Sprawozdanie laboratorium lista 3 - obliczenia naukowe

Zofia Tarchalska, indeks: 279699

1 Zadania 1-3

Celem zadań jest oprogramowanie funkcji, które będą obliczały miejsca zerowe na 3 różne sposoby. Należało umieścić je w jednym module. Funkcje zwracają:

- r - przybliżenie pierwiastka funkcji,
- v - wartość f(r),
- it - liczba wykonanych operacji,
- err - sygnalizacja błędu, różne wartości dla różnych błędów w zależności od zadania i specyficznych ograniczeń każdej z funkcji.

1.1 Zadanie 1

Zaimplementowanie funckji rozwiązującej $f(x) = 0$ metodą bisekcji. Wymaga ona aby:

- funckja f była ciągła na przedziale $[a, b]$, w którym szukamy miejsca zerowego,
- oraz żeby miała różne znaki wartości na końcach przedziału, czyli $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Argumenty funckji:

- $f(x)$ - funkcja
- a, b - początek i koniec przedziału początkowego,
- δ - dokładność w argumentach,
- ϵ - dokładność w wartościach funkcji.

Sposób działania

Konsekwentnie dzielimy przedział na pół. Jeśli trafimy na wartość równą 0 - znaleźliśmy rozwiązanie. W przeciwnym razie wybieramy podprzedział, w którym wartości funkcji na krańcach mają przeciwne znaki.

1.2 Zadanie 2

W tym zadaniu zaimplementowana funkcja wylicza miejsca zerowe metodą Newtona. Funkcja musi spełniać poniższe wymagania:

- jest określona,
- jest ciągła,
- pierwsza pochodna $f'(x)$ jest różna od zera.

Argumenty funkcji:

- $f(x)$ i $f'(x)$, czyli funkcja oraz jej pochodna,
- x_0 - przybliżenie początkowe,
- δ, ϵ - dokładności obliczeń, tak samo jak zdefiniowane powyżej,
- maxit - maksymalna dopuszczalna liczba operacji.

Sposób działania

Jest to metoda iteracyjna. Zaczynamy od przybliżenia początkowego x_0 i w każdej iteracji zastępujemy funkcję jej styczną w punkcie x_i, wyznaczając przecięcie tej stycznej z osią OX jako nowe przybliżenie x_{1+1}.

1.3 Zadanie 3

W tym zadaniu, do obliczenia miejsc zerowych funkcji, należy posłużyć się metodą siecznych. Funkcja musi spełniać poniższe warunki:

- jest ciągła,
- $f(a) \cdot f(b) < 0$
- pierwsza pochodna $f'(x)$ jest różna od zera. Nie istnieje zatem minimum lub maksimum lokalne. Ten warunek gwarantuje nam, iż sieczna nie będzie równoległa do osi OX, co uniemożliwiłoby wyznaczenie jej punktu przecięcia z tą osią.

Jako argumenty funkcji podane są:

- f - funkcja,
- x_0, x_1 - przybliżenia krańców przedziału, w którym na pewno znajduje się miejsce zerowe,
- δ, ϵ - dokładności obliczeń, tak samo jak zdefiniowane w zadaniu 1,
- maxit - maksymalna dopuszczalna liczba iteracji

Sposób działania

Jest to metoda iteracyjna, która przybliża krzywą funkcji na każdym kroku sieczną przechodzącą przez dwa ostatnie przybliżenia i przyjmuje przecięcie tej siecznej z osią OX jako nowe przybliżenie. Działa podobnie jak w zadaniu drugim tylko tutaj pomijamy potrzebę używania jawnego wzoru na pochodną.
Oto wzór:

$$x_i = x_{i-1} - f(x_{i-1}) \cdot \frac{x_{i-1} - x_{i-2}}{f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})}$$