

# Analüütiline Mehaanika kodutöö 2

Taavi Tammaru

Oktoober 2023

## Ülesanne 1

Teame, et kiirendus mööda kaldpinda on

$$a = g \sin(\alpha)$$

tuletame meelde sirgjoonel liikumisvõrrandit

$$x + x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

$$a = g \sin(\alpha)$$

Seega uus taandatud liikumisvõrrand on:

$$x = \frac{1}{2} g \sin(\alpha) t^2$$

$$t^2 = \frac{2x}{g \sin(\alpha)}$$

Thalese teoreemi kohaselt on nurk ACB täisnurkne. Seega saame avaldada külje AC külje AB kaudu:

$$\sin(\alpha) = \frac{AC}{AB}$$

$$AC = \sin(\alpha) AB$$

$$AB = 2L$$

$$AC = \sin(\alpha) 2L$$

asendades selle liikumisvalemisse saame:

$$t^2 = \frac{2(\sin(\alpha)2L)}{g\sin(\alpha)}$$

$$t^2 = \frac{4L\sin(\alpha)}{g\sin(\alpha)}$$

$$t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Nagu soovitud, ringi teise punkti jõudmise aeg ei sõltu kaldenurgast. □

Kui liikumine algab paigalseisust punktis C ning lõpeb ringjoone madalaimas punktis B siis jääb aeg samaks sest esineb aanloogne loogika:

$$a = g\cos(\alpha)$$

$$CB = \cos(\alpha)2L$$

$$t^2 = \frac{4L\cos(\alpha)}{g\cos(\alpha)}$$

Koosinus alfad taanduvad ja võtame mõlemast poolest ruutjuure.

$$t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

□

## Ülesanne 2

ei jäänud aega kahjuks

## Ülesanne 3

Tuletame Snell'i seaduse faktist, et valgus valib alati kõige kiirema tee punktist A punkti B minekul. Kirjutame ümber kulunud aja valemi, asendades  $x_2 = S - x_1$ . Lisaks võtame  $y_1 = y_2 = 1$  sest y-telje skaala siin ülesandes midagi ei muuda.

$$T = \frac{\sqrt{x_1^2 + 1}}{v_1} + \frac{\sqrt{(S - x_1)^2 + 1}}{v_2}$$

Nüüd võtame tuletise sellest valemist funktsioonist ja saame:

$$T' = \frac{x_1}{v_1\sqrt{x_1^2 + 1}} + \frac{x_1 - S}{v_2\sqrt{S^2 - 2Sx_1 + x_1^2 + 1}}$$

Nüüd paneme tuletise võrduma nulliga, et leida miinimum punkti ja saame:

$$x_1 v_2 \sqrt{S^2 - 2Sx_1 + x_1^2 + 1} = (-x_1 + S)v_1 \sqrt{x_1^2 + 1}$$

$$x_1 v_2 \sqrt{(S - x_1)^2 + 1} = x_2 v_1 \sqrt{x_1^2 + 1}$$

Teeme natuke ümber tõstmist ja saame kujule

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + 1}} * \frac{1}{v_1} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + 1}} * \frac{1}{v_2}$$

Peale vaadates näeme, et tänu pythagorose teoreemile on see sama mis Snelli valem

$$\frac{\sin(\theta_1)}{v_1} = \frac{\sin(\theta_2)}{v_2}$$

□