

Laboratorium 2 - sprawozdanie

Zofia Tarchalska

1 Zadanie 1

Optymalizacja dostaw paliwa

1. Opis modelu

Zmienna decyzyjna:

- $x_{s,a}$ - ilość jednostek paliwa dostarczona przez dostawcę s na lotnisko a [jednostki paliwa]

Ograniczenia:

- Dostawca nie może dostarczyć więcej niż jego maksymalna dostępność:

$$\sum_{a \in A_s} x_{s,a} \leq \text{supply}_s \quad \forall s \in S$$

gdzie S to zbiór wszystkich dostawców

- Każde lotnisko musi otrzymać dokładnie tyle paliwa, ile potrzebuje:

$$\sum_{s \in S_a} x_{s,a} = \text{demand}_a \quad \forall a \in A$$

gdzie A to zbiór wszystkich lotnisk

- Dostawy są możliwe tylko dla dozwolonych par (s, a) .

Funkcja celu:

$$\min \sum_{(s,a) \in D} c_{s,a} \cdot x_{s,a}$$

gdzie:

- $c_{s,a}$ - koszt jednostkowy zakupu i dostawy paliwa od dostawcy s na lotnisko a [zł/jednostkę]
- D - zbiór dozwolonych par dostawca - lotnisko

2. Opis danych i wyników

Dane wejściowe zostały wczytane z pliku `data_ex1.json`. Uwzględniono:

- 3 dostawców paliwa o dostępności: 275000, 550000, 660000 jednostek
- 4 lotniska o zapotrzebowaniu: 110000, 220000, 330000, 440000 jednostek
- Koszty dostawy zależne od pary dostawca - lotnisko

Model został rozwiązany za pomocą solvera GLPK. Uzyskano wyniki:

Min cost: 8.525e6

Company F1, limit = 275000
Supplier F1 → Airport L1: 0.0
Supplier F1 → Airport L2: 165000.0
Supplier F1 → Airport L3: 0.0
Supplier F1 → Airport L4: 110000.0

F1 delivered 275000.0 in total.

Company F2, limit = 550000
Supplier F2 → Airport L1: 110000.0
Supplier F2 → Airport L2: 55000.0
Supplier F2 → Airport L3: 0.0
Supplier F2 → Airport L4: 0.0

F2 delivered 165000.0 in total.

Company F3, limit = 660000
Supplier F3 → Airport L1: 0.0
Supplier F3 → Airport L2: 0.0
Supplier F3 → Airport L3: 330000.0
Supplier F3 → Airport L4: 330000.0

F3 delivered 660000.0 in total.

Wnioski

Okazuje się że minimalny koszt wynosi 8525000. Optymalny plan dostaw wskazuje, ile jednostek paliwa należy zakupić od każdego dostawcy i dostarczyć na każde lotnisko, aby spełnić zapotrzebowanie przy minimalnym koszcie. Wyniki są zgodne z ograniczeniami dostępności. Zauważmy, że nie wszystkie firmy muszą dostarczyć paliwo, aby otrzymać optymalne rozwiązanie. Jednak aż dwie firmy F1 i F3 wyczerpały możliwości dostaw (wysłały wszystko co mogły).

2 Zadanie 2

Optymalizacja produkcji w fabryce

1. Opis modelu

- **Zmienna decyzyjna:**

x_p – Liczba kilogramów produktu $p \in P$ wyprodukowana w danym tygodniu [kg]

- **Ograniczenia:**

- Ograniczenia czasowe dla każdej maszyny $m \in M$:

$$\sum_{p \in P} t_{p,m} \cdot x_p \leq T_m \quad \forall m \in M$$

gdzie:

- * $t_{p,m}$ – liczba godzin pracy maszyny m potrzebna do wyprodukowania 1 kg produktu p
- * T_m – maksymalna liczba godzin pracy maszyny m w tygodniu
- Ograniczenia popytu dla każdego produktu $p \in P$:

$$x_p \leq D_p \quad \forall p \in P$$

gdzie:

- * D_p – maksymalny tygodniowy popyt na produkt p

- **Funkcja celu:**

$$\max \sum_{p \in P} \left(r_p - c_p - \sum_{m \in M} w_m \cdot t_{p,m} \right) \cdot x_p$$

gdzie:

- r_p – cena sprzedaży 1 kg produktu p [zł/kg]
- c_p – koszt materiałowy produkcji 1 kg produktu p [zł/kg]
- w_m – koszt pracy maszyny m [zł/godz.]
- $t_{p,m}$ – liczba godzin pracy maszyny m na 1 kg produktu p

Wynik działania solvera:

Optimal production strategy:

Product P1: 125.0 kg

Product P2: 100.0 kg

Product P3: 150.0 kg

Product P4: 500.0 kg

Max profit: 3632.5 zł

Wnioski

Model określa optymalną ilość produkcji każdego z produktów, uwzględniając ograniczenia czasowe maszyn oraz maksymalny popyt. Funkcja celu maksymalizuje zysk, który uwzględnia przychód ze sprzedaży, koszt materiałowy oraz koszt pracy maszyn. Okazuje się, że wszystkie produkty oprócz *P1* należy wyprodukować w liczbie równej maksymalnemu popytowi. Najwyższy możliwy zysk to 3632.5 zł.

3 Zadanie 3

3.1 Opis modelu

(a) Zmienne decyzyjne

- x_normal_j – liczba jednostek wyprodukowanych w okresie j w trybie normalnym [jednostki]
- x_extra_j – liczba jednostek wyprodukowanych w okresie j w trybie ponadwymiarowym [jednostki]
- x_stored_j – liczba jednostek magazynowanych po okresie j [jednostki]

(b) Ograniczenia

- Produkcja normalna w każdym okresie nie może przekroczyć 100 jednostek:

$$x_normal_j \leq 100$$

- Produkcja ponadwymiarowa w każdym okresie nie może przekroczyć limitu a_j :

$$x_extra_j \leq a_j$$

- Liczba jednostek magazynowanych po każdym okresie nie może przekroczyć 70:

$$x_stored_j \leq 70$$

- Bilans zapasów w każdym okresie musi spełniać:

$$x_normal_j + x_extra_j + x_stored_{j-1} = d_j + x_stored_j$$

gdzie $s_0 = 15$ to początkowy stan magazynu, a d_j to zapotrzebowanie w danym okresie

(c) Funkcja celu

$$\min \sum_{j=1}^4 (c_j \cdot x_normal_j + o_j \cdot x_extra_j + s_{cost} \cdot x_stored_j)$$

gdzie:

- c_j – koszt jednostkowy produkcji normalnej w okresie j [zł]
- o_j – koszt jednostkowy produkcji ponadwymiarowej w okresie j [zł]
- s_{cost} – koszt magazynowania jednej jednostki przez jeden okres [zł]

3.2 Opis danych i interpretacja wyników

Rozważany przypadek obejmuje 4 kolejne okresy produkcyjne. W każdym okresie firma może wyprodukować do 100 jednostek w trybie normalnym oraz dodatkowe jednostki w trybie ponadwymiarowym (zgodnie z limitem a_j). Popyt d_j oraz koszty c_j , o_j są znane dla każdego okresu. Firma może magazynować do 70 jednostek między okresami, przy początkowym stanie magazynu równym 15 jednostek.

Uzyskany plan produkcji

Production plan:

Period J1:

```
normal production = 100.0
additional_production = 15.0
stored= 0.0
```

Period J2:

```
normal production = 100.0
additional_production = 50.0
stored= 70.0
```

Period J3:

```
normal production = 100.0
additional_production = 0.0
stored= 45.0
```

Period J4:
normal production = 100.0
additional_production = 50.0
stored= 0.0

Min cost: 3.8425e6

3.3 Wnioski

- Minimalny łączny koszt produkcji i magazynowania wynosi 3 842 500 zł.
- Produkcja ponadwymiarowa została zaplanowana w okresach J1, J2 oraz J4.
- Magazyn osiągnął maksymalną pojemność (70 jednostek) w okresie J2.

4 Zadanie 5

Optymalny przydział radiowozów

4.1 Opis modelu

- x_{ij} – liczba radiowozów przypisana do dzielnicy i podczas zmiany j [szt.]

Ograniczenia

- Dla każdej dzielnicy i i zmiany j :

$$\min_{ij} \leq x_{ij} \leq \max_{ij}$$

- Dla każdej zmiany j :

$$\sum_i x_{ij} \geq r_j$$

- Dla każdej dzielnicy i :

$$\sum_j x_{ij} \geq d_i$$

Funkcja celu

$$\min \sum_{i,j} x_{ij}$$

czyli minimalizacja całkowitej liczby radiowozów.

4.2 Wyniki i interpretacja

District p1
Shift s1: 2.0
Shift s2: 7.0
Shift s3: 5.0

District p2
Shift s1: 3.0
Shift s2: 6.0
Shift s3: 7.0

District p3
Shift s1: 5.0
Shift s2: 7.0
Shift s3: 6.0

Min number of vehicles: 48.0

4.3 Wnioski

- Łączna liczba radiowozów: 48
- Wszystkie wymagania dotyczące minimalnych i maksymalnych przydziałów zostały spełnione.
- Przydział jest efektywny i zgodny z przepisami dla każdej zmiany i dzielnicy.