

# Kombinatoryka i Rachunek Prawdopodobieństwa

1. Na ile sposobów można rzucić dwa razy kostką sześcienną?
2. Na ile sposobów możemy wrzucić pięć kul do sześciu różnych szuflad?
3. Ile różnych liczb trzycyfrowych można utworzyć z cyfr  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ?
4. Ile różnych liczb pięciocyfrowych można utworzyć z cyfr  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ?
5. Ile jest liczb trzycyfrowych, w których:
  - a) występują tylko cyfry nieparzyste?
  - b) występują tylko cyfry parzyste?
  - c) co najmniej jedna cyfra jest parzysta?
  - d) co najmniej jedna cyfra jest nieparzysta?
  - e) pierwsza i ostatnia cyfra jest taka sama, a druga jest równa 5 albo 8?
  - f) 7 występuje dokładnie jeden raz, a ostatnia cyfra jest podzielna przez 3?
6. Do windy wsiada 5 osób, które mogą wysiąść na 10 różnych piętrach. Na ile sposobów mogą:
  - a) wysiąść dowolnie?
  - b) wysiąść tylko na 3, 5 lub 7 piętrze?
  - c) wysiąść na różnych piętrach?
  - d) wysiąść tak, aby przynajmniej jedna osoba wysiadła na 7 piętrze?
7. Każdej z 10 osób przyporządkowujemy miesiąc, w którym się urodził. Ile jest możliwych przypadków, że:
  - a) każda osoba urodzi się innego miesiąca?
  - b) wszystkie osoby urodzą się tego samego miesiąca?
  - c) żadna osoba nie urodziła się ani w styczniu, ani w grudniu?

8. W autobusie, który ma przed sobą 10 przystanków siedzi 7 osób. Zakładając, że do autobusu nie wsiadą żadne nowe osoby, na ile sposobów osoby te mogą wysiąść:
- a) na dowolny sposób?
  - b) tak aby każda osoba wysiadła na innym przystanku?
9. Ile jest różnych kodów PIN, w których cyfry a) mogą / b) nie mogą się powtarzać?
10. Pani Barbara ma w szafie czapkę zieloną, białą i czarną, szal zielony i czarny oraz rękawiczki niebieskie, białe, czarne i różowe. Na ile sposobów Pani Barbara może:
- a) różnie się ubrać?
  - b) wyrać zestaw tego samego koloru?
  - c) wybrać zestaw, który zawiera przynajmniej dwa takie same kolory?
11. Ile jest telefonicznych numerów komórkowych, składających się z dziewięciu cyfr takich, że:
- a) pierwszą cyfrą jest 5 lub 6, trzecią cyfrą jest 0, a pozostałe nie są ani piątką, ani szóstką?
  - b) każda cyfra jest inna i na pierwszym miejscu nie występuje 0?
  - c) każda kolejna cyfra tego numeru jest liczbą o 1 mniejszą od poprzedniej?
  - d) podane cyfry tworzą ciąg malejący?
  - e) pierwsza, trzecia, piąta i siódma cyfra jest taka sama i jest nieparzysta, zaś pozostałe są liczbami parzystymi?
12. Mamy 5 książek, w tym książki A i B. Ustawiamy je losowo na pustej półce, jedna obok drugiej. Na ile sposobów można ustawić je tak, aby:
- a) książki A i B stały obok siebie?
  - b) pomiędzy książkami A i B stały dokładnie dwie inne książki?
  - c) książka A była na lewo od książki B?
13. Z grupy 5 kobiet i 4 mężczyzn wybieramy dwie osoby. Ile jest takich sposobów wyboru tej delegacji tak, aby wśród wybranych osób:
- a) były same kobiety?
  - b) była kobieta i mężczyzna?
14. W klasie jest 15 dziewcząt i 16 chłopców. Spośród uczniów tej klasy wybieramy losowo trzech przedstawicieli do konkursu. Na ile sposobów można wybrać tę delegację tak aby:
- a) wybrać tę delegację?
  - b) był tam dokładnie jeden chłopak?
  - c) były tam co najmniej dwie dziewczynki?
  - d) były tam co najwyżej dwie dziewczynki?

15. W urnie jest 7 kul białych, 2 czarne i 1 zielona. Ile jest możliwych sposobów wyboru dwóch kul z tej urny tak, aby:
- a) kule były różnych kolorów?
  - b) obie kule były białe?
  - c) obie kule były tego samego koloru?
  - d) przynajmniej jedna z kul była biała?
16. W urnie jest 5 kul białych, 4 czarne i 7 zielonych. Losujemy trzy kule. Ile jest możliwych wyników losowania tak, aby:
- a) każda z wylosowanych kul była innego koloru?
  - b) wszystkie trzy kule mają być tego samego koloru?
  - c) wśród trzech kuli dwie muszą być tego samego koloru?
17. Ile różnych wyrazów (mających sens lub nie) można ułożyć z wyrazów:
- a) STRAJK
  - b) KAJAK
  - c) KANAPKA
  - d) MATEMATYKA
  - e) KONSTANTYNOPOLITAŃCZYKÓWIANECZKA\*
- (\* tam są 32 litery)
18. Z talii kart (52 kart) losujemy cztery karty. Na ile sposobów można wybrać karty:
- a) dowolnie?
  - b) tak, aby były dwie damy i dwa asy?
  - c) tak, aby były trzy karty "młodsze" od dziewiątki i jeden król?
  - d) trzy figury i jedna karta nie będąca figurą?
  - e) dwa kiery i pik?
  - f) co najwyżej dwa trafle?
  - g) kier i karo?

19. Rzucamy trzykrotnie symetryczną monetą, oblicz prawdopodobieństwo, że:
- a) wypadnie trzy razy orzeł.
  - b) wypadnie reszka dokładnie dwa razy.
  - c) orzeł wypadnie przynajmniej jeden raz.
20. Rzucamy dwukrotnie sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- a) wypadną dwie szóstki.
  - b) nie wypadnie żadna szóstka.
  - c) wypadnie przynajmniej jedna szóstka.
  - d) liczba oczek będzie parzysta.
  - e) suma oczek będzie większa niż 9.
21. W talii 52 kart losujemy jedną kartę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana karta:
- a) jest treflem lub pikiem.
  - b) asem i nie jest treflem.
  - c) królem lub kierem.
  - d) kartą młodszą od siódemki.
22. Ze zbioru liczb dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest:
- a) liczby podzielnej przez 2 lub 3.
  - b) liczby podzielnej przez 5 i niepodzielnej przez 3.
23. Oblicz prawdopodobieństwo wygrania w totka.
24. Ze zbioru cyfr  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  losujemy kolejno bez zwracania 2 cyfry i zapisujemy je w kolejności losowań, otrzymując liczbę dwucyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo, że będzie to liczba parzysta.
25. Do windy wsiadło 5 osób, które mogą wysiąść na 6 piętrach. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- a) wszystkie osoby wysiądą na jednym piętrze.
  - b) każda osoba wysiądzie na innym piętrze.
26. Rzucamy trzema sześciennymi symetrycznymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma otrzymanych oczek jest liczbą podzielną przez 8 i jednocześnie niepodzielną przez 16.
27. Rzucamy trzema czworościennymi symetrycznymi kostkami do gry (z oczkami 1,2,3,4). Oblicz prawdopodobieństwo, że suma otrzymanych oczek jest liczbą podzielną przez 3.
28. W pudełku znajdują się 4 losy wygrywające i 6 losów przegrywających. Losujemy kolejno bez zwracania po jednym losie. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania:
- a) dwóch losów wygrywających.
  - b) przynajmniej jednego losu wygrywającego.

29. W urnie jest 20 kul ponumerowanych od 1 do 20. Wyjmujemy losowo jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że numer na wylosowanej kuli będzie:
- a) większy od 8
  - b) podzielny przez 5
  - c) liczbą pierwszą
30. W pierwszej urnie są 2 kule białe i 4 kule czarne. W drugiej jest 1 kula biała i 4 kule czarne. Z każdej urny wyciągamy po jednej kuli. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowane kule będą tego samego koloru.
31. Oblicz prawdopodobieństwo, że w trzech rzutach symetryczną kostką sześcienną do gry suma kwadratów liczb uzyskanych oczek będzie podzielna przez 3.
32. W pierwszej urnie są 3 kule białe, 2 czarne i 4 zielone. W drugiej urnie są 4 białe, 5 czarnych i 1 zielona. Losowanie polega na rzuceniu symetryczną monetą i jeśli wypadnie orzeł to losujemy z pierwszej urny, jeśli reszka to z drugiej urny. Oblicz prawdopodobieństwo wyłowienia kuli
- a) białej
  - b) czarnej
  - c) zielonej
33. Na sali jest 12 ławek w 4 rzędach. 12 uczniów losuje miejsca na sali. Jakie jest prawdopodobieństwo, że studenci A, B i C będą siedzieli w tym samym rzędzie?
34. Trzy osoby wsiadają losowo do pociągu, składającego się z 5 wagonów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każda z tych osób odbędzie podróż w innym wagonie?
35. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej grupie 23 osób, znajdą się co najmniej dwie, które obchodzą urodziny tego samego dnia?
36. W pudełku A znajduje się 5 kul białych i 7 kul czarnych. Wybieramy losowo jedną kulę. Jeżeli wylosujemy kulę białą losujemy ponownie jedną kulę z tego pudełka, a jeżeli wylosowaliśmy kulę czarną, losujemy jedną kulę z pudełka B, w którym znajduje się 7 kul białych i 8 kul czarnych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w drugim losowaniu wybierzemy kulę białą?
37. Dziecko bawi się literkami A, A, A, E, K, M, M, T, T, Y . Oblicz prawdopodobieństwo, że przypadkowo złoży ono słowo MATEMATYKA.
38. W szafie jest 10 par butów. Losujemy 4 buty. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosujemy co najmniej jedną parę.
39. W urnie jest 6 kul białych, 3 kule czarne i pewna liczba kul niebieskich. Oblicz ile jest kul niebieskich, jeżeli prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z tej urny wynosi  $\frac{1}{3}$ .

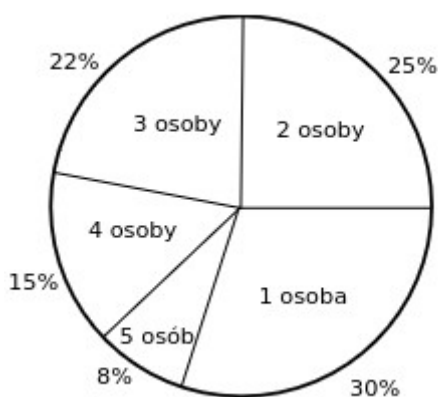
# Statystyka

1. Oblicz medianę i średnią arytmetyczną liczb:  $\{2, 4, 5, 3, 7, 9, -2\}$
2. Średnia arytmetyczna liczb:  $\{x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5\}$  jest równa 3. Oblicz "x".
3. Poniższa tabela przedstawia wyniki sprawdzianu klasy IV

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba uczniów	2	4	5	6	2	1

Oblicz medianę, średnią arytmetyczną i dominantę tych ocen.

4. Średnia wieku w pewnej grupie studentów jest równa 23 lata. Średnia wieku tych studentów i ich opiekuna jest równa 24 lata. Opiekun ma 39 lat. Oblicz, ilu studentów jest w tej grupie.
5. Przeprowadzono badania, dotyczące liczby osób jadących w samochodach osobowych w godzinach rannych, w kierunku centrum pewnego miasta. Wyniki badań przedstawione są na digramie kołowym.



- a) Oblicz średnią liczbę osób jadących w samochodzie osobowym w godzinach rannych. Wyznacz również medianę i dominantę.
- b) Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym samochodzie osobowym, w godzinach rannych, w kierunku centrum, były więcej niż 3 osoby.
- c) Wiedząc, że samochodów osobowych, w których były 4 osoby, zaobserwowano o 350 więcej, niż samochodów w których było 5 osób, oblicz, ile wszystkich samochodów obserwowano w trakcie badań.