

Matrikli nr: ↓

Eriala, kursus: Füüsika, 3

## Kontrolltöö 1 (kokku 100 p)

### Ülesanne 1 (10 p)

Arvuta kommutaator  $[\sigma_3, \sigma_1]$ . Pööra tähelepanu ka märgile!

### Ülesanne 2 (10 p)

Kas Pauli maatriks  $\sigma_y$  on unitaarne? Kas ta on hermiitiline?

### Ülesanne 3 (10 p)

Näita, et kvantbitti pöörav operaator

$$R_{\hat{n}}(\theta) = e^{-i\frac{\theta}{2}\sigma \cdot \hat{n}}$$

ei ole hermiitiline.

### \* Ülesanne 4 (10 p)

Osakesel mõõdeti spinni  $x$ -suunalist komponenti  $S_x = \frac{1}{2}\hbar\sigma_x$  ja saadi tulemuseks  $-\frac{\hbar}{2}$ . Kui pärast seda teha teine mõõtmine kõigi kolme spinni komponendi jaoks (võttes iga kord algolekuks alati sama, esimese mõõtmise tulemuse), siis millised oleksid mõõtmistulemuste tõenäosused?

### Ülesanne 5 (10 p)

Olgu kvantsüsteem seisundis  $|0\rangle$ . Arvuta standardse määramatuse relatsiooni parem pool kõigi kolme paari Pauli maatriksi jaoks,

$$\frac{1}{2} |\langle 0 | [\sigma_i, \sigma_j] | 0 \rangle|, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

(Vt Pauli maatriksite kommutaatorid all valemities.)

## \* Ülesanne 6 (10 p)

Näita, et kahe ühitamatu vaadeldava  $A$  ja  $B$  puhul on nende kommutaator, korrutatuna imaginaariühikuga  $i$ , hermiitiline operaator.

## \* Ülesanne 7 (10 p)

Olgu magnetväli orienteeritud  $z$ -suunas ning osake spinnoperaatori  $S_z$  omaolekus. Kas see on statsionaarne olek või mitte? Põhjenda.

## \* Ülesanne 8 (10 p)

Näita, et ajast sõltumatu hamiltoniaaniga kvantsüsteemi suvalises mittestatsionaarses olekus energia keskväärus ei sõltu ajast.

## Ülesanne 9 (10 p)

Olgu ajast sõltumatu hamiltoniaaniga kvantsüsteemi ajaline areng antud seisundiga

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\omega_0 t}|1\rangle).$$

Arvuta tõenäosus leida see süsteem  $\sigma_x$  omaolekus  $|0_x\rangle$ .

## Ülesanne 10 (10 p)

Millised on energia omaväärtused (paigalseisval) elektronil, mis asub  $x$ -telje suunalises homogeenses alalismiagnetväljas  $B_0$ ? Võib lahendada kas (1) omaväärtusprobleemi, või (2) leida vastused füüsikaliste kaalutluste kaudu. Kasuta all valemities antud tähistusi.

## Valemid

$$\sigma_1 \equiv \sigma_x \equiv X \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_2 \equiv \sigma_y \equiv Y \equiv \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_3 \equiv \sigma_z \equiv Z \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} \sigma_k, \quad \text{kus } \epsilon_{123} = \epsilon_{231} = \epsilon_{312} = 1 \text{ ja } \epsilon_{321} = \epsilon_{132} = \epsilon_{213} = -1 \text{ ning null kui indeksid korduvad}$$

$$\langle A \rangle_\psi = \langle \psi | A | \psi \rangle \quad |\psi(t)\rangle = \sum_j \alpha_j e^{-iE_j t/\hbar} |E_j\rangle, \quad \text{kus } \alpha_j = \langle E_j | \psi_0 \rangle \quad H = -\gamma \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = \frac{e\hbar}{2m_e} \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$