Kvant KT TAAVI TAMMARU

1

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

näitame, et $[H, \Pi] = 0$

$[H, \Pi] = H\Pi - \Pi H$

vaatame kineetilise energia ja potentsiaalse energia operaatorit eraldi

$$\Pi\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right)\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(-x)$$

rakendame paarsuse operaatori teist korda

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(-x) = \Pi\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x)\right)$$

seega

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}, \Pi\right] = 0$$

nüüd vaatame potentsiaalse energia puhul

tähistame, et $V(x) = V(-x)$

seega

$$\Pi V(x)\psi(x) = V(-x)\psi(-x)$$

$$\Rightarrow V(-x)\psi(-x) = V(x)\Pi\psi(x)$$

seega $[V(x), \Pi] = 0$

kuna mõlemad komponendid kommuteeruvad Π-ga siis ka hamiltoniaan ise kommuteerub Π-ga

$$[H, \Pi] = 0$$

kui $[H,\Pi]=0$ siis hamiltoniaani omaväärtused on samal ajal ka paarsuse operaatori omaväärtused

Seega hamiltoniaani omaväärtused on kindla paarsusega.

2

$$\psi_{koh}(\alpha, q) = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \psi_n(q)$$

$$p = |\langle \psi_{koh}(\alpha, q) | n \rangle|^2 = \left|\left(e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^2}{\sqrt{n!}} \langle \psi_n(q) \right| n \rangle\right|^2$$

$$= \left| e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \right|^2 |\langle \psi_n(q) | n \rangle|^2 = \frac{|\alpha^n|^2 e^{-|\alpha|^2}}{|\sqrt{n!}|^2}$$

$$= \frac{\langle n \rangle^n - e^{-\langle n \rangle}}{n!}$$ saimegi poissoni valemi kujule viidud!

3

arendab valemis (3,137) argumendi $\alpha \to \alpha e^{-i\omega t}$ saame

$$\psi(\alpha e^{-i\omega t}, q) = e^{-\frac{|\alpha e^{-i\omega t}|}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha e^{-i\omega t})^n}{\sqrt{n!}} \psi_n(q) =$$

$$= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-i\omega t} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \psi_n(q) e^{-in\omega t} \right) =$$

$$= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \cdot e^{-\frac{i\omega t}{2}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \psi_n(q) e^{-in\omega t} \right)$$

ja saamegi 3.138 mida soovisimegi