注意光源表面高温；
  - iii. 注意用电安全。

目录

1 CB2 偏振光实验 预习报告 3

1.1 实验目的 3

1.2 仪器用具 3

1.3 原理概述 3

1.3.1 偏振光的产生 3

1.3.2 介质的各向异性 4

1.4 实验前思考题 5

2 XXX XXXXXXXXXXXX 实验记录 6

2.1 实验内容和步骤 6

2.1.1 实验一测量光栅常数 6

2.1.2 实验二测定未知光波波长及角色散率  $D$  7

2.2 实验过程中遇到的问题记录 8

3 XXX XXXXXXXXXXXX 分析与讨论 9

3.1 实验数据分析 9

3.1.1 实验一测量光栅常数 9

3.1.2 实验二测定未知光波波长及角色散率  $D$  10

3.2 实验后思考题 11

参考文献 13

Appendices 13

.1 代码记录 13

.2 常用命令展示 14

# CB2 偏振光实验 预习报告

## 1.1 实验目的

- (1) 理解偏振光的基本概念，了解线偏振光、椭圆偏振光和圆偏振光。
- (2) 分析偏振光产生的三种方法：吸收、反射和散射。
- (3) 了解在各向异性材料介质中光波的传播，学习偏振光通过各向异性介质后，产生的“相位延迟”（ $\lambda/2$  波片和  $\lambda/4$  波片）。

## 1.2 仪器用具

编号	仪器用具名称	数量	主要参数（型号，测量范围，测量精度等）
1	光功率计	1	
2	白光光源		
3	光学导轨		
4	光学测角台		
6	偏振片	3	
7	半波片	1	
8	1/4 波片	2	

## 1.3 原理概述

### 1.3.1 偏振光的产生

- (1) 吸收法起偏：偏振片

偏振片是一种光学元件，通过将普通光转换为偏振光来实现选择性透过。它由特殊材料制成，内部结构呈现有序排列的纤维状物质。当普通光进入偏振片时，它会沿着偏振片内部纤维状结构的方向进行振动。只有与这个方向相同的光才能透过偏振片，而与这个方向垂直的光则被吸收或转换成其他形式的能量。

与之相关的马吕斯定律是一条关于偏振光的重要定律。它描述了偏振光透过偏振片后的强度变化。

基本概念：马吕斯定律指出，强度为  $I_0$  的线偏振光，透过检偏片后，透射光的强度（不考虑吸收）为：

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

其中， $\theta$  是入射线偏振光的光振动方向和偏振片偏振化方向之间的夹角。

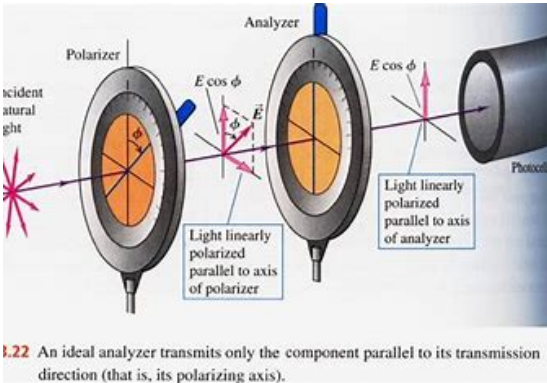
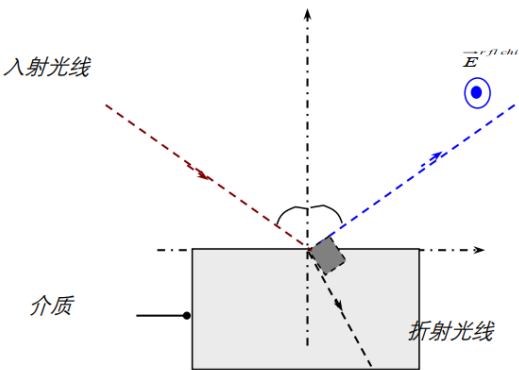


图 1: 马吕斯定律示意图

(2) 玻璃反射起偏

- i. 当自然光从一个介质到另一个介质的分界面上反射或折射时，反射光和折射光的偏振性质与入射光不同。
- ii. 反射光中垂直振动强于平行振动，折射光中平行振动强于垂直振动。
- iii. 特别地，当入射角是 Brewster 角时，反射光只有垂直于入射面的振动，也就是线偏振光，无平行振动。振幅反射系数的平行分量为： $r_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$ ，则当  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$  时， $r_{\parallel} = 0$ ，由斯涅尔定律得  $n_i \sin \theta_1 = n_t \sin \theta_t = n_t \sin(\pi/2 - \theta_i) \rightarrow \tan \theta_b = \frac{n_t}{n_i}$



(3) 散射起偏

- i. 物质微粒对光的反射和折射会产生散射现象。
- ii. 散射光也是横波，振动垂直于传播方向。
- iii. 自然光经过散射后，不同方向的散射光具有不同的偏振性，包括线偏振光和部分偏振光。
- iv. 当散射微粒的大小小于光波波长  $\lambda$  可被视为产生瑞利散射。瑞利散射的电磁辐射功率  $P_{Ray} \propto \frac{1}{\lambda^4}$ ，因此，“蓝”光散射比“红”光更强烈。

1.3.2 介质的各向异性

晶体介质的折射率与光波的偏振方向有关，是各向异性的。当晶体介质的折射率在两个方向上不同时，分别记作  $n_x$  和  $n_y$ ，且  $n_x > n_y$  时，可以定义两个方向上的相位速度  $c_x$  和  $c_y$ ，其中  $c_x < c_y$ 。晶体中的 x

轴被称为慢轴，y 轴被称为快轴。在晶体中，一条折射线总符合普通的折射定律，称作寻常光（或 o 光），而另一条折射线不遵守普通的折射定律，称作非常光（或 e 光）。o 光和 e 光都是偏振光，且两光束的振动方向相互垂直。

因为通过该偏振片导致的光程差为： $\delta = (n_x - n_y)d$ 。d 为偏振片厚度。

- (1)  $\lambda/2$  波片指，对于一个给定的波长  $\lambda$  平行光正入射波晶片时，o 光和 e 光的光程差  $\delta = \frac{\lambda}{2}$ 。另外， $\lambda/2$  波片是对特定的 波长的光通过，否则没有任何意义。

若线偏振光经过  $\lambda/2$  波片，出射光还是线偏振光，但相对于 o 轴或 e 轴对称。特别的，平行于 o 轴或 e 轴入射的偏振光，经过波片后方向保持不变。

若椭圆偏振光经过  $\lambda/2$  波片，出射光仍是椭圆偏振光，但旋转方向相反。

- (2)  $\lambda/4$  波片指，对于一个给定的波长  $\lambda$  平行光正入射波晶片时，o 光和 e 光的光程差  $\delta = \frac{\lambda}{4}$ 。同样的， $\lambda/4$  波片是对特定的 波长的光通过，否则没有任何意义。

线偏振光通过  $\lambda/4$  波片后，当入射角为  $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $270^\circ$  时，出射光仍然是线偏振光。

当入射角为  $45^\circ$ 、 $135^\circ$ 、 $225^\circ$ 、 $315^\circ$  时，出射光变为圆偏振光。

对于其他入射角度，出射光为椭圆偏振光。

## 1.4 实验前思考题

### 思考题 1.1：解释什么是“瑞利散射”？

瑞利散射是指当光线与物质中的微小颗粒（比如气体、液滴或者固体微粒）相互作用时，由于颗粒尺寸远小于光波长，光波在颗粒表面的散射现象。这种散射是光波与颗粒表面的无规则碰撞结果，使得原本直行的光线方向发生改变，呈现出向各个方向均匀散射的特点。

瑞利散射的强度和波长的四次方成反比，因此瑞利散射对于较短波长（如紫外线和蓝光）的光更为显著。这也是为什么蓝天看起来比较亮，因为大气中的气体分子对蓝色光的瑞利散射比其他波长的光更有效。

### 思考题 1.2：举例说明瑞利散射。

举例来说，太阳光穿过大气层时会发生瑞利散射，使得来自各个方向的光线在空气中散射并抵达地面。这就是为什么在白天天空是蓝色的原因，因为蓝光的波长较短，更容易被大气中的气体分子所散射，而其他波长的光则被散射得更少，因此天空呈现出蓝色调。

专业:	物理学	年级:	2022 级
姓名:	戴鹏辉	学号:	22344016
室温:	xx°C	实验地点:	A508
学生签名:		评分:	
实验时间:	2024/xx/xx	教师签名:	

XXX XXXXXXXXXXXX 实验记录

2.1 实验内容和步骤

2.1.1 实验一测量光栅常数

该实验使用（已知谱线波长为  $\lambda = 589.4nm$  的）低压钠灯为光源

- (1) 望远镜聚焦于无穷远（既能接受平行光），然后平行光管产生平行光，使平行光管和望远镜的光轴都垂直仪器的转轴，随后调整光栅平面与平行光管光轴垂直，光栅的刻痕与仪器转轴平行。
- (2) 打开钠灯电源，照亮狭缝，记录主极亮的位置，即望远镜分化板竖直线与零级光谱（即平行光管狭缝像）重合时的位置，这个位置就是上一步中调节好了的位置。记下此时刻度盘两窗口的读数；
- (3) 把望远镜向零级光谱的一边转动（如向右），直到看到一级光谱中的黄线，并使它与分化板垂直线重合。记下刻度盘两窗口读数，计算出衍射角；继续原方向转到望远镜，并在二级光谱中找到该谱线再做同样的测量；
- (4) 把望远镜往零级光谱的另一边转动（刚才向右，现在则向左），做步骤（2）中相同测量；
- (5) 把光栅法线左右两边所测同级光谱中的两个衍射角求平均后代入光栅衍射公式，求光栅常数。要求两个值之差不能超过  $10'$ ，否则，应重新调节入射光与光栅面垂直。最后求一、二级谱线测得的光栅常数  $d$  的平均值及其实验不确定度。

	主极亮位置	+1 级	+2 级
左窗口	08°15	358°05	347°37
右窗口	188°16	178°08	167°39
		-1 级	-2 级
左窗口		18°25	29°03
右窗口		198°27	209°03

表 1: 实验一测量数据

2.1.2 实验二测定未知光波波长及角色散率  $D$

以汞灯为光源，按上面方法测出各级光谱的衍射角，计算出它们的波长。然后计算角色散率及不确定度。（实际实验中测量了蓝、绿、黄三色的谱线）

	主极亮位置	+1 级	+2 级	+1 级	+2 级	+1 级	+2 级
左窗口	08°14	00°45	353°06	358°51	349°12	358°16	348°03
右窗口	188°15	180°45	173°08	178°53	169°13	178°16	168°04
		-1 级	-2 级	-1 级	-2 级	-1 级	-2 级
左窗口		15°46	23°27	17°44	27°25	18°14	28°37
右窗口		195°47	203°27	197°43	207°25	198°16	208°38
		蓝色		绿色		黄色	

表 2: 实验数据

DATE: PAGE: 2023.10.12

光栅常数及光波波长的测量结果

1. 测量光栅常数

主极亮位置	+1 级	-1 级
左窗口 8°15'	178°51' 358°5' (-360°)	198°27' 18°25'
右窗口 188°16'	358°5' (-360°) 178°8'	198°27'

	+2 级	-2 级
左	347°37' (-360°)	27°3'
右	167°39'	207°5'

2. 测量未知光波波长及角色散率  $D$

主极亮位置	+1 级	+2 级	-1 级	-2 级
左 8°14'	00°45'	353°6' (-360°)	15°46'	28°27' (蓝)
右 188°15'	180°45'	173°8'	195°47'	203°27' 493.3nm
左	358°51' (-360°)	349°12' (-360°)	17°44'	27°25' (绿)
右	178°53'	169°13'	197°43'	207°25' 540.3nm
左	358°16' (-360°)	348°3' (-360°)	18°14'	28°37' (黄)
右	178°16'	168°4'	198°16'	208°38' 576.5nm

实验观测中有两条谱线，  
间隔相近，则近似为 1 条

彭旭东 2023.10.12

MULLA

图 2: 原始实验数据

## 2.2 实验过程中遇到的问题记录

- (1) 测量过程中，弯游标在转动过程中可能越过 0 刻度线，应当在计算时注意修正。
- (2) 在使用钠灯或汞灯观测黄色谱线时，理论上应存在两条，但由于分辨率问题，或二者在实际观测中距离较近，不易区分，则当作一条谱线，实际测量时，目镜中的垂直叉丝对准两谱线平均位置。
- (3) 在使用汞灯测量谱线时，理论上应存在紫色谱线（波长  $\lambda = 404.7\text{nm}$ ），但其强度较弱，实际观测中很难观测到，则略去，只测量蓝、绿、黄三色（即亮度最亮的三条）谱线。
- (4) 在目镜中观察时，有些谱线亮度较低，被环境光所影响导致难以观察，可以使用挡板遮挡部分环境光，使得观察更加容易。
- (5) 注意调节平行光管进光狭缝宽度至合适值，若其宽度过宽，则谱线宽度也会过宽，会降低谱线的分辨率和对比度；若其宽度过窄，会导致入射光强度减弱，使得谱线亮度不足，难以观察和测量。



专业：	物理学	年级：	2022 级
姓名：	戴鹏辉	学号：	22344016
日期：	2024/xx/xx	评分：	

XXX

XXXXXXXXXX

分析与讨论

3.1 实验数据分析

3.1.1 实验一测量光栅常数

由表 1 中的数据，可计算得到各级衍射条纹的衍射角，如下表所示

$\varphi_{+1}$	$\varphi_{+2}$	$\varphi_{-1}$	$\varphi_{-2}$
10°09	20°37	10°10	20°47

则可由正负级衍射角计算平均值，并根据光栅衍射公式  $k\lambda = d \sin \varphi$ ，计算光栅常数，其中钠灯的谱线已知，取  $\lambda = 589.4nm$ ，则计算结果如下表所示

$\varphi_1$	$\varphi_2$	
10°09	20°42	
$d_1$	$d_2$	$\bar{d}$
$3.344 \times 10^{-6}m$	$3.334 \times 10^{-6}m$	$3.339 \times 10^{-6}m$

下面计算不确定度：

(1) 角度的重复测量引起的标准不确定度分量  $u_1$ ,

$$u_1 = \sqrt{\sum (\left|\frac{\partial d}{\partial \varphi_i}\right| \sigma_i)^2} = 4.55 \times 10^{-8}m$$

(2) 仪器的示值误差引起的标准不确定度分量  $u_2$ ，由分光计游标最小分度值 1'，按照均匀分布考虑

$$u_2 = \sqrt{\sum (\left|\frac{\partial d}{\partial \varphi_i}\right| \sigma_i)^2} = 1.99 \times 10^{-7}m$$

(3) 合成不确定度

$$u_c = \sqrt{\sum (u_i)^2} = 2.04 \times 10^{-7}m$$

(4) 展伸不确定度

考虑正态分布，取置信概率为 95%，查表得包含因子  $k = 1.96$   
则最终测量结果表示为  $d = \bar{d} \pm ku_c = (3.34 \pm 0.40) \times 10^{-6}m$

### 分析误差来源

- (1) 可能是由于光栅本身的刻线不均匀，或者刻线与仪器转轴不平行，导致不同级次之间的测量数据计算所得结果之间有较大误差；这是仪器本身的系统误差，无法消除，只能通过更换质量更好的光栅来避免。
- (2) 平行光管进光狭缝的宽度可能过宽，使得入射谱线的宽度也变宽，则会降低谱线的分辨率和对比度，使得测量衍射角时不准确，从而影响计算结果。

### 3.1.2 实验二测定未知光波波长及角色散率 D

根据表 2 数据，重复实验一中的处理操作，计算正负级衍射角，计算平均值，并根据光栅衍射公式  $k\lambda = d \sin \varphi$ ，计算不同衍射谱线对应光波波长，式中光栅常数取实验一中的计算结果  $d = 3.34 \times 10^{-6}m$ ，则计算结果如下表所示

颜色	蓝色 (b)	绿色 (g)	黄色 (y)
$\varphi_{+1}$	07°29	09°22	09°58
$\varphi_{+2}$	15°07	19°02	20°11
$\varphi_{-1}$	07°32	09°29	10°00
$\varphi_{-2}$	15°12	19°10	20°23
$\varphi_1$	07°30	09°25	09°59
$\varphi_2$	15°10	19°06	20°17
$\lambda_1$	435.83nm	546.30nm	578.86nm
$\lambda_2$	436.79nm	546.29nm	578.75nm
$\bar{\lambda}$	436.31nm	546.30nm	578.80nm

下面计算不确定度：

- (1) 角度的重复测量引起的标准不确定度分量  $u_1$ ,

$$u_{b1} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 0.402nm$$

$$u_{g1} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 1.14nm$$

$$u_{y1} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 1.36nm$$

- (2) 仪器的示值误差引起的标准不确定度分量  $u_2$ ，  
由分光计游标最小分度值  $1'$ ，按照均匀分布考虑

$$u_{b2} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 0.10nm$$

$$u_{g2} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 0.13nm$$

$$u_{y2} = \sqrt{\sum \left( \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \right| \sigma_i \right)^2} = 0.14nm$$

(3) 合成不确定度

$$u_{cb} = \sqrt{\sum (u_i)^2} = 0.41nm \quad u_{cg} = \sqrt{\sum (u_i)^2} = 1.15nm \quad u_{cy} = \sqrt{\sum (u_i)^2} = 1.36nm$$

(4) 展伸不确定度考虑正态分布，取置信概率为 95%，查表得包含因子  $k = 1.96$   
则最终测量结果表示为

$$\lambda_b = (436.31 \pm 0.41)nm \quad \lambda_g = (546.30 \pm 1.15)nm \quad \lambda_y = (578.80 \pm 1.36)nm$$

将各谱线波长计算值与标准值比较（预习报告中所查得的数据），计算各谱线波长的相对误差（计算黄光谱线相对误差时，参考值取两条黄光谱线的平均波长），得到

$$\eta_b = \left| \frac{435.8 - 436.31}{435.8} \right| \times 100\% = 0.117\%$$

$$\eta_g = \left| \frac{546.1 - 546.30}{546.1} \right| \times 100\% = 0.037\%$$

$$\eta_y = \left| \frac{578.05 - 578.80}{578.05} \right| \times 100\% = 0.130\%$$

下面计算角色散率，根据角色散率公式  $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}$ ，由上表数据计算得

颜色	蓝色	绿色	黄色
D1	$2.98 \times 10^5 m^{-1}$	$2.99 \times 10^5 m^{-1}$	$3.00 \times 10^5 m^{-1}$
D2	$6.11 \times 10^5 m^{-1}$	$6.24 \times 10^5 m^{-1}$	$6.29 \times 10^5 m^{-1}$

下面计算角色散率的不确定度，重复上面的操作，最终包含不确定度结果如下表所示

颜色	蓝色	绿色	黄色
D1	$2.98 \pm 0.002 \times 10^5 m^{-1}$	$2.99 \pm 0.03 \times 10^5 m^{-1}$	$3.00 \pm 0.01 \times 10^5 m^{-1}$
D2	$6.11 \pm 0.07 \times 10^5 m^{-1}$	$6.24 \pm 0.004 \times 10^5 m^{-1}$	$6.29 \pm 0.10 \times 10^5 m^{-1}$

分析误差来源：

- (1) 观察数据可发现，在测量 2 级谱线时，正负级衍射角的差偏大，个别数据甚至超过了  $10'$ （由于超过  $10'$  的数据是最后一组测量数据，故没有及时发现），说明光栅并未完全与平行光管光轴垂直，存在一个小角度偏差，引入了一定的系统误差。
- (2) 平行光管进光狭缝的宽度可能过宽，使得入射谱线的宽度也变宽，则会降低谱线的分辨率和对比度，使得测量衍射角时不准确，从而影响计算结果。

### 3.2 实验后思考题

**思考题 3.1:** 检索文献，列举三种测量光波波长的方法，给出参考文献列表。

通过查阅资料，我找到了以下几种可以测量光波波长的方法：

- (1) 双棱镜干涉法，它利用双棱镜将单色光分成两束相干光，然后在屏幕上形成干涉条纹。通过测量条纹间距和双棱镜的夹角，可以计算出光波的波长。[1][2]
- (2) 傅里叶红外光谱仪法，它利用傅里叶变换将单色光的干涉信号转换为频率域的信号，然后通过测量信号的频率，可以计算出光波的波长。[3][4]
- (3) 激光多普勒干涉法，该方法利用激光束与一个高速旋转的多面棱镜发生多普勒效应，产生频率变化的干涉信号。通过测量干涉信号的频率差，即可求得激光波长。[5]

参考文献列表：



图 3: 原始实验数据

# Appendices

## .1 代码记录

Listing 1: 代码记录示例

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 # Data for plotting
5 t = np.arange(0.0, 2.0, 0.01)
6 s = 1 + np.sin(2 * np.pi * t)
7
8 fig, ax = plt.subplots()
9 ax.plot(t, s)
10
11 ax.set(xlabel='time (s)', ylabel='voltage (mV)',
12        title='About as simple as it gets, folks')
13 ax.grid()
14
15 fig.savefig("test.png")
16 plt.show()
```

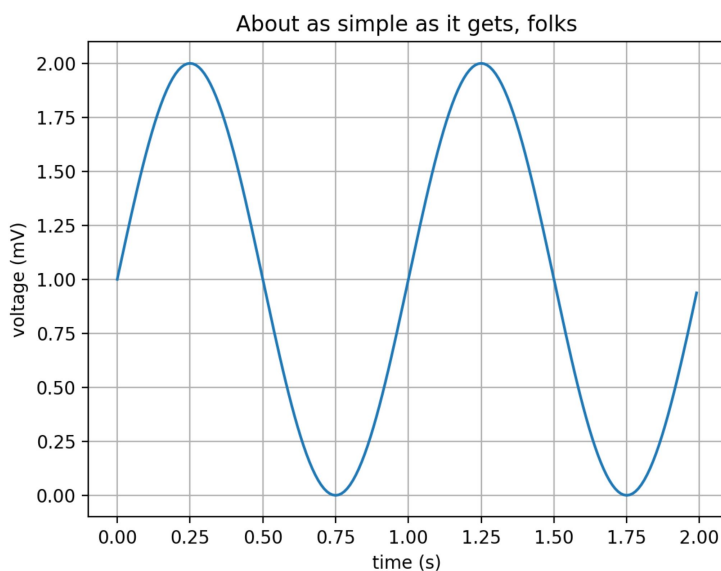


图 4: Test Figure

## .2 常用命令展示

这部分将展示其他常用命令。

### 颜色设置

- 赤橙黄绿青蓝紫
- 谁持彩练当空舞

### 字号设置

- (1) 江晚正愁余
- (2) 江晚正愁余
- (3) 江晚正愁余
- (4) 江晚正愁余
- (5) 江晚正愁余
- (6) 江晚正愁余
- (7) 江晚正愁余

### 字体设置（中文）

- (1) 宋体：山有扶苏，隰有荷华
- (2) 仿宋：山有扶苏，隰有荷华
- (3) 黑体：山有扶苏，隰有荷华
- (4) 楷书：山有扶苏，隰有荷华

### Set font(English)

- (1) roman: Hello world!
- (2) sans-serif: Hello world!
- (3) typewriter: Hello world!

## 公式

无编号公式

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_\theta}[G_t] = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) V^\pi(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) Q^\pi(s, a)$$

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_\theta}[G_t] = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) V^\pi(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) Q^\pi(s, a)$$

有编号公式

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_\theta}[G_t] = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) V^\pi(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) Q^\pi(s, a) \quad (1)$$

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_\theta}[G_t] = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) V^\pi(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) Q^\pi(s, a) \quad (2)$$

波尔文积分

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \\ \int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x} \frac{\sin(x/3)}{x/3} dx = \frac{\pi}{2} \\ \dots \\ \int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x} \frac{\sin(x/3)}{x/3} \dots \frac{\sin(x/13)}{x/13} dx = \frac{\pi}{2} \\ \int_0^\infty \frac{\sin(x)}{x} \frac{\sin(x/3)}{x/3} \dots \frac{\sin(x/15)}{x/15} dx = \frac{467807924713440738696537864469}{935615849440640907310521750000} \pi \end{array} \right.$$

多行对齐公式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta_k} J(\theta) &= \frac{\partial}{\partial \theta_k} \left[ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \log(1 + e^{-y^{(i)} \theta^T x^{(i)}}) \right] \\ &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{1}{1 + e^{-y^{(i)} \theta^T x^{(i)}}} y^{(i)} x_k^{(i)} \\ &= -\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m h_\theta(-y^{(i)} x^{(i)}) y^{(i)} x_k^{(i)} \end{aligned}$$

## 引用

对公式的引用，如(3)

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_\theta}[G_t] = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) V^\pi(s) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d^\pi(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) Q^\pi(s, a) \quad (3)$$

对图像的引用，如图 5



图 5: 测试图片

对表格的引用，如表 3

表 3: 一个空表格


表格

tabular 可以自己更改宽度

表 4: 一个空表格


tabularx 可以自适应宽度

表 5: 一个空表格
