

# Laboratorium 2 - sprawozdanie

Zofia Tarchalska

## 1 Zadanie 1

Optymalizacja dostaw paliwa

### 1. Opis modelu

**Zmienna decyzyjna:**

- $x_{s,a}$  - ilość jednostek paliwa dostarczona przez dostawcę  $s$  na lotnisko  $a$  [jednostki paliwa]

**Ograniczenia:**

- Dostawca nie może dostarczyć więcej niż jego maksymalna dostępność:

$$\sum_{a \in A_s} x_{s,a} \leq \text{supply}_s \quad \forall s \in S$$

gdzie  $S$  to zbiór wszystkich dostawców

- Każde lotnisko musi otrzymać dokładnie tyle paliwa, ile potrzebuje:

$$\sum_{s \in S_a} x_{s,a} = \text{demand}_a \quad \forall a \in A$$

gdzie  $A$  to zbiór wszystkich lotnisk

- Dostawy są możliwe tylko dla dozwolonych par  $(s, a)$ .

**Funkcja celu:**

$$\min \sum_{(s,a) \in D} c_{s,a} \cdot x_{s,a}$$

gdzie:

- $c_{s,a}$  - koszt jednostkowy zakupu i dostawy paliwa od dostawcy  $s$  na lotnisko  $a$  [zł/jednostkę]
- $D$  - zbiór dozwolonych par dostawca - lotnisko

## 2. Opis danych i wyników

Dane wejściowe zostały wczytane z pliku `data_ex1.json`. Uwzględniono:

- 3 dostawców paliwa o dostępności: 275000, 550000, 660000 jednostek
- 4 lotniska o zapotrzebowaniu: 110000, 220000, 330000, 440000 jednostek
- Koszty dostawy zależne od pary dostawca - lotnisko

Model został rozwiązyany za pomocą solvera GLPK. Uzyskano wyniki:

Min cost: 8.525e6

```
Company F1, limit = 275000
Supplier F1 → Airport L1: 0.0
Supplier F1 → Airport L2: 165000.0
Supplier F1 → Airport L3: 0.0
Supplier F1 → Airport L4: 110000.0
```

F1 delivered 275000.0 in total.

```
Company F2, limit = 550000
Supplier F2 → Airport L1: 110000.0
Supplier F2 → Airport L2: 55000.0
Supplier F2 → Airport L3: 0.0
Supplier F2 → Airport L4: 0.0
```

F2 delivered 165000.0 in total.

```
Company F3, limit = 660000
Supplier F3 → Airport L1: 0.0
Supplier F3 → Airport L2: 0.0
Supplier F3 → Airport L3: 330000.0
Supplier F3 → Airport L4: 330000.0
```

F3 delivered 660000.0 in total.

### Wnioski

Okazuje się że minimalny koszt wynosi 8525000. Optymalny plan dostaw wskazuje, ile jednostek paliwa należy zakupić od każdego dostawcy i dostarczyć na każde lotnisko, aby spełnić zapotrzebowanie przy minimalnym koszcie. Wyniki są zgodne z ograniczeniami dostępności. Zauważmy, że nie wszystkie firmy muszą dostarczyć paliwo, aby otrzymać optymalne rozwiązanie. Jednak aż dwie firmy F1 i F3 wyczerpały możliwości dostaw (wysłały wszystko co mogły).

## 2 Zadanie 2

Optymalizacja produkcji w fabryce

### 1. Opis modelu

- **Zmienna decyzyjna:**

$x_p$  – Liczba kilogramów produktu  $p \in P$  wyprodukowana w danym tygodniu [kg]

- **Ograniczenia:**

– Ograniczenia czasowe dla każdej maszyny  $m \in M$ :

$$\sum_{p \in P} t_{p,m} \cdot x_p \leq T_m \quad \forall m \in M$$

gdzie:

\*  $t_{p,m}$  – liczba godzin pracy maszyny  $m$  potrzebna do wyprodukowania 1 kg produktu  $p$

\*  $T_m$  – maksymalna liczba godzin pracy maszyny  $m$  w tygodniu

– Ograniczenia popytu dla każdego produktu  $p \in P$ :

$$x_p \leq D_p \quad \forall p \in P$$

gdzie:

\*  $D_p$  – maksymalny tygodniowy popyt na produkt  $p$

- **Funkcja celu:**

$$\max \sum_{p \in P} \left( r_p - c_p - \sum_{m \in M} w_m \cdot t_{p,m} \right) \cdot x_p$$

gdzie:

–  $r_p$  – cena sprzedaży 1 kg produktu  $p$  [zł/kg]

–  $c_p$  – koszt materiałowy produkcji 1 kg produktu  $p$  [zł/kg]

–  $w_m$  – koszt pracy maszyny  $m$  [zł/godz.]

–  $t_{p,m}$  – liczba godzin pracy maszyny  $m$  na 1 kg produktu  $p$

Wynik działania solvera:

Optimal production strategy:

Product P1: 125.0 kg

Product P2: 100.0 kg

Product P3: 150.0 kg

Product P4: 500.0 kg

Max profit: 3632.5 zł

## Wnioski

Model określa optymalną ilość produkcji każdego z produktów, uwzględniając ograniczenia czasowe maszyn oraz maksymalny popyt. Funkcja celu maksymalizuje zysk, który uwzględnia przychód ze sprzedaży, koszt materiałowy oraz koszt pracy maszyn. Okazuje się, że wszystkie produkty oprócz  $P1$  należy wyprodukować w liczbie równej maksymalnemu popytowi. Najwyższy możliwy zysk to 3632.5 zł.

## 3 Zadanie 3

### 3.1 Opis modelu

#### (a) Zmienne decyzyjne

- $x_{normal_j}$  – liczba jednostek wyprodukowanych w okresie  $j$  w trybie normalnym [jednostki]
- $x_{extra_j}$  – liczba jednostek wyprodukowanych w okresie  $j$  w trybie ponadwymiarowym [jednostki]
- $x_{stored_j}$  – liczba jednostek magazynowanych po okresie  $j$  [jednostki]

#### (b) Ograniczenia

- Produkcja normalna w każdym okresie nie może przekroczyć 100 jednostek:

$$x_{normal_j} \leq 100$$

- Produkcja ponadwymiarowa w każdym okresie nie może przekroczyć limitu  $a_j$ :

$$x_{extra_j} \leq a_j$$

- Liczba jednostek magazynowanych po każdym okresie nie może przekroczyć 70:

$$x_{stored_j} \leq 70$$

- Bilans zapasów w każdym okresie musi spełniać:

$$x_{\text{normal}}_j + x_{\text{extra}}_j + x_{\text{stored}}_{j-1} = d_j + x_{\text{stored}}_j$$

gdzie  $s_0 = 15$  to początkowy stan magazynu, a  $d_j$  to zapotrzebowanie danym okresie

### (c) Funkcja celu

$$\min \sum_{j=1}^4 (c_j \cdot x_{\text{normal}}_j + o_j \cdot x_{\text{extra}}_j + s_{\text{cost}} \cdot x_{\text{stored}}_j)$$

gdzie:

- $c_j$  – koszt jednostkowy produkcji normalnej w okresie  $j$  [zł]
- $o_j$  – koszt jednostkowy produkcji ponadwymiarowej w okresie  $j$  [zł]
- $s_{\text{cost}}$  – koszt magazynowania jednej jednostki przez jeden okres [zł]

## 3.2 Opis danych i interpretacja wyników

Rozważany przypadek obejmuje 4 kolejne okresy produkcyjne. W każdym okresie firma może wyprodukować do 100 jednostek w trybie normalnym oraz dodatkowe jednostki w trybie ponadwymiarowym (zgodnie z limitem  $a_j$ ). Popyt  $d_j$  oraz koszty  $c_j$ ,  $o_j$  są znane dla każdego okresu. Firma może magazynować do 70 jednostek między okresami, przy początkowym stanie magazynu równym 15 jednostek.

### Uzyskany plan produkcji

Production plan:

```
Period J1:  
normal production = 100.0  
additional_production = 15.0  
stored= 0.0
```

```
Period J2:  
normal production = 100.0  
additional_production = 50.0  
stored= 70.0
```

```
Period J3:  
normal production = 100.0  
additional_production = 0.0  
stored= 45.0
```

```

Period J4:
normal production = 100.0
additional_production = 50.0
stored= 0.0

```

Min cost: 3.8425e6

### 3.3 Wnioski

- Minimalny łączny koszt produkcji i magazynowania wynosi 3 842 500 zł.
- Produkcja ponadwymiarowa została zaplanowana w okresach J1, J2 oraz J4.
- Magazyn osiągnął maksymalną pojemność (70 jednostek) w okresie J2.

## 4 Zadanie 5

Optymalny przydział radiowozów

### 4.1 Opis modelu

- $x_{ij}$  – liczba radiowozów przypisana do dzielnicy  $i$  podczas zmiany  $j$  [szt.]

#### Ograniczenia

- Dla każdej dzielnicy  $i$  i zmiany  $j$ :

$$\min_{ij} \leq x_{ij} \leq \max_{ij}$$

- Dla każdej zmiany  $j$ :

$$\sum_i x_{ij} \geq r_j$$

- Dla każdej dzielnicy  $i$ :

$$\sum_j x_{ij} \geq d_i$$

#### Funkcja celu

$$\min \sum_{i,j} x_{ij}$$

czyli minimalizacja całkowitej liczby radiowozów.

## 4.2 Wyniki i interpretacja

District p1

Shift s1: 2.0

Shift s2: 7.0

Shift s3: 5.0

District p2

Shift s1: 3.0

Shift s2: 6.0

Shift s3: 7.0

District p3

Shift s1: 5.0

Shift s2: 7.0

Shift s3: 6.0

Min number of vehicles: 48.0

## 4.3 Wnioski

- Łączna liczba radiowozów: 48
- Wszystkie wymagania dotyczące minimalnych i maksymalnych przydziałów zostały spełnione.
- Przydział jest efektywny i zgodny z przepisami dla każdej zmiany i dzielnic.