

Praktilise töö protokoll nr. 3

Nimi ja eesnimi	Taavi Tammaru	Tööle lubatud	27.03.2024
Eriala	Füüsika	Aruanne esitatud	24.04.2024
Praktikumi juhendaja	Rasmus Talviste	Arvestatud	
TÖÖ PEALKIRI Difraktsioonipildi põhiparameetrite määramine, katsetulemuste võrdlemine teooriaga.			Juhendi kood 5.4
KATSEOBJEKTID He-Ne laser ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$), kiirtekimbu laiendaja, alus piludega (2, 3, 4 ja 5 pilu			
Temperatuur 20C	Suhteline niiskus		Õhurõhk 1 atm
Mõõtevahendi nimetus	Tüüp	Tehase number	Mõõtepiirkond
Täpsusklass või lubatud põhiviga			
laengusidestusega (CCD) jadavastuvõtja			
Abivahendid personaalarvuti.			

2.4.5. Küsimused

Valem (1.13) kirjeldab kiiritustiheduse jaotust juhul, kui pilusid valgustatakse koherentselt. Milline oleks kiiritustiheduse jaotus, kui pilusid valgustatakse mittekoherentse valgusega?

1. Huygensi printsiibi kohaselt saame pilu asendada valgustitega. Väikese pilu suuruse tõttu on iga pilu justkui punktvalgusallikas, mis valgustab igas suunas ühtlaselt. Ühe punktvalgusallika intensiivsus ekraanil sõltub koordinaadist x järgnevalt:

$$I(\Phi) = I_0 \cdot \frac{1}{L^2 + x^2} \cdot \cos \Phi$$

kus L on pilu kaugus ekraanist. Avaldame, et $\cos \phi = \frac{L}{\sqrt{L^2 + x^2}}$ ja saan, et:

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{1}{L^2 + x^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + x^2}} = I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + x^2)^{3/2}}$$

Iga pilu annab samasuguse intensiivsuse jaotuse, kuid x -koordinaat on nihkes vahemaa d ehk pilude perioodi võrra. Kõrval oleva pilu jaoks oleks intensiivsuse jaotus:

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + (x - d)^2)^{3/2}}$$

Järgmise pilu jaoks oleks jaotus:

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + (x - 2d)^2)^{3/2}}$$

ja nii edasi. Kokku annaks need pilud ekraanil intensiivsuse:

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + x^2)^{3/2}} + I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + (x - d)^2)^{3/2}} + I_0 \cdot \frac{L}{(L^2 + (x - 2d)^2)^{3/2}} + \dots$$

Arvutame selle funktsiooni kolm esimest liiget väärtuste $L = 2$ ja $d = 0.3$ korral ning lisame graafikule ka nende liikmete summa, sinises.



Seega oleks ekraan pilude juures hele ning piludest kaugemale minnes üha tumedam.

Millega on määratud registreeritavate peamaksimumide arv?

2. registreeritavate peamaksimumide arv on määratud järgnevate faktoritega: Pilude arv (N), võrekonstant (d), valguse lainepikkus (λ), difraktsiooninurk (θ).

Kirjeldage difraktsioonipilti, kui N pilule langeb valge valgus.

3. Difraktsioonipilt oleks siis selline, et tsentraalne maksimum oleks valge ning kõrvalmaksimumid ehk 1., 2., 3., ... ja N järku maksimumid sisaldaksid kõiki nähtava spektri värve.

Millised on peamised erinevused kahe pilu difraktsioonipildi ja kahekiirelise interferentspildi vahel?

4. Kahe pilu difraktsioonipilt on ühtlasema intensiivsusjaotusega ja vähem teravate servadega, samas kui kahekiirelisel interferentspildil on teravad ja väga kontrastsed servad, ning kiiresti vahelduvad suure ja väikese valguse intensiivsusega alad.

Kuidas muutub peamaksimumi laius, kui $N \rightarrow ?$

5. Kui N , pilude arv difraktsioonivõres, läheneb lõpmatusele, muutub peamaksimumi laius kitsamaks. Rohkemate lainefrontide lisandumine teravdab difraktsioonimustri tippe, muutes peamaksimumi selgemaks ja kitsamaks. See juhtub, sest rohkem laineid tugevdab konstruktiivset interferentsi peamaksimumis ja muudab destruktiivse interferentsi peamaksimumide vahel märgatavamaks.

Vastavalt teooriale peab difraktsiooniminimumides $I = 0$, eksperimentis aga $I \neq 0$. Miks?

6. Eksperimentides ei ole difraktsiooniminimumide intensiivsus kunagi null, kuna teoreetilised mudelid lihtsustavad tegelikke tingimusi. Need mudelid ei arvesta katse ülesseadmise ebatäpsusega, pilude mitte lõpmatult väikese laiussega, valguse laineloomuga, tuvastusseadmete tundlikkusega.

2.5.5. Küsimused

1. Kas difraktsioonivõre nurkdispersioon sõltub sellest, millise nurga all tasalaine langeb difraktsioonivõrele?

- Ei sõltu. Kui kahe kõrvalpilu vahel suunas ϕ on muidu käiguvahe $d \sin(\phi)$, siis kui valgus langeb difraktsioonivõrele nurga α all, siis lisandub kahele kiirele veel käiguvahe $d \sin(\alpha)$. Seega on käiguvahe kokku

$$\Delta = d \sin \Phi + d \sin \alpha$$

Valem 1.14 $d \sin \varphi = m\lambda$ võtab nüüd kuju

$$d \cdot (\sin \Phi + \sin \alpha) = m\lambda$$

Seda võrrandit diferentseerides saame, et

$$d \frac{d(\sin \Phi + \sin \alpha)}{d\alpha} \cdot d\Phi = m d\lambda$$

Võttes tuletise vasakul pool võrdusmärgi, saame

$$d \cos \Phi \cdot d\Phi = m d\lambda$$

kuna $\sin(\alpha)$ on konstant.

Siit avaldame, et $\frac{d\Phi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \Phi}$, mis on sama tulemus, mis risti langeva tasalaine korral.

2. Arvutada maksimaalne põhimõtteliselt registreeritav spektrijärk lainepikkuste 0,4 ja 1,2 μm korral, kui $d = 5 \mu\text{m}$.

- Kasutame valemit

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

paneme arvud asemele ja saame maksimaalsed registreeritavad spektrijärgud 12 ja 4.

3. Olgu pikksilma ($f = 30 \text{ cm}$) fokaaltasandis kahe lähedase spektrijoone ($\lambda = 1 \text{ nm}$) vaheline kaugus 2 mm. Milline on spektraalriista nurkdispersioon?

- Kasutame valemit

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{f \cdot d\lambda}$$

asendame arvud asemele ja saame vastuseks $6.67 \times 10^6 \text{ rad/nm}$

4. Milline peab olema pilude koguarv, et keskmisel lainepikkusel 650 nm eristada teist järku spektris kaht lähestikust spektrijoont = 0,1 nm ?

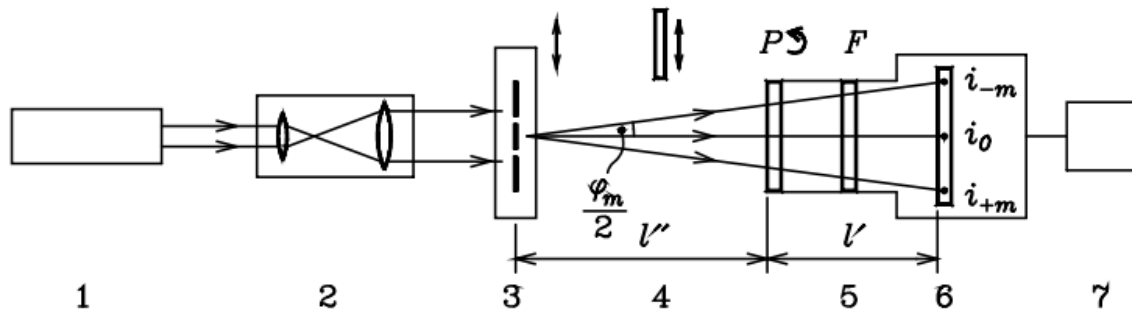
- Kasutame valemit

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = N m. \quad (2.11)$$

ning arvud asemele asendades saame, et selle jaoks peaks olema 3250 pilu.

Difraktsioon mitme pilu korral

Katseskeem:



Joonis 2.10. Katseseadme skeem: 1 – laser; 2 – laiendaja, 3 – pilude süsteem; 4 – ekraan; 5 – tuubus filtriga F ja polaroidiga P ; 6 – CCD vastuvõtja; 7 – arvuti; φ – difraktsiooninurk; i_0, i_{+m}, i_{-m} – 0-järku peamaksimumi ja m -ndat järku peamaksimumide asendile vastavad CCD pikslid.

Kõik mõõtmistulemuste exceli failid, edastan kaustas nimega “mõõtmistulemused”

mõõtmiskaugused:

Kui pilude süsteemi ja vastuvõtja vahele asetada 15cm etalon, siis sisseehitatud mõõdulindil on väärtus 166cm.

$$L_1 = 166 - 130 + 15 + 8.64 = 59.64cm$$

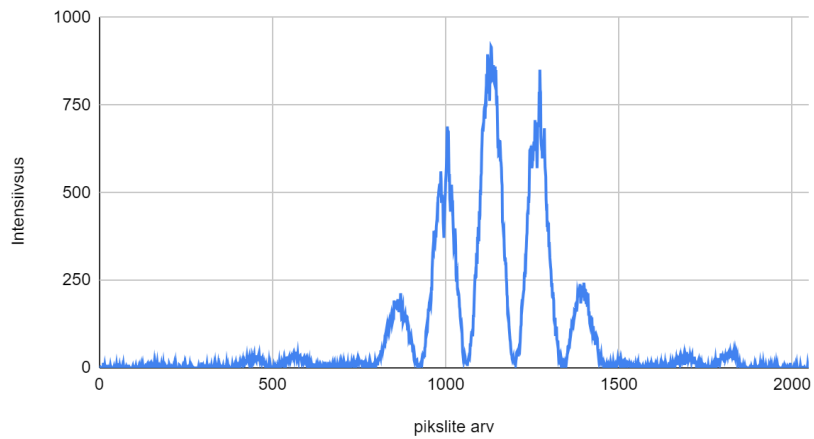
$$L_1 = 166 - 140 + 15 + 8.64 = 49.64cm$$

$$L_1 = 166 - 150 + 15 + 8.64 = 39.64cm$$

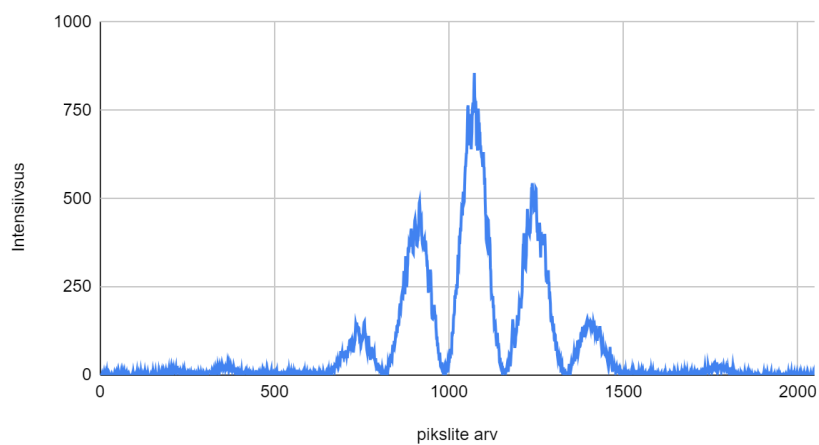
Kahe pilu süsteem

Intensiivsuse ja distantsti sõltuvuse graafikud

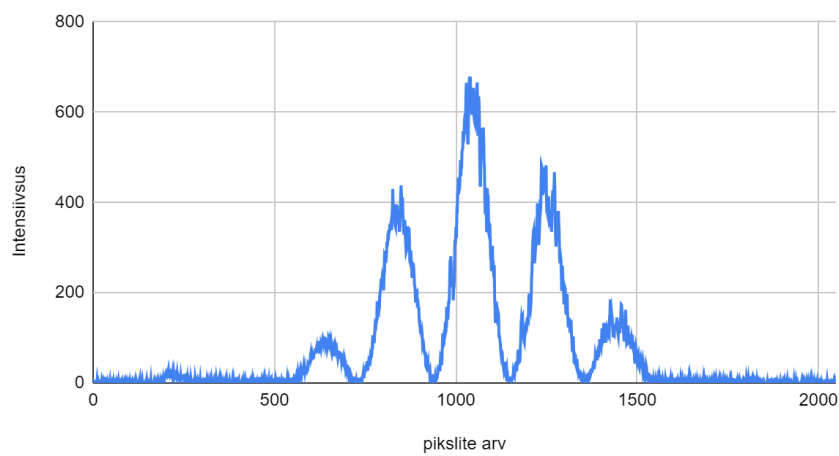
31cm kaks pilu



41cm kaks pilu



51cm kaks pilu



Peamaksimumide asukohad pikslites

$$i_{max1} \approx 1202$$

$$i_{max2} \approx 1172$$

$$i_{max3} \approx 1171$$

Siit on võimalik saada difraktsiooninurga väärtusele $\phi = 0$ vastava piksli numbri.

Piksli suuruse arvutamine

Selleks kasutame etteantud valemit

$$\delta x = \frac{\Delta x_m}{(i_m - i_{-m})}$$

Kõrvalmaksimumide vahelisteks kaugusteks sain $L_1 - 530$ ja 267 , $L_2 - 675$ ja 331 , $L_3 - 805$ ja 388 . Seega saame $\delta x = 0.9995, 1.0002, 1.0004, 1.0007, 0.9997, 1.0001$. Arvutame keskmise:

$$\Delta x = \frac{6.0006}{6} = 1.0001$$

Jadavastuvõtja pikkus oli 29mm ja koosnes 2047 pikslit. Nende väärtuste põhjal saame arvutada pikslite suurused meetrites:

$$\Delta x = \frac{1.0001 \cdot 0.029}{2047} = 1.41684905 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Difraktsiooninurga arvutamine ja visualiseerimine

Järgmiseks saame arvutada difraktsiooninurga, kasutades järgnevat valemit:

$$\varphi = (i - i_0) \delta x / L$$

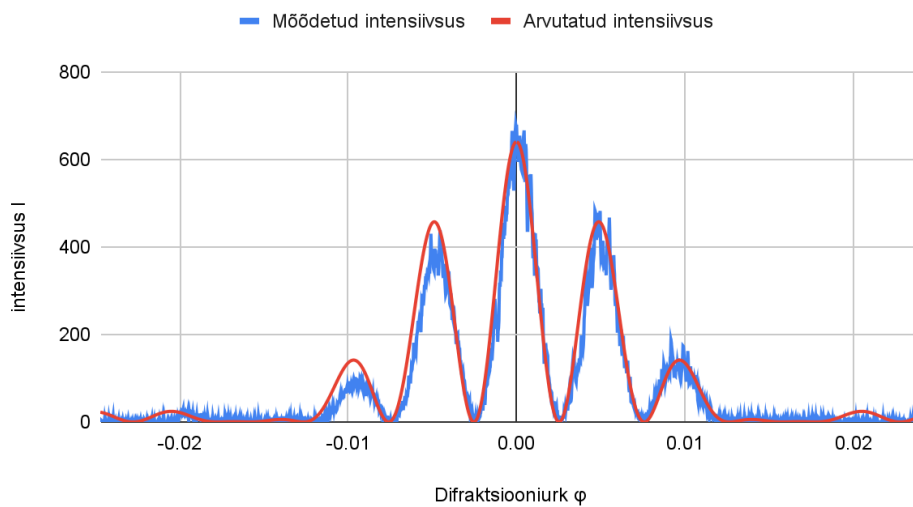
Arvutame nurga iga intensiivsuse kohta ja visualiseerime tulemust graafiku abil iga ekraani distantssi kohta.

Kasutades valemit:

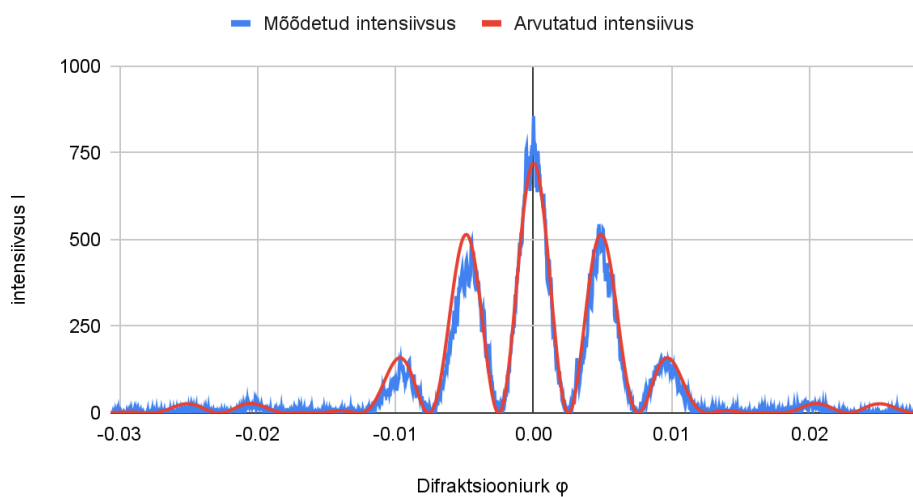
$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2$$

Arvutame ka teoreetilise seose Intensiivsuse ja difraktsiooninurga vahel ja kanname mõlemad funktsioonid samale graafikule.

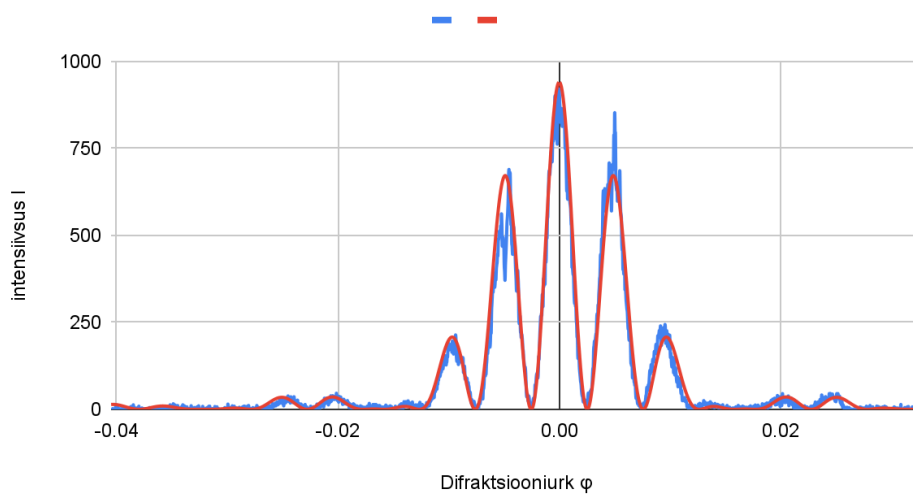
2 pilu 59.6cm



2 pilu 49.6cm

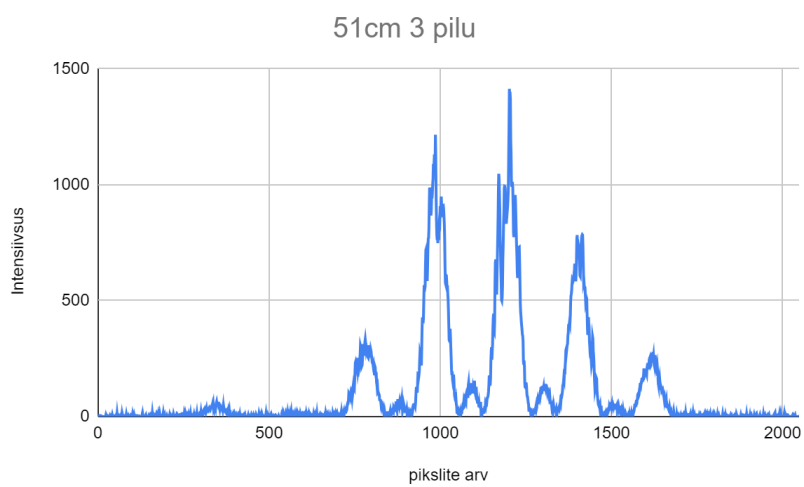
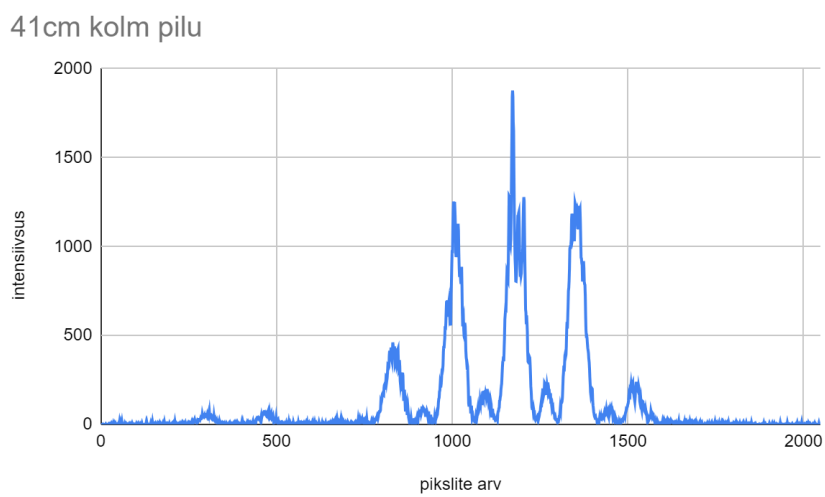
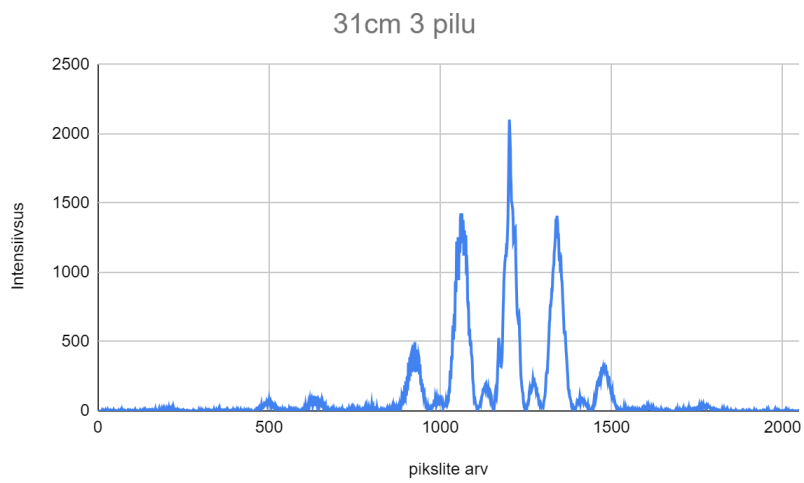


2 pilu 39.6cm



Kolme pilu süsteem

Intensiivsuse ja distantsti sõltuvuse graafikud



Peamaksimumide asukohad pikslites

$$i_{max1} \approx 1272$$

$$i_{max1} \approx 1073$$

$$i_{max1} \approx 1038$$

Siit on võimalik saada difraktsiooninurga väärtusele $\phi = 0$ vastava piksli numbri.

Piksli suuruse arvutamine

Selleks kasutame etteantud valemit

$$\delta x = \frac{\Delta x_m}{(i_m - i_{-m})}$$

Kõrvalmaksimumide vahelisteks kaugusteks sain $L_1 - 553$ ja 279 , $L_2 - 668$ ja 360 , $L_3 - 845$ ja 430 . Seega saame $\delta x = 0.9998, 1.0008, 1.0004, 1.0003, 0.9995, 1.0008$. Arvutame keskmise:

$$\Delta x = \frac{6.0016}{6} = 1.0003$$

Jadavastuvõtja pikkus oli 29mm ja koosnes 2047 pikslit. Nende väärtuste põhjal saame arvutada pikslite suurused meetrites:

$$\Delta x = \frac{1.0001 \cdot 0.029}{2047} = 1.41713239 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Difraktsiooninurga arvutamine ja visualiseerimine

Järgmiseks saame arvutada difraktsiooninurga, kasutades järgnevat valemit:

$$\varphi = (i - i_0) \delta x / L$$

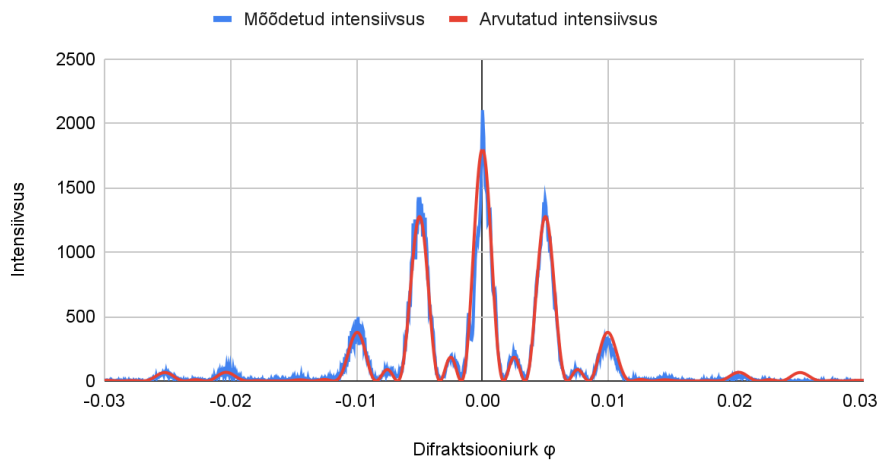
Arvutame nurga iga intensiivsuse kohta ja visualiseerime tulemust graafiku abil iga ekraani distantssi kohta.

Kasutades valemit:

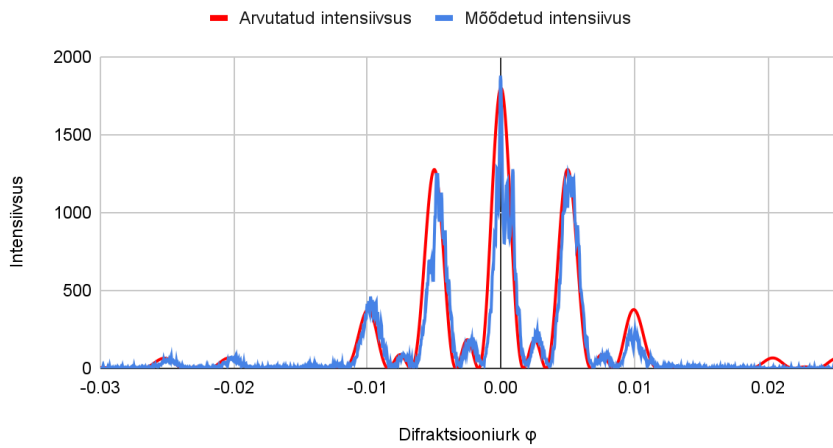
$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2$$

Arvutame ka teoreetilise seose Intensiivsuse ja difraktsiooninurga vahel ja kanname mõlemad funktsioonid samale graafikule.

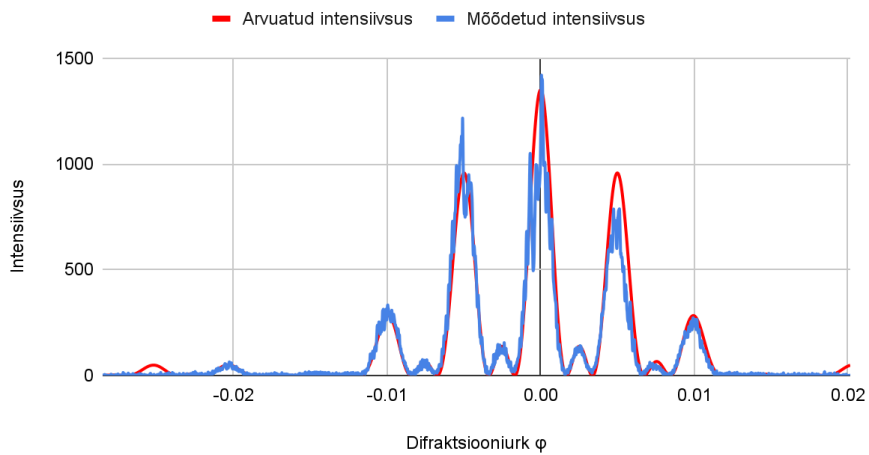
3 pilu 39,6cm



3 pilu 49.6cm

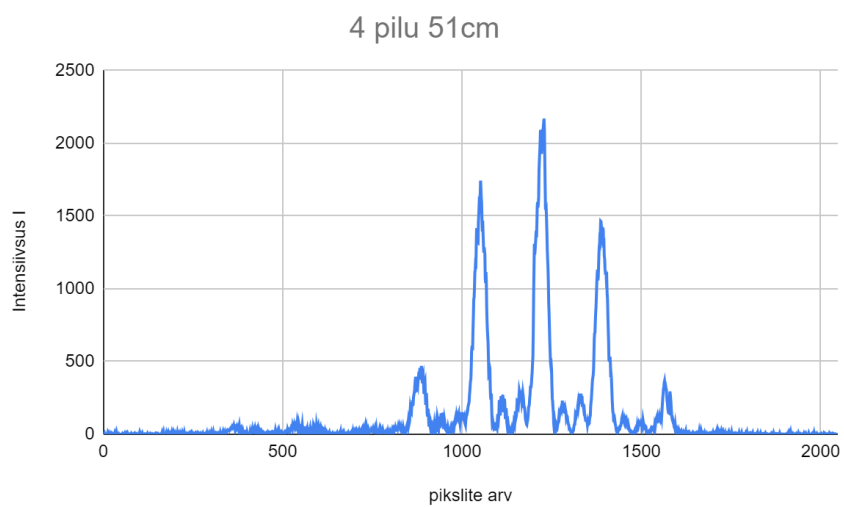
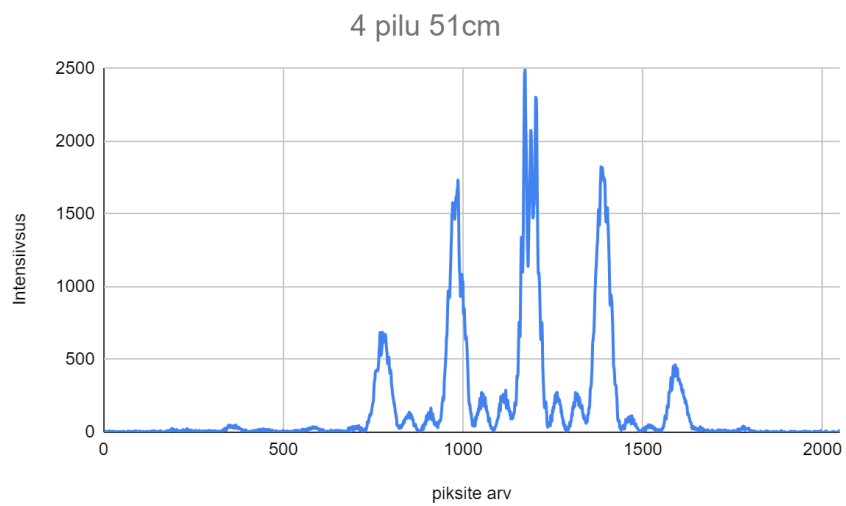


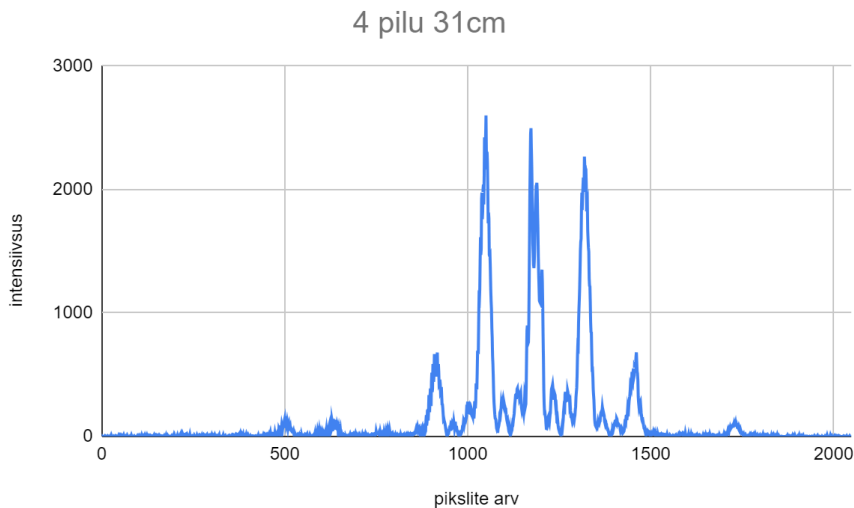
3 pilu 59.6cm



Nelja pilu süsteem

Intensiivsuse ja distantsti sõltuvuse graafikud





Peamaksimumide asukohad pikslites

$$i_{max1} \approx 1319$$

$$i_{max2} \approx 1228$$

$$i_{max3} \approx 1202$$

Siit on võimalik saada difraktsiooninurga väärtusele $\phi = 0$ vastava piksli numbri.

Piksli suuruse arvutamine

Selleks kasutame etteantud valemit

$$\delta x = \frac{\Delta x_m}{(i_m - i_{-m})}$$

Kõrvalmaksimumide vahelisteks kaugusteks sain L_1 - 545 ja 273, L_2 - 692 ja 340, L_3 - 785 ja 408. Seega saame $\delta x = 1.0006, 1.0004, 0.9994, 1.0000, 1.0004, 0.9995$. Arvutame keskmise:

$$\Delta x = \frac{6.0003}{6} = 1.00005$$

Jadavastuvõtja pikkus oli 29mm ja koosnes 2047 pikslit. Nende väärtuste põhjal saame arvutada pikslite suurused meetrites:

$$\Delta x = \frac{1.00005 \cdot 0.029}{2047} = 1.41677821 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Difraktsiooninurga arvutamine ja visualiseerimine

Järgmiseks saame arvutada difraktsiooninurga, kasutades järgnevat valemit:

$$\varphi = (i - i_0)\delta x/L$$

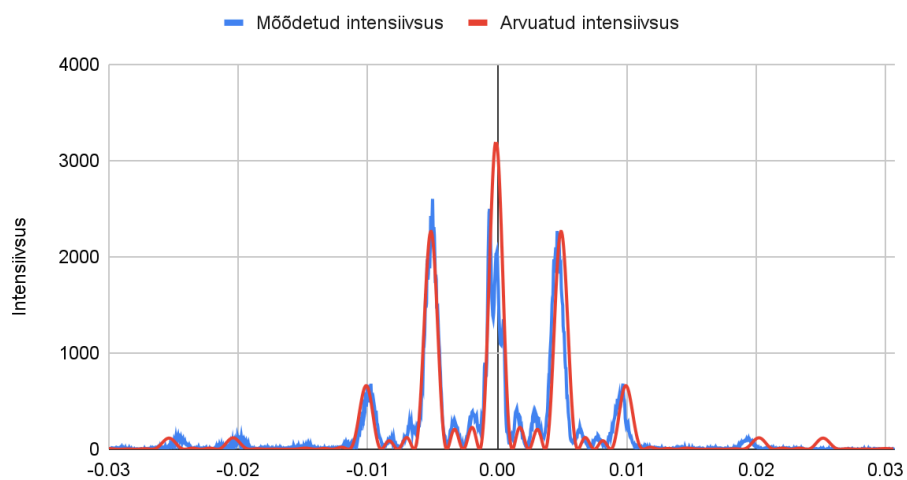
Arvutame nurga iga intensiivsuse kohta ja visualiseerime tulemust graafiku abil iga ekraani distantssi kohta.

Kasutades valemit:

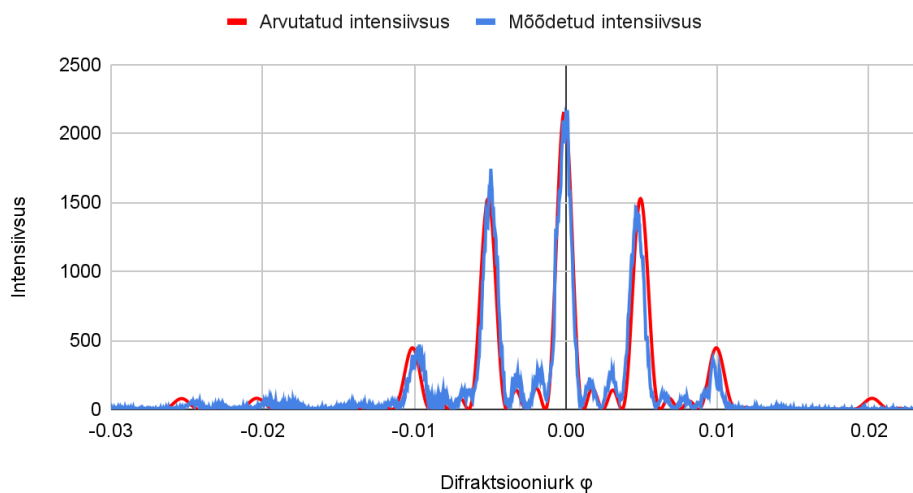
$$I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin \left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\sin \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)} \right)^2$$

Arvutame ka teoreetilise seose Intensiivsuse ja difraktsiooninurga vahel ja kanname mõlemad funktsioonid samale graafikule.

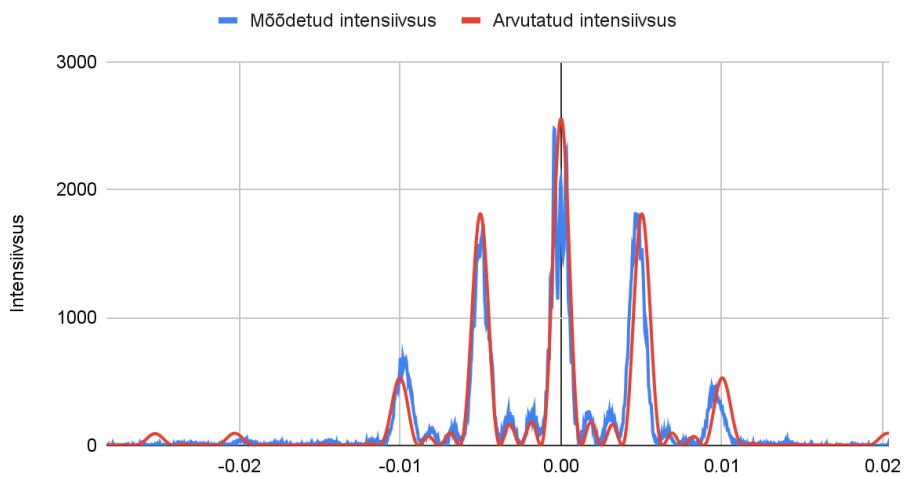
4 pilu 39.6cm



4 pilu 49.6 cm

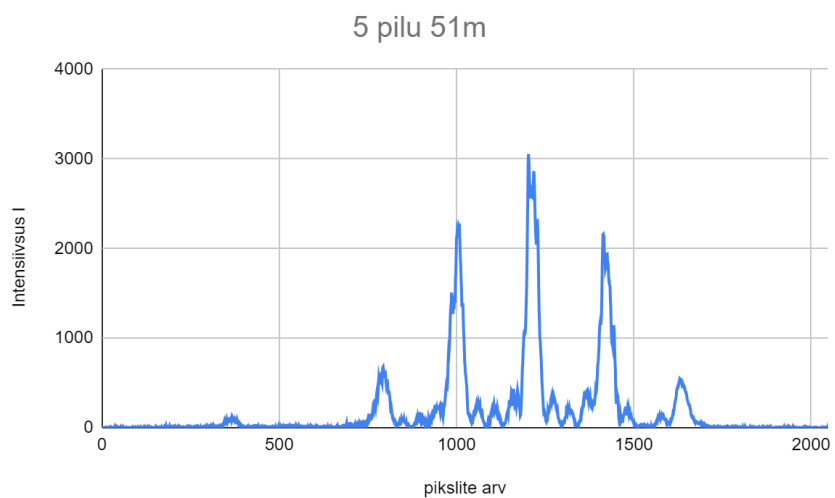
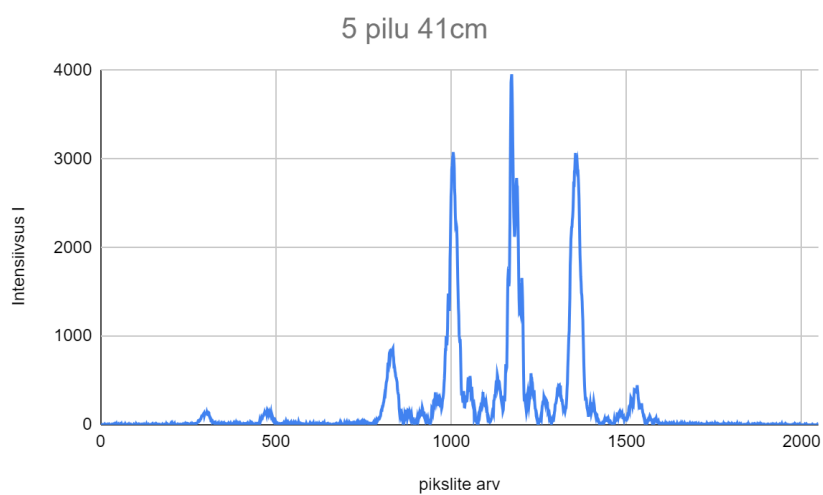
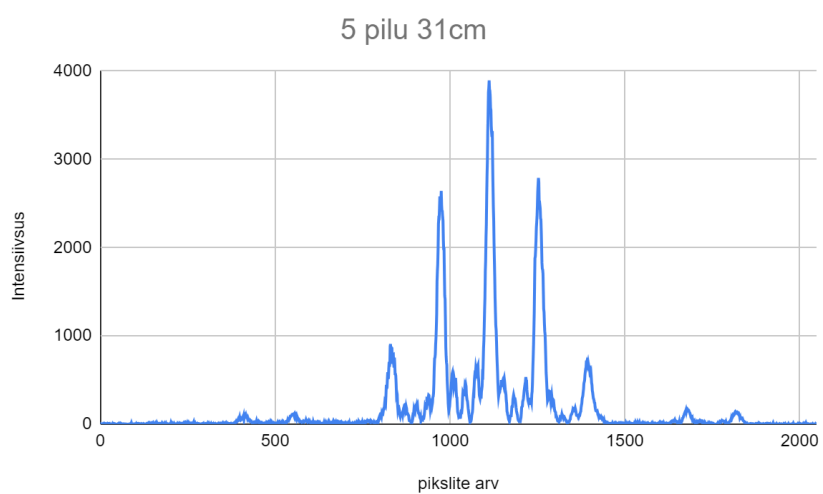


4 pilu 59.6 cm



5 pilu süsteem

Intensiivsuse ja distantssi sõltuvuse graafikud



Peamaksimumide asukohad pikslites

$$i_{max1} \approx 1202$$

$$i_{max2} \approx 1172$$

$$i_{max3} \approx 1171$$

Siit on võimalik saada difraktsiooninurga väärtusele $\phi = 0$ vastava piksli numbri.

Piksli suuruse arvutamine

Selleks kasutame etteantud valemit

$$\delta x = \frac{\Delta x_m}{(i_m - i_{-m})}$$

Kõrvalmaksimumide vahelisteks kaugusteks sain $L_1 - 559$ ja 276 , $L_2 - 697$ ja 351 , $L_3 - 834$ ja 417 . Seega saame $\delta x = 0.9992, 0.9995, 0.9988, 1.0003, 1.0005, 0.9997$. Arvutame keskmise:

$$\Delta x = \frac{5.998}{6} = 0.9997$$

Jadavastuvõtja pikkus oli 29mm ja koosnes 2047 pikslit. Nende väärtuste põhjal saame arvutada pikslite suurused meetrites:

$$\Delta x = \frac{0.9997 \cdot 0.029}{2047} = 1.41628236 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Difraktsiooninurga arvutamine ja visualiseerimine

Järgmiseks saame arvutada difraktsiooninurga, kasutades järgnevat valemit:

$$\varphi = (i - i_0) \delta x / L$$

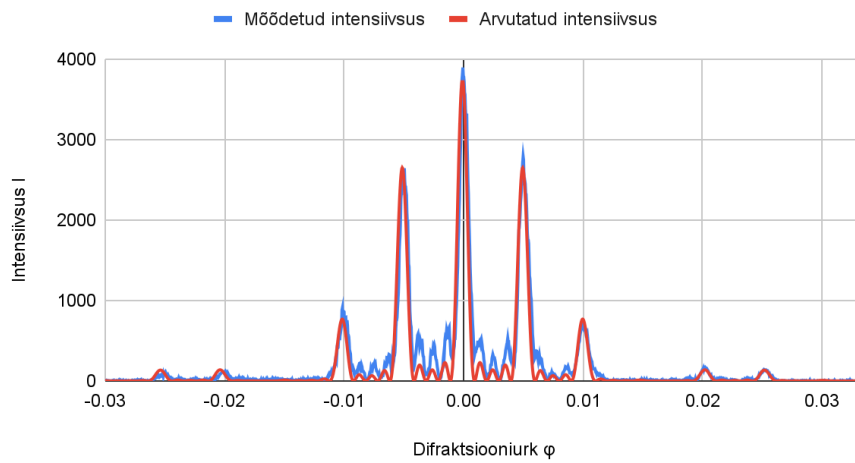
Arvutame nurga iga intensiivsuse kohta ja visualiseerime tulemust graafiku abil iga ekraani distantssi kohta.

Kasutades valemit:

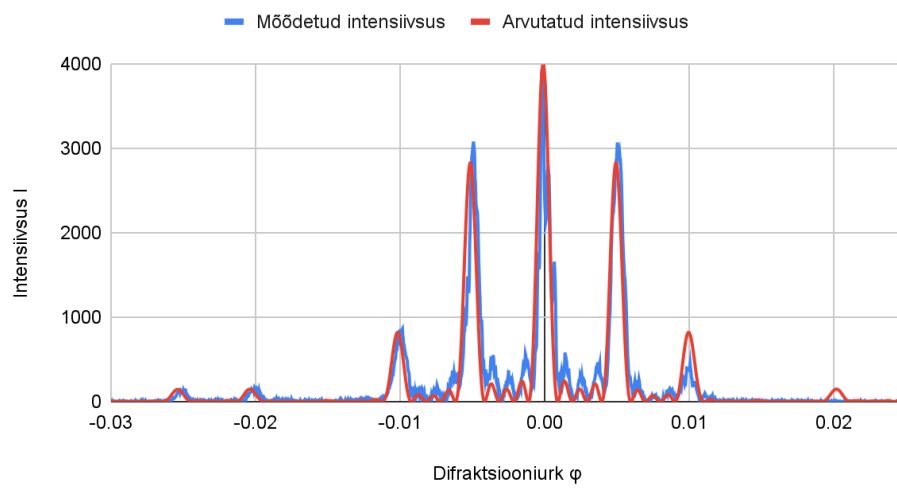
$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2$$

Arvutame ka teoreetilise seose Intensiivsuse ja difraktsiooninurga vahel ja kanname mõlemad funktsioonid samale graafikule.

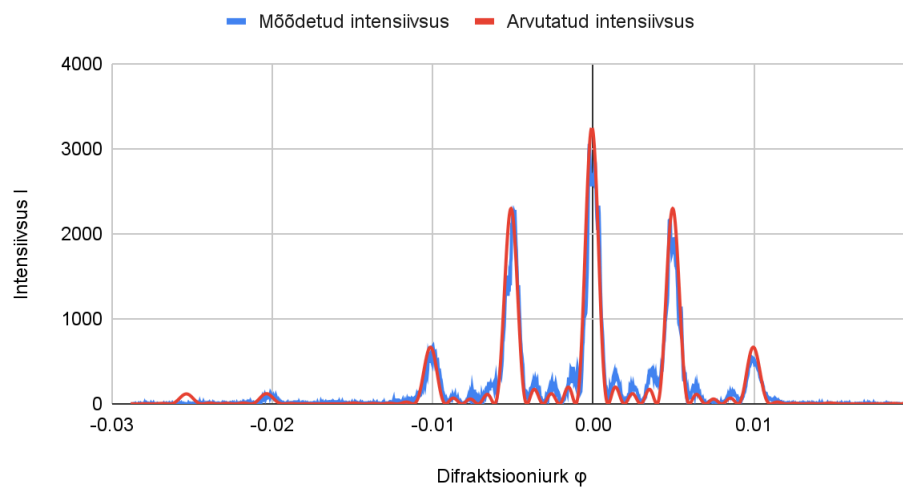
5 pilu 39.6cm



5 pilu 49.6cm

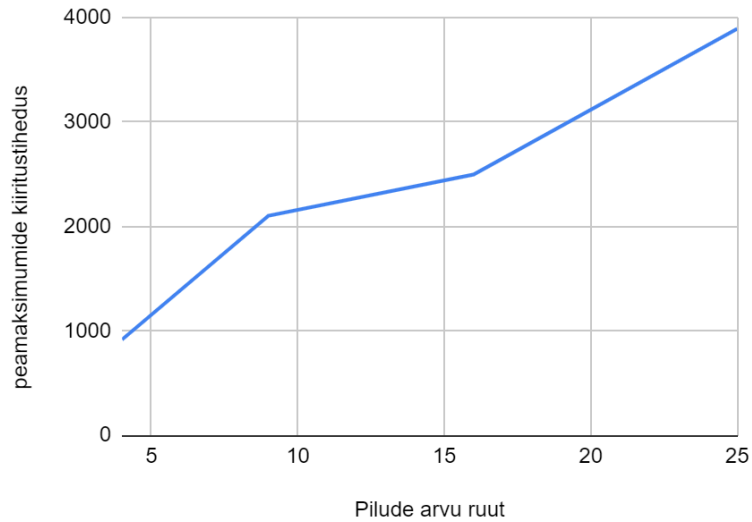


5 pilu 59.6cm

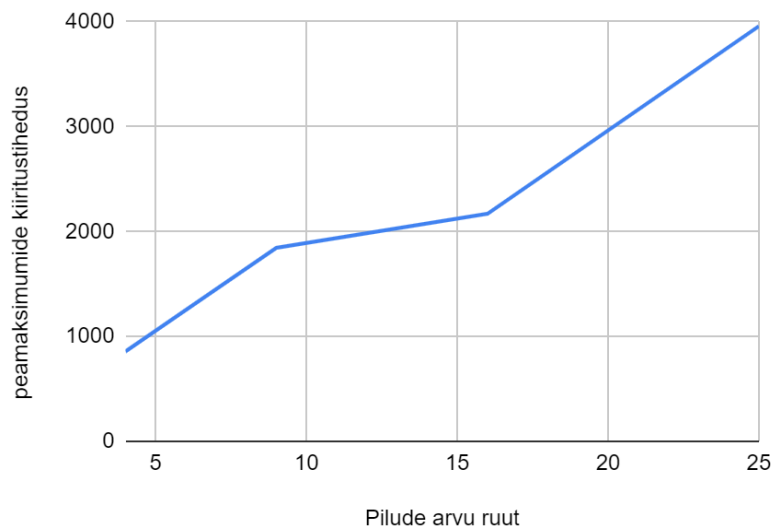


Täiendavalt joonistame graafiku 0-järku peamaksimumi kiiritustiheduse sõltuvusest pilude arvu ruudust kõigi kolme kauguse jaoks:

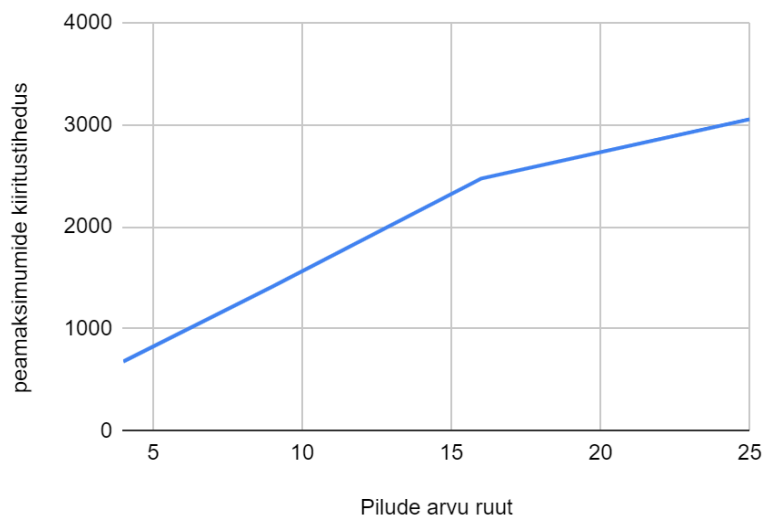
peamaksimumide kiiritustihedus vs. Pilude arvu ruut kaugusel 31cm



peamaksimumide kiiritustihedus vs. Pilude arvu ruut kaugusel 41cm



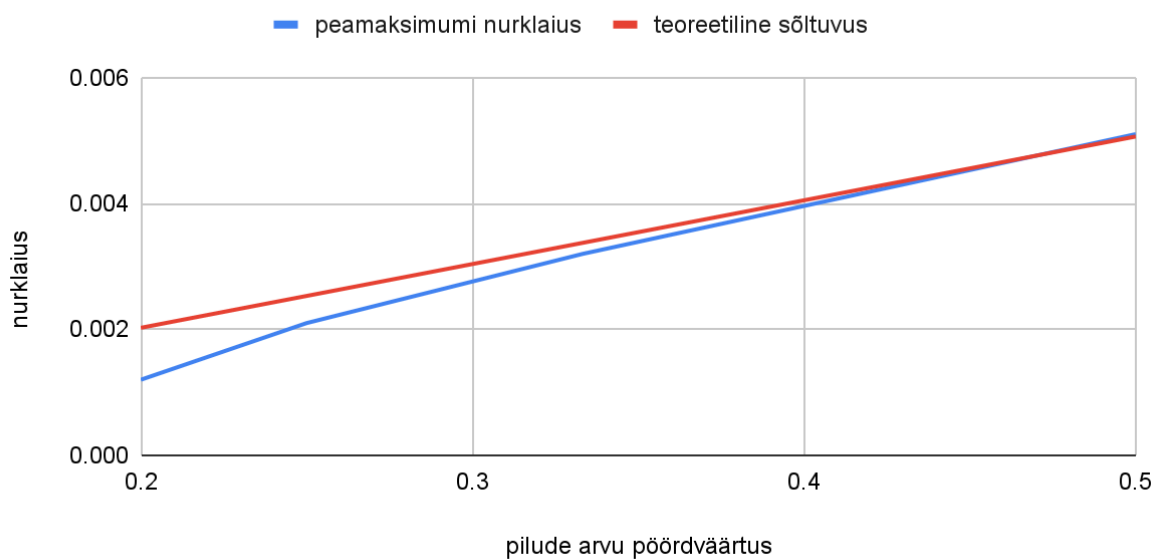
peamaksimumide kiiritustihedus vs. Pilude arvu ruut kaugusel 51cm



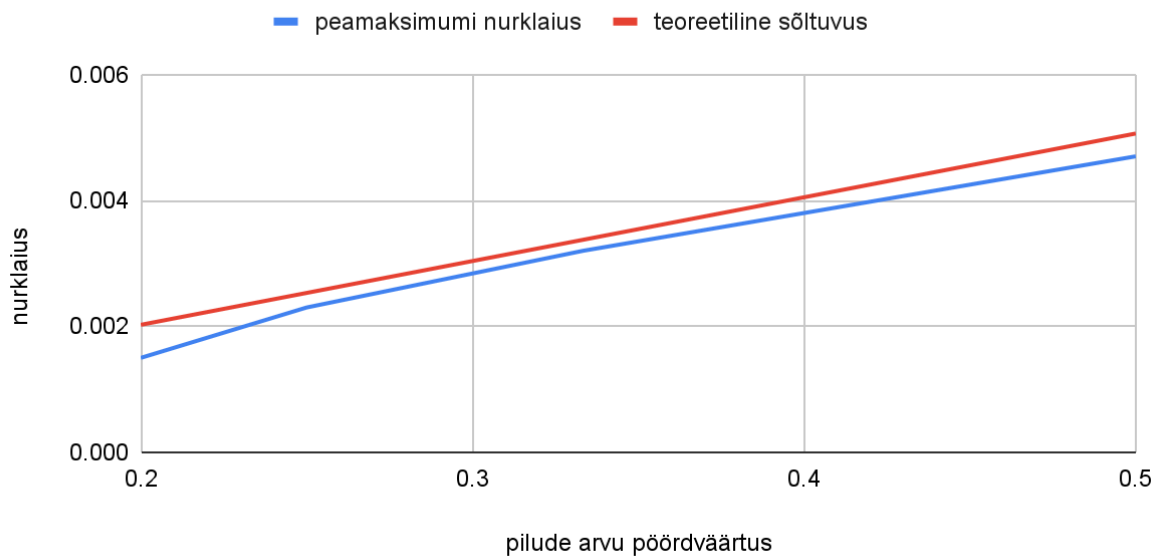
ja 0-järku peamaksimumi nurklaiuse sõltuvuse pilude arvu pöördväärtusest kõigi kolme kauguse jaoks. Lisame graafikule ka teoreetilise sõltuvuse

$$\varphi = 2 \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{1}{N}$$

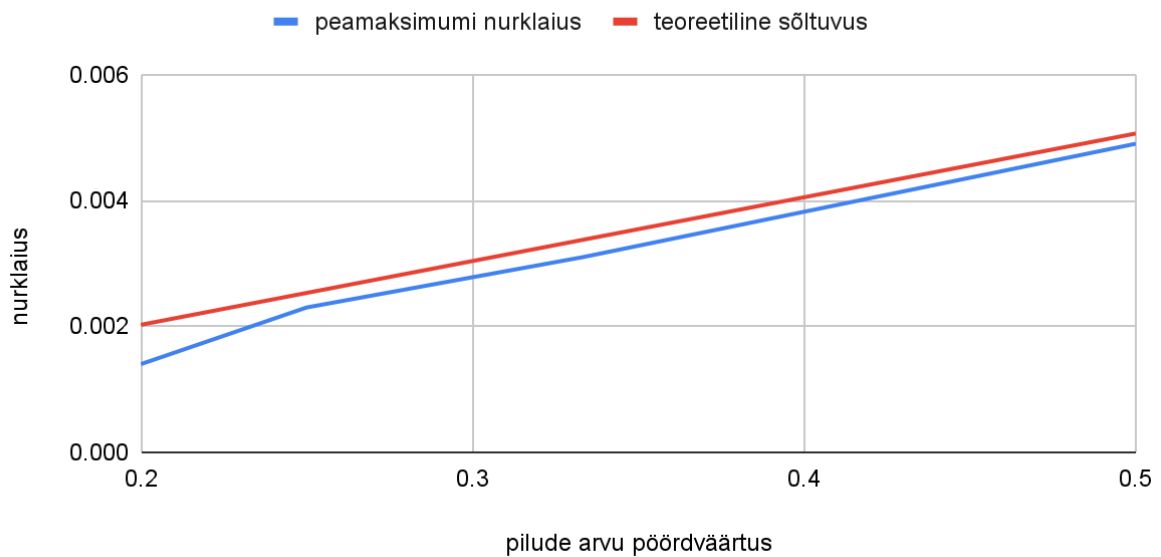
pilude arvu pöördväärtus vs peamaksimumi nurklaius. Kaugusel 31cm



pilude arvu pöördväärtus vs peamaksimumi nurklaius. Kaugusel 41 cm

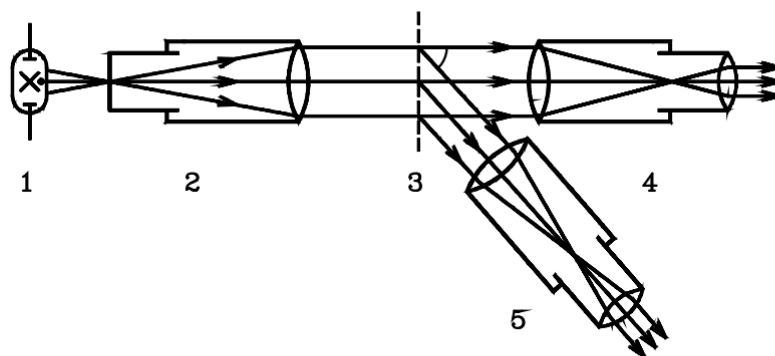


pilude arvu pöördväärtus vs peamaksimumi nurklaius. Kaugusel 51cm.



Difraktsioonivõre

katseskeem:



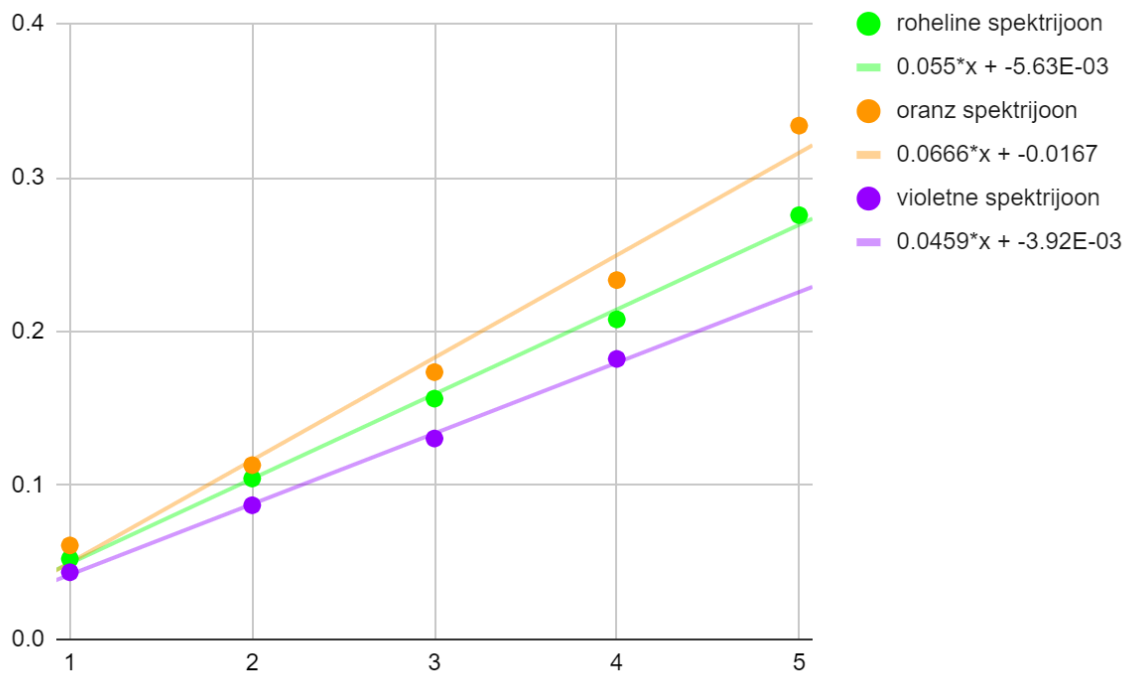
Joonis 2.12. Valguse lainepikkuse määramine difraktsioonivõrega: 1 – valgusallikas; 2 – kollimaator; 3 – difraktsioonivõre; 4 – pikksilma asend otse läbituleva valguse korral; 5 – pikksilma asend difrakteerunud valguse registreerimisel.

mõõtmistulemused:

0 järk oli $4^{\circ} 35'$. Kõik ülejäänud nurgad on arvatud kui erinevus 0 järgu nurgast. Mõõtemääramatus on $\pm 0.5'$ iga nurga puhul.

	violetne	roheline	oranž
1. järk	$2^{\circ} 32'$	$3^{\circ} 5'$	$3^{\circ} 39'$
2. järk	$5^{\circ} 5'$	$6^{\circ} 20'$	$6^{\circ} 31'$
3. järk	$7^{\circ} 46'$	$9^{\circ} 5'$	$10^{\circ} 17'$
4. järk	$10^{\circ} 30'$	$12^{\circ} 25'$	$13^{\circ} 50'$
5. järk	$15^{\circ} 25'$	$16^{\circ} 30'$	$19^{\circ} 30'$

Nüüd saame leida sõltuvuse $\sin(\phi_m) = f(m)$ ja visandada selle graafiku. Igat värvi spektrijoone punkte ühendava sirge tõus ongi lainepikkuse väärtus.



Siit leiame arvutatud lainepikkuste väärtused: roheline **550 nm**, oranz **666 nm**, violetne **459 nm**.

Eksperimentis kasutatud võre difraktsiooni konstant d on 100 pilu/mm kohta. Võre laiuseks mõõtsime 3.5cm. Sellest järeldame, et võre pilude arv on 3500. Võre lahutusvõime saame arvutada järgneva valemi põhjal:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

Võtame järguks $m = 1$.

$$R = 3500$$

Nüüd leiame võre nurkdispersiooni väärtuse, kasutades järgnevat võrrandit:

$$D = \frac{m}{d \cos(\varphi)}$$

$$D_{roheline} = \frac{1}{100 \cos(3)} = 0.01001372346$$

$$D_{violetne} = \frac{1}{100 \cos(2.5)} = 0.01000952685$$

$$D_{oranz} = \frac{1}{100 \cos(3.5)} = 0.01001868687$$

Kasutades määramatuse leidmiseks valemit:

$$\Delta D = \left| \frac{dD}{d\phi} \right| \Delta\phi$$

asendame $\Delta\phi$ asemele 0.5 ja leiame, et määramatus on

$$\Delta D = 7.60 \times 10^{-8}$$