

## Praktilise töö protokoll nr. 8

Nimi ja eesnimi	Taavi Tammaru	Tööle lubatud	07.05.2024
Eriala	Füüsika	Aruanne esitatud	15.05.2024
Praktikumi juhendaja	Rasmus Talviste	Arvestatud	
TÖÖ PEALKIRI    Prisma aine dispersiooni määramine goniomeetri abil			Juhendi kood 6.1
KATSEOBJEKTID    Goniomeeter, valgusallikad, prisma ja tasaparalleelne klaasplaat			
Temperatuur 20C	Suhteline niiskus		Õhurõhk 1 atm
Mõõtevahendi nimetus	Tüüp	Tehase number	Mõõtepiirkond
Goniomeeter			Täpsusklass või lubatud põhiviga 0.5 minutit
Abivahendid Klaasist risttahukas			

## Prisma murdva nurga mõõtmine

Pärast Goniomeetri paika seadmist asetasin prisma alusele ning lülitan sisse pikksilmast tuleva lambi. Saame tuvastada kuna valgus peegeldub 90 kraadi all. Tahkudelt peegeldunud kiirte nurgad on

esimene nurk  $183^{\circ} 32' 20''$

teine nurk:  $66^{\circ} 26' 18''$

$$\alpha = 183^{\circ} 32' 20'' - 66^{\circ} 26' 18'' = 117^{\circ} 6' 2''$$

$$\varphi = 180 - \alpha = 62^{\circ} 53' 58''$$

Teisel mõõtmisel:

esimene nurk:  $183^{\circ} 36' 34''$

teine nurk:  $66^{\circ} 28' 06''$

$$\alpha = 183^{\circ} 36' 34'' - 66^{\circ} 28' 06'' = 117^{\circ} 8' 28''$$

$$\varphi = 180 - \alpha = 62^{\circ} 51' 32''$$

Nende kahe keskmine on:  $\varphi = 62^{\circ} 52' 45''$

## Kollimaatorist väljuva valguskimbu poolitamise meetod

Kui laseme prisma peale paralleelse kiirtekimbu saame kaks peegeldunud kiirt, mõõdame nende kiirte nurgad ja arvutame nende vahelise nurga:

esimene nurk:  $181^{\circ} 36' 51''$

teine nurk :  $55^{\circ} 35' 51''$

$$A = 181^{\circ} 36' 51'' - 55^{\circ} 35' 51'' = 126^{\circ} 1' 0''$$

$$\varphi = A/2 = 63^{\circ} 0' 30''$$

teisel mõõtmisel:

esimene nurk;  $181^{\circ} 33' 11''$

teine nurk:  $55^{\circ} 45' 12''$

$$A = 181^{\circ} 33' 11'' - 55^{\circ} 45' 12'' = 125^{\circ} 47' 59''$$

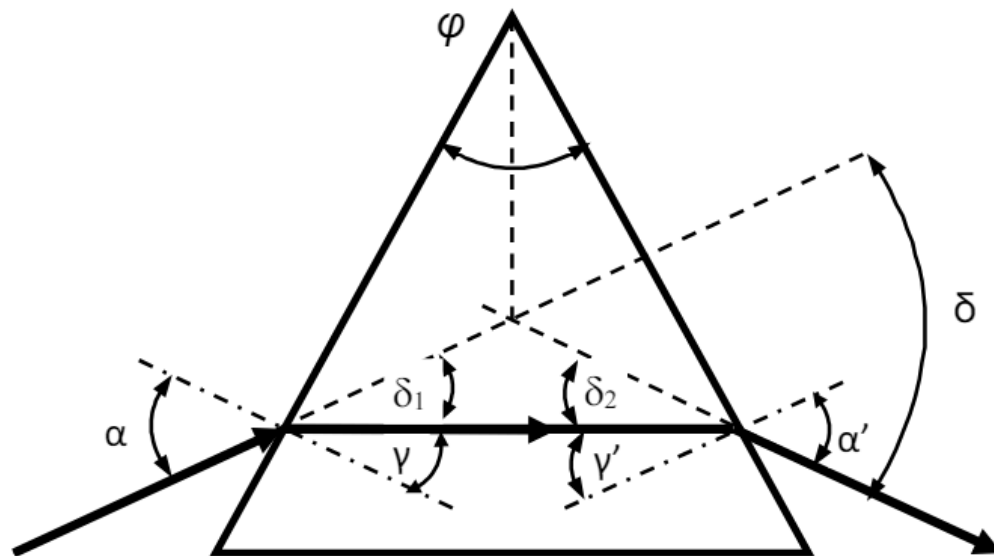
$$\varphi = A/2 = 62^{\circ} 53' 59''$$

Keskmine väärtus on  $\varphi = 62^{\circ} 57' 14''$ .

Kõigi nelja  $\varphi$  väärtuste keskmine on  $62^{\circ} 54' 30''$

## Prisma aine dispersiooni ja lahutusvõime määramine

vaadates joonist:



ning kasutades murdumisseadusest tuletatud valemit:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\sin \left( \frac{\phi + \delta_m}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\phi}{2} \right)}$$

Saame arvutada murdumisnäitaja erinevate lainepikkuste jaoks.

Kõigepealt arvutame delta\_m väärtuse iga lainepikkuse jaoks

lilla	sinine	helesinine	roheline	heleroheline	topelt kollane	punane	otsekiir
169:20:31	168:33:56	168:48:13	167:49:21	167:23:14	166:52:22	166:25:14	115:58:57
169:47:26	168:33:14	168:48:05	167:50:00	167:20:02	166:25:39	166:24:57	
					166:28:18		
					166:31:02		
					166:37:48		
					166:57:05		
169:33:59	168:33:35	168:48:09	167:49:41	167:21:38	166:38:42	166:25:06	keskmine
53:35:02	52:34:38	52:49:12	51:50:44	51:22:41	50:39:45	50:26:09	delta_m

Seega murdumisnäitaja väärtusteks saime:

lilla	sinine	helesinine	roheline	heleroheline	topelt kollane	punane	
1.629530953	1.620609583	1.622772915	1.614044676	1.609817596	1.603294692	1.601212987	n

**Leiame mõõtemääramatuse murdumisnäitajates topelt kollase põhjal**

teeme nurgad kraadidesse

$$166 : 25 : 39 \rightarrow 166 + \frac{25}{60} + \frac{39}{3600} = 166.4275$$

$$166 : 28 : 18 \rightarrow 166 + \frac{28}{60} + \frac{18}{3600} = 166.4717$$

$$166 : 31 : 02 \rightarrow 166 + \frac{31}{60} + \frac{2}{3600} = 166.5173$$

$$166 : 37 : 48 \rightarrow 166 + \frac{37}{60} + \frac{48}{3600} = 166.6300$$

$$166 : 57 : 05 \rightarrow 166 + \frac{57}{60} + \frac{5}{3600} = 166.9514$$

leiame keskmise

$$\text{Keskmine} = \frac{166.8728 + 166.4275 + 166.4717 + 166.5173 + 166.6300 + 166.9514}{6} = 166.6451$$

leiame dispersiooni ja standardhälve

$$\text{Dispersioon} = \frac{0.23984}{6} = 0.03997$$

$$\text{Standardhlve} = \sqrt{0.03997} = 0.1999$$

ostekiire väärtus kraadides

$$115 + \frac{58}{60} + \frac{57}{3600} = 115.9825$$

phi väärtus kraadides

$$166.6451 - 115.9825 = 50.6626$$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\phi + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

leiame phi väärtuse kraadides

$$62 + \frac{54}{60} + \frac{30}{3600} = 62.9083$$

arvutame n väärtuse kraadides

$$n = \frac{\sin\left(\frac{62.9083+50.6626}{2}\right)}{\sin\left(\frac{62.9083}{2}\right)}$$

$$\sin(56.7855) \approx 0.8385, \quad \sin(31.4542) \approx 0.5225$$

$$n \approx \frac{0.8385}{0.5225} \approx 1.605$$

teeme *error propagation*

$$\sigma_{\delta_m} = 0.1999$$

$$\frac{\partial n}{\partial \delta_m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\phi+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

$$\cos(56.7855) \approx 0.5556$$

$$\frac{\partial n}{\partial \delta_m} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{0.5556}{0.5225} \approx 0.5318$$

$$\sigma_n \approx 0.5318 \times 0.1999 \approx 0.1064$$

Saame mõõtemääramatuse murdumisnäitajas 95% usaldusnivool, see on **0.1064**

**Dispersiooni leidmiseks lähtume Cauchy valemist:**

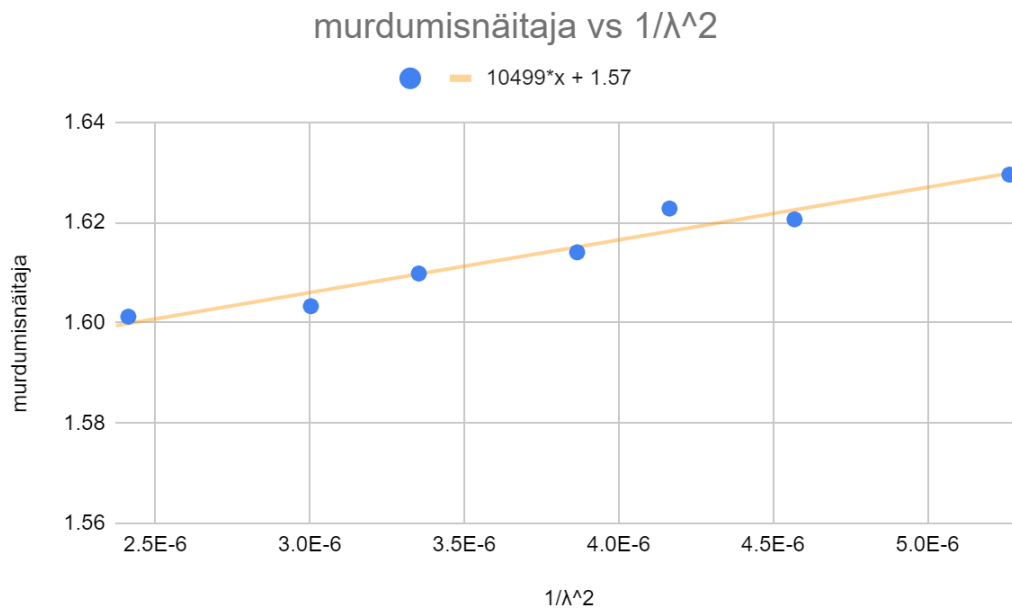
$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$$

võttes arvesse ainult kahte esimest liiget, ning graafiku abil saame leida konstantide A ja B väärtused.

lilla	sinine	helesinine	roheline	heleroheline	topelt kollane	punane	
1.6295309 53	1.6206095 83	1.6227729 15	1.6140446 76	1.6098175 96	1.6032946 92	1.6012129 87	n
435.8	467.8	490	508.6	546.1	577	643.8	λ (nm)

0.0000052	0.0000045	0.0000041	0.0000038	0.0000033	0.0000030	0.0000024	
65329427	69614513	64931279	6587038	53170579	03643419	12670729	$1/\lambda^2$

siit saame järgneva graafilise seose



Leiame graafikult tõusu ning vabaliikme väärtuse:

$B = 10499$

$A = 1.57$

Pythoni kood tõusu, vabaliikme ja nende määramatuste leidmise jaoks vähimruutude meetodil:

```
import numpy as np
from scipy.stats import linregress

# Given data
x = np.array([0.000005265329427, 0.000004569614513, 0.000004164931279,
              0.00000386587038, 0.000003353170579, 0.000003003643419, 0.000002412670729])
y = np.array([1.629530953, 1.620609583, 1.622772915, 1.614044676,
              1.609817596, 1.603294692, 1.601212987])

# Perform linear regression
regression_result = linregress(x, y)

# Extract slope and intercept
slope = regression_result.slope
intercept = regression_result.intercept
slope_stderr = regression_result.stderr
intercept_stderr = regression_result.intercept_stderr

# Calculate x-intercept
x_intercept = -intercept / slope if slope != 0 else None

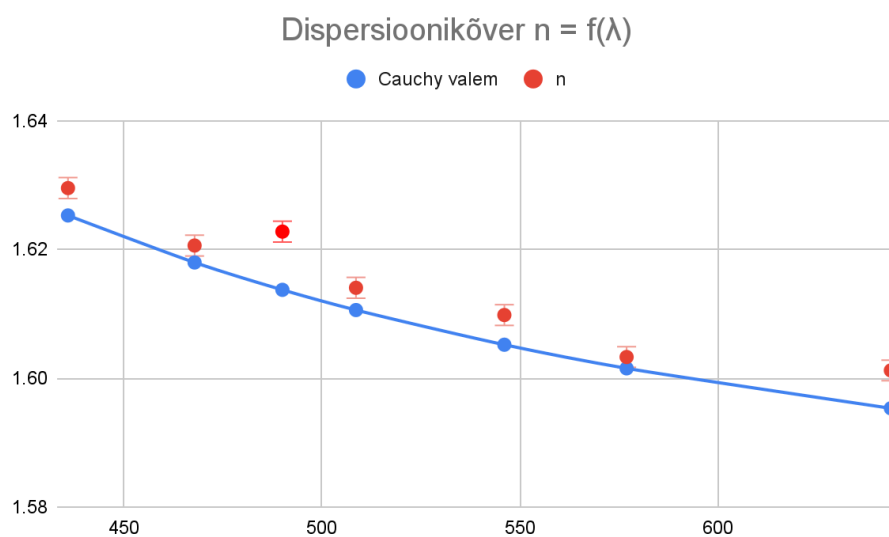
# Calculate error in x-intercept
if slope != 0:
    x_intercept_error = np.sqrt((intercept / slope**2)**2 * slope_stderr**2 +
                                (-1 / slope)**2 * intercept_stderr**2)
else:
    x_intercept_error = None

# Output results
print(f"Slope: {slope}")
print(f"Y-Intercept: {intercept}")
print(f"X-Intercept: {x_intercept if x_intercept is not None else 'Undefined'}")
print(f"Error in X-Intercept: {x_intercept_error if x_intercept_error is not None else 'Undefined'}")
print(f"Standard error of the slope (stderr): {slope_stderr}")
print(f"Standard error of the intercept (stderr): {intercept_stderr}")
```

Pythoni koodi arvutused annavad vastuseks:

$B = 10499 \pm 1110.16$

$A = 1.57 \pm 0.00434$



Lisaks leiame:

1) keskmise dispersiooni

$$n = 1.57 + \frac{10499}{\lambda^2}$$

$$n = 1.57 + \frac{10499}{486^2} \approx 1.614$$

$$n = 1.57 + \frac{10499}{656^2} \approx 1.594$$

$$\mu_k = 1.614 - 1.594 = 0.02$$

2) eridispersiooni

$$n_F = 1.57 + \frac{10499}{397^2} \approx 1.637$$

$$n_C = 1.57 + \frac{10499}{656^2} \approx 1.594$$

$$\mu_k = 1.637 - 1.594 = 0.042$$

3) suhtelise dispersiooni

$$\mu_S = \frac{1}{V} = \frac{1.637 - 1.594}{1.600 - 1} \approx 0.070$$

4) Abbe arvu

$$n_D = 1.57 + \frac{10499}{589^2} \approx 1.600$$

$$V = \frac{1.600 - 1}{1.637 - 1.594} \approx 14.219$$

klaasi dispersiooni Hg roheline spektrijoone jaoks

$$\mu = -\frac{2 \times 10499}{546.1^3} \approx -0.000129$$



## Prisma lahutusvõime määramine

Prisma aluse laius on  $t = 8.2\text{cm}$ .

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = t \frac{dn}{d\lambda}$$

$$R = 0.082 \times (-0.000129 \times 10^9) = -10578$$

Prisma lahutusvõime on suurem väiksema lainepikkuse korral.

## Küsimused

### 1. Mida nimetatakse valguse dispersiooniks?

- Nähtus, kus valgus eraldub eri lainepikkustega osadeks, sest eri lainepikkused murduvad erinevalt optiliselt tihedama materjali pinnalt.

### 2. Mis on aine dispersioon?

- Aine murdumisnäitaja sõltuvust lainepikkusest

### 3. Mis on keskmine, eri- ja suhteline dispersioon?

- Keskmine dispersioon näitab kui suur erinevus on valguse murdumisnäitajatel kindlas aine pinnal lainepikkustel 486 nm ja 656 nm.
- Eridispersioon näitab kui suur erinevus on valguse murdumisnäitajatel kindlas aine pinnal lainepikkustel 397 nm ja 656 nm.
- suhteline dispersioon näitab kui suur erinevus on valguse murdumisnäitajatel kindlas aine pinnal lainepikkustel 486 nm ja 656 nm, mis on omakorda jagatud läbi ühe teguriga, vastuse normeerimise jaoks.

### 4. Milleks kasutatakse Abbe arvu?

- Abbe number on mõõt, mida kasutatakse optikas, et kirjeldada valguse hajumist läbipaistvates materjalides, nagu klaas või plastik.

### 5. Millist dispersiooni nimetatakse normaalseks ja millist anomaalseks?

- Normaalne dispersion on kui lainepikkuse kasvades murdumisnäitaja väheneb. Anomaalne dispersioon on selle vastand.

### 6. Kuidas tekib Gaussi okulaari kasutamisel niitristi autokollimatsiooniline kujutis?

- Kui Goniometer on õigesti joondatud, siis tekib vastav olukord. Pikksilm on fokuseeritud lõpmatusse ja niitrist on fookuses. Kui alusel olev prisma on õige klade all siis valgus peegeldub temalt paralleelselt tagasi ja näeme valgustatud risti niitristiga kohakuti. Seda tuleb teha prisma mõlema tahuga, et tagada joondatus.

### 7. Kas mõõtmiste täpsus sõltub prisma asukohast goniomeetri aluslaual?

- Sõltub, mida täpsemalt on prisma aluslaua keskel, seda täpsemad on mõõtmised.

### 8. Miks prisma lahutusvõime on piiratud?

- Prisma lahutusvõime on piiratud peamiselt materjali dispersiooni tõttu, selle tõttu on erinevatel materjalidel on eri piirangud, kui peenelt nad saavad valgust selle komponentideks eraldada. Lisaks mõjutavad prisma suurus ja nurk ning selle valmistamise kvaliteet oluliselt selle eraldusvõimet, sest suuremad ja täpsemalt valmistatud prismad pakuvad üldiselt paremat lahutusvõimet.

### 9. Kas prisma kaldemiinimumi asend sõltub lainepikkusest?

- Jah sõltub, kuna kaldenurga valem sisaldab murdumisnäitajat, mis on omakorda funktsioon lainepikkusest.

$$\delta = \alpha + a \sin \left[ \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \varphi \sin \alpha \right] - \varphi$$

**10. Joonisel 2.2 algab sõltuvus langemisnurga väärtusest  $300^\circ$ . Miks eksisteerib minimaalne võimalik langemisnurk? Kuidas levib sel juhul kiir prisma?**

- Tekib täielik sisepeegeldus kiire prismast väljumisel, kiir siseneb prismaesse aga ei välju enam sealt.