Laboratorium 2 - sprawozdanie

Zofia Tarchalska

1 Zadanie 1

Optymalizacja dostaw paliwa

1. Opis modelu

Zmienna decyzyjna:

- $x_{s,a}$ - ilość jednostek paliwa dostarczona przez dostawcę s na lotnisko a [jednostki paliwa]

Ograniczenia:

- Dostawca nie może dostarczyć więcej niż jego maksymalna dostępność:

$$\sum_{a \in A_s} x_{s,a} \leq \text{supply}_s \quad \forall s \in S$$

  gdzie S to zbiór wszystkich dostawców

- Każde lotnisko musi otrzymać dokładnie tyle paliwa, ile potrzebuje:

$$\sum_{s \in S_a} x_{s,a} = \text{demand}_a \quad \forall a \in A$$

  gdzie A to zbiór wszystkich lotnisk

- Dostawy są możliwe tylko dla dozwolonych par (s, a).

Funkcja celu:

$$\min \sum_{(s,a) \in D} c_{s,a} \cdot x_{s,a}$$

gdzie:

- $c_{s,a}$ - koszt jednostkowy zakupu i dostawy paliwa od dostawcy s na lotnisko a [zł/jednostkę]
- D - zbiór dozwolonych par dostawca - lotnisko

2. Opis danych i wyników

Dane wejściowe zostały wczytane z pliku `data_ex1.json`. Uwzględniono:

- 3 dostawców paliwa o dostępności: 275000, 550000, 660000 jednostek
- 4 lotniska o zapotrzebowaniu: 110000, 220000, 330000, 440000 jednostek
- Koszty dostawy zależne od pary dostawca - lotnisko

Model został rozwiązany za pomocą solvera GLPK. Uzyskano wyniki:

```
Min cost: 8.525e6

Company F1, limit = 275000
Supplier F1 → Airport L1: 0.0
Supplier F1 → Airport L2: 165000.0
Supplier F1 → Airport L3: 0.0
Supplier F1 → Airport L4: 110000.0

F1 delivered 275000.0 in total.

Company F2, limit = 550000
Supplier F2 → Airport L1: 110000.0
Supplier F2 → Airport L2: 55000.0
Supplier F2 → Airport L3: 0.0
Supplier F2 → Airport L4: 0.0

F2 delivered 165000.0 in total.

Company F3, limit = 660000
Supplier F3 → Airport L1: 0.0
Supplier F3 → Airport L2: 0.0
Supplier F3 → Airport L3: 330000.0
Supplier F3 → Airport L4: 330000.0

F3 delivered 660000.0 in total.
```

Wnioski

Okazuje się że minimalny koszt wynosi 8525000. Optymalny plan dostaw wskazuje, ile jednostek paliwa należy zakupić od każdego dostawcy i dostarczyć na każde lotnisko, aby spełnić zapotrzebowanie przy minimalnym koszcie. Wyniki są zgodne z ograniczeniami dostępności. Zauważmy, że nie wszystkie firmy muszą dostarczyć paliwo, aby otrzymać optymalne rozwiązanie. Jednak aż dwie firmy F1 i F3 wyczerpały możliwości dostaw (wysłały wszystko co mogły).

2 Zadanie 2

Optymalizacja produkcji w fabryce

1. Opis modelu

- **Zmienna decyzyjna:**

  x_p – Liczba kilogramów produktu $p \in P$ wyprodukowana w danym tygodniu [kg]

- **Ograniczenia:**

  - Ograniczenia czasowe dla każdej maszyny $m \in M$:

    $$\sum_{p \in P} t_{p,m} \cdot x_p \leq T_m \quad \forall m \in M$$

    gdzie:

    * $t_{p,m}$ – liczba godzin pracy maszyny m potrzebna do wyprodukowania 1 kg produktu p
    * T_m – maksymalna liczba godzin pracy maszyny m w tygodniu

  - Ograniczenia popytu dla każdego produktu $p \in P$:

    $$x_p \leq D_p \quad \forall p \in P$$

    gdzie:

    * D_p – maksymalny tygodniowy popyt na produkt p

- **Funkcja celu:**

  $$\max \sum_{p \in P} \left(r_p - c_p - \sum_{m \in M} w_m \cdot t_{p,m} \right) \cdot x_p$$

  gdzie:

  - r_p – cena sprzedaży 1 kg produktu p [zł/kg]
  - c_p – koszt materiałowy produkcji 1 kg produktu p [zł/kg]
  - w_m – koszt pracy maszyny m [zł/godz.]
  - $t_{p,m}$ – liczba godzin pracy maszyny m na 1 kg produktu p

Wynik działania solvera:

```
Optimal production strategy:
Product P1: 125.0 kg
Product P2: 100.0 kg
Product P3: 150.0 kg
Product P4: 500.0 kg

Max profit: 3632.5 zł
```

Wnioski

Model określa optymalną ilość produkcji każdego z produktów, uwzględniając ograniczenia czasowe maszyn oraz maksymalny popyt. Funkcja celu maksymalizuje zysk, który uwzględnia przychód ze sprzedaży, koszt materiałowy oraz koszt pracy maszyn. Okazuje sie, że wszystkie produkty oprócz $P1$ należy wyprodukować w liczbie równej maksymalnemu popytowi. Najwyższy możliwy zysk to 3632.5 zł.