

**Zadanie 1 (0-2)**

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Liczba  $k = 3^{2025} + 3^{2024} + 3^{2023} + 3^{2022}$  jest podzielna przez ... i ....

A. 2

B. 16

C. 25

D. 10

E.  $3^{2024}$

F.  $9^{2023}$

**Zadanie 2 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną w postaci przedziału pewnej nierówności. Nierówność opisującą ten przedział można opisać za pomocą:



A.  $|x + 6| \leq 3$

B.  $|x - 6| \leq 3$

C.  $|x + 6| \geq 3$

D.  $|x - 6| \geq 3$

**Zadanie 3 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dana jest liczba określona wzorem

$$3 \log_6 \frac{1}{2} - \log_6 3 + 2 \log_6 \frac{1}{3}.$$

Liczba ta jest równa

A. 2

B.  $\frac{1}{2}$

C. -1

D. -3

**Zadanie 4 (0-2)**

Wykaż, że wyrażenie  $4n^2 + 6n + 6$  dla każdej  $n$  naturalnej jest liczbą parzystą.

### Zadanie 5 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia  $(2a - 3b)^2 - (-2a - 3b)^2$  wynosi

- A.  $24ab$   
B.  $18b^2$   
C.  $-24ab$   
D. 0

### Zadanie 6 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla pewnego ostrego kąta  $\alpha$  dane jest, że  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ . Wówczas  $\operatorname{tg} \alpha$  wynosi

- A.  $2\sqrt{2}$   
B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$   
C. 3  
D.  $\frac{1}{3}$

### Zadanie 7 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie  $\frac{(x^2-5)(x-3)}{(-2x+6)(x-5)}=0$  ma

- A. zero rozwiązań                      B. jedno rozwiązanie
- C. dwa rozwiązania                    D. trzy rozwiązania

### Zadanie 8 (0-3)

Rozwiąż równanie

$$x^6 - 8 = 7x^3$$

### Zadanie 9 (0-2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

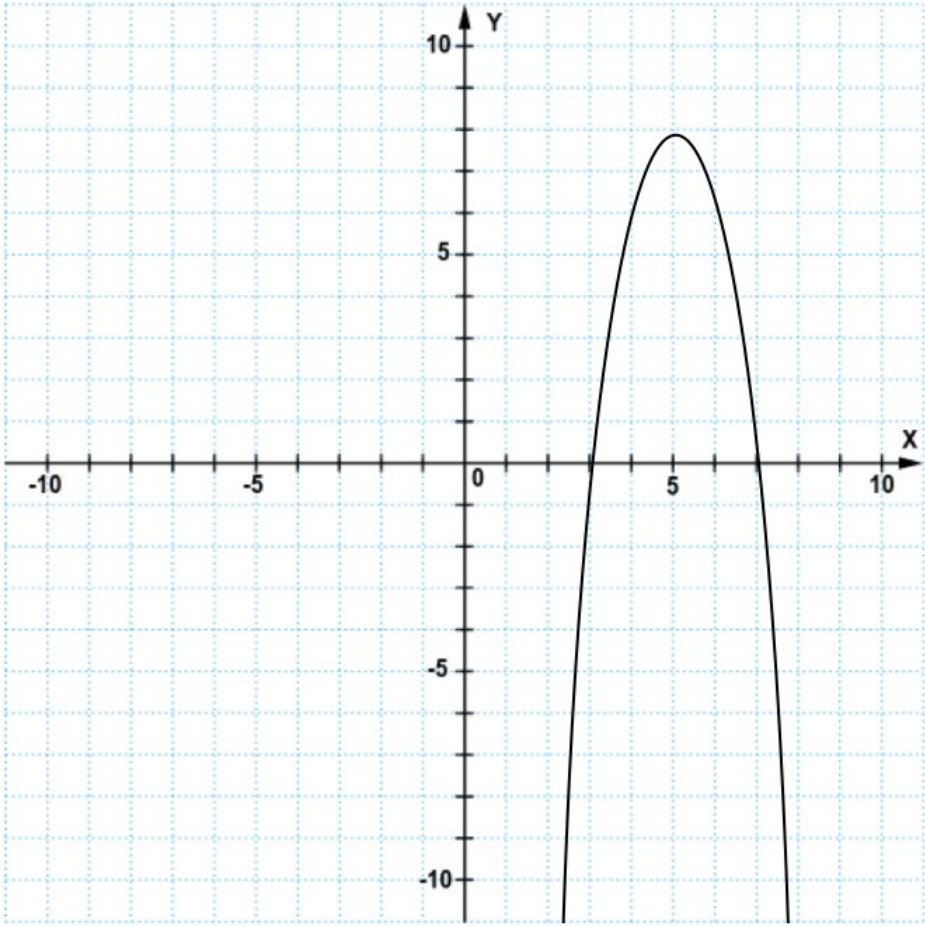
Poniżej podano pary pewnych prostych.

Pary prostych prostopadłych to pary: ..... i ..... .

- A.**  $y = 4x - 5$  i  $y = \frac{1}{4}x - 5$       **B.**  $y = \frac{1}{4}x + 5$  i  $y = -4x + 5$
- C.**  $y = 4x - 5$  i  $y = 4x - \sqrt{5}$       **D.**  $2x - 3y - 7 = 0$  i  $2x + 3y + 7 = 0$
- E.**  $4x - 5y + 6 = 0$  i  $5x + 4y - 6 = 0$       **F.**  $x + 5y + 4 = 0$  i  $5x + y - 4 = 0$

Informacja do zadań 10.1 - 10.3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) przedstawiono fragment funkcji kwadratowej  $f$  (zobacz rysunek). Jej wierzchołek to punkt  $(5, 8)$ , natomiast jednym z jej miejsc zerowych jest  $x = 3$ .



**Zadanie 10. 1    (0-1)**

Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wartości powyższej funkcji kwadratowej.

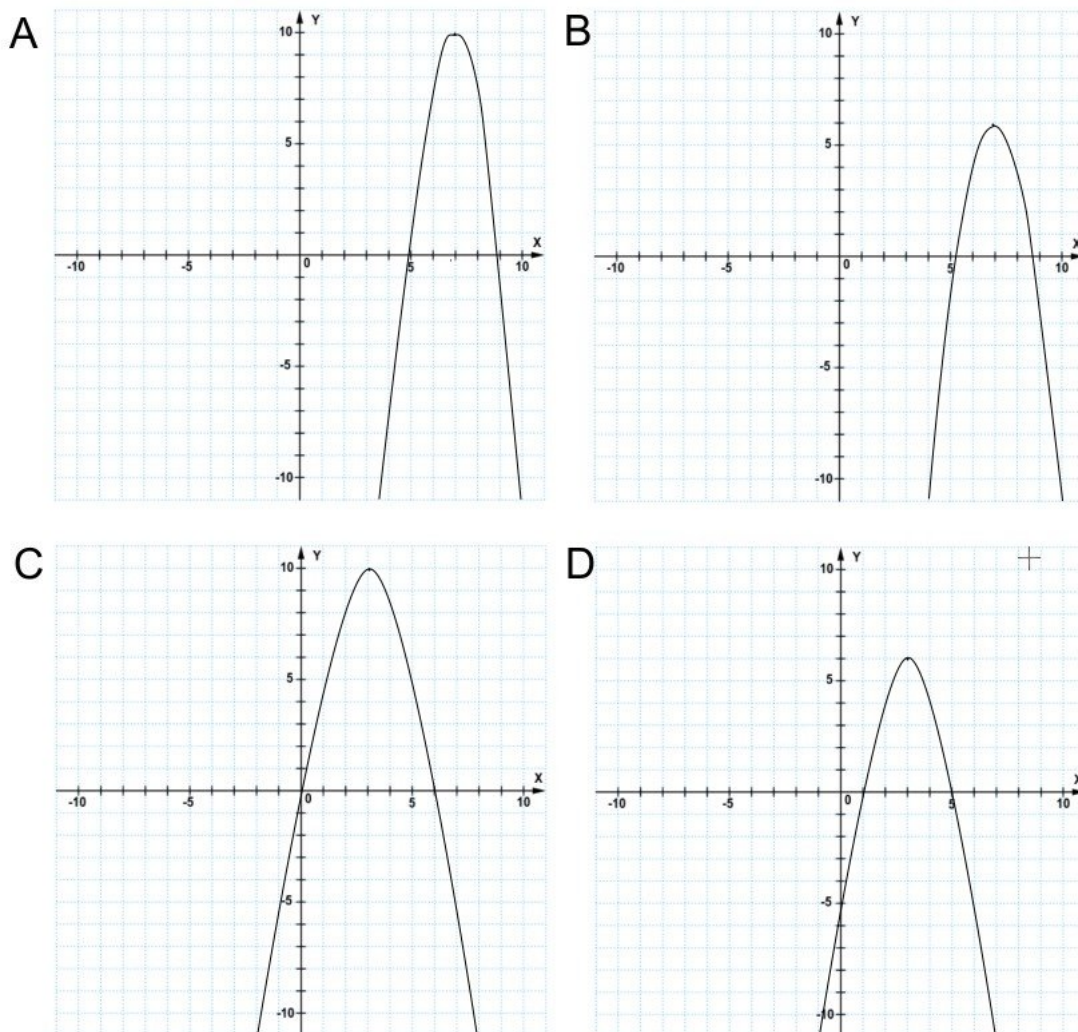
**Zadanie 10. 2    (0-2)**

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej.

[illegible]

### Zadanie 10. 3 (0-1)

Funkcję  $g(x) = f(x - 2) - 2$  przedstawiono na wykresie



### Zadanie 11 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W laboratorium badano próbki pewnego kamienia pozaziemskiego. Naukowcy są w stanie ustalić wiek powstania danego kamienia na podstawie śladu węgla wewnątrz danej próbki za pomocą uproszczonej formuły  $T(x) = 1000 \cdot 2^{-x \cdot 10^{-10}}$  w jednej uncji próbki (wyrażonej w mg), gdzie  $x$  to jest czas życia danej próbki.

Przy badaniu tej próbki otrzymano, że w jednej uncji znajduje się 62,5mg węgla. Zatem ten kamień ma

A.  $4 \cdot 10^{10}$  lat

B. 4000 lat

C.  $62,5 \cdot 10^{10}$  lat

D.  $62,5 \cdot 10^{10000}$  lat

### Zadanie 12 (0-2)

Dany jest ciąg rekurencyjny określony wzorem

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n \cdot 2n \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg $a_n$ jest ciągiem geometrycznym.	P	F
Ciąg $a_n$ jest ciągiem monotonicznym.	P	F

### Zadanie 13 (0-2)

Suma pierwszego i dwunastego wyrazu pewnego ciągu arytmetycznego wynosi 4, natomiast różnica piątego i siódmego wyrazu tego ciągu wynosi 4.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg ten jest rosnący.	P	F
Pierwszy wyraz tego ciągu wynosi 13.	P	F

### Zadanie 14 (0-4)

Dany jest pewien trzywyrazowy ciąg arytmetyczny  $(x, y, z)$ . Średnia arytmetyczna tego ciągu to 7. Jeżeli drugi wyraz tego ciągu zmniejszylibyśmy o 1, a trzeci wyraz zwiększyli o 1, to otrzymalibyśmy ciąg geometryczny. Wyznacz wyrazy tego ciągu.

[illegible]

### Zadanie 15 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

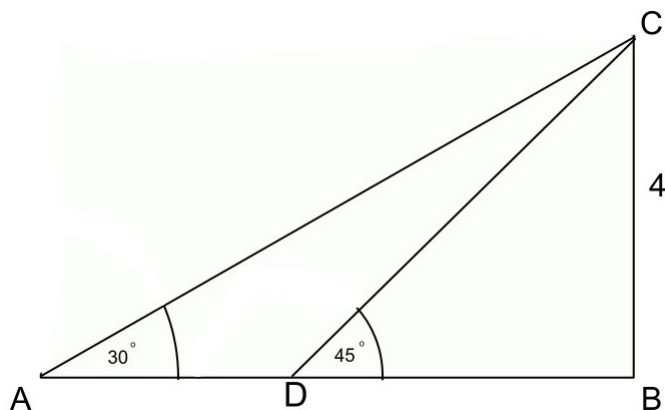
Dany jest trójkąt równoramienny o ramieniu długości 20 i kącie między ramionami  $150^\circ$ . Wówczas pole tego trójkąta jest równe

- A.  $200\sqrt{3}$   
B. 200  
C.  $100\sqrt{3}$   
D. 100

**Zadanie 16 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  o kącie prostym przy wierzchołku  $B$ , kącie  $30^\circ$  przy wierzchołku  $A$  i boku  $BC$  równym 4, poprowadzono prostą z wierzchołka  $C$  przecinającą bok  $AB$  w punkcie  $D$  pod kątem  $45^\circ$ . (Zobacz rysunek)

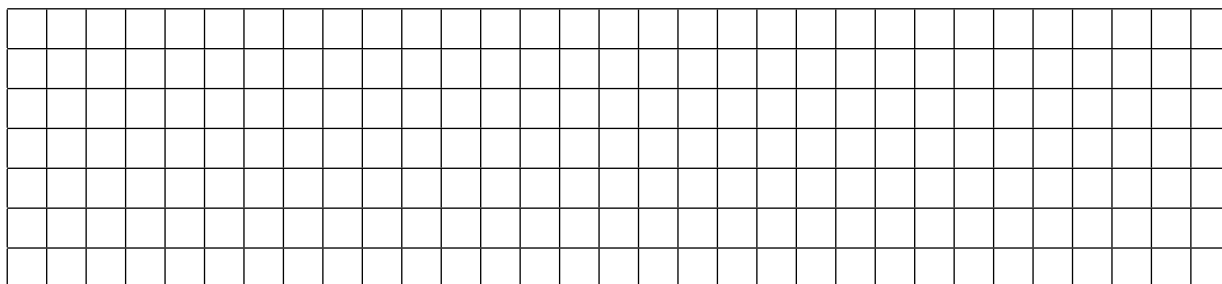


Długość odcinka  $AD$  jest równa

- A.  $8\sqrt{3}$                                       B.  $4(\sqrt{3} - 1)$   
 C.  $4(\sqrt{2} + 1)$                               D.  $\sqrt{3}$

**Zadanie 17 (0-3)**

Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$  o kącie  $ACB$ , którego sinus wynosi  $\frac{3\sqrt{11}}{10}$  oraz boki  $AC$  i  $BC$  są odpowiednio równe 5 i 8. Oblicz bok  $AB$  tego trójkąta.

**Zadanie 18 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

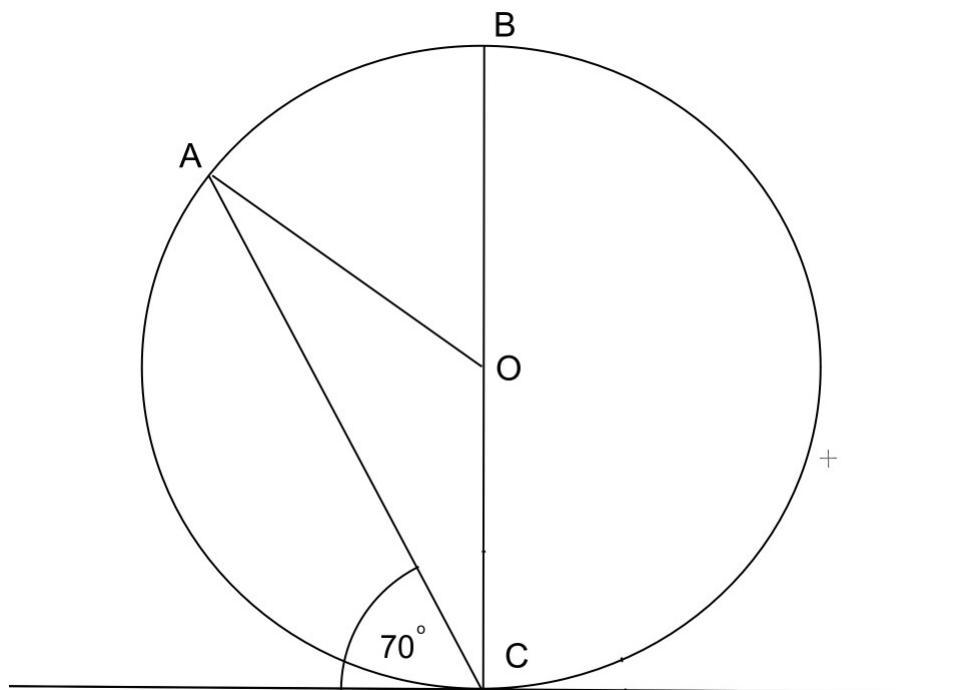
Dany jest okrąg o środku w punkcie  $(2, 4)$  styczny do osi  $OX$ . Jednym z punktów przecięcia tego okręgu z osią  $OY$  to

- A.  $(0, 4 + 2\sqrt{3})$                               B.  $(0, 2 + \sqrt{3})$   
 C.  $(2 + 2\sqrt{3}, 0)$                               D.  $(4 + 2\sqrt{3}, 0)$

**Zadanie 19 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na okręgu o środku w punkcie  $O$  zaznaczono punkty  $A, B, C$  tak, że środkiem odcinka  $BC$  jest punkt  $O$ . W punkcie  $C$  poprowadzono styczną do tego okręgu, która wraz z odcinkiem  $AC$  tworzy kąt  $70^\circ$ . (Zobacz rysunek)



Miara kąta  $\angle AOB$  jest równa

- A.  $70^\circ$                                       B.  $40^\circ$   
C.  $35^\circ$                                       D.  $20^\circ$

**Zadanie 20 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dane są dwa okręgi

$$o_1 : (x - 2)^2 + (y - k)^2 = 81$$

$$o_2 : (x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$$

Okręgi te są styczne wewnętrznie kiedy  $k$  jest równe

- A.  $3 - 3\sqrt{15}$                                       B. 3  
C. 6    D. -1

### Zadanie 21 (0-3)

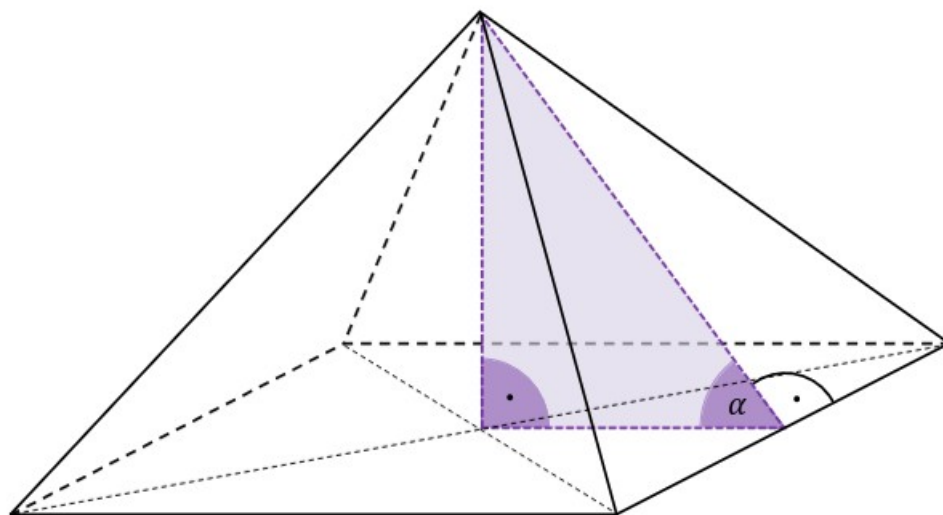
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa wynosi 8, a sinus kąta nachylenia przekątnej graniastosłupa do podstawy wynosi  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ . Oblicz objętość tego graniastosłupa.

[illegible]

### Zadanie 22 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dany jest ostrosłup prawidłowy o boku podstawy równym 4 oraz kącie nachylenia wysokości ściany bocznej do podstawy, takim, że  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ . (Zobacz rysunek)



Objętość tego ostrosłupa jest równa

- A.** 48 **B.** 16
- C.**  $\frac{16\sqrt{17}}{3}$  **D.** 8

### Zadanie 23 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczb czterocyfrowych, w których występuje przynajmniej raz cyfra 5, jest

- A. 7700  
B. 4000  
C. 3439  
D. 3168



**Zadanie 24 (0-2)**

Dane są dwie urny, w pierwszej urnie są 4 kule białe i 6 czarnych, a w drugiej 3 białe i 5 czarnych. Doświadczenie polega na rzuceniu symetryczną monetą, a następnie jeśli wypadnie orzeł to losowaniu kuli z urny pierwszej, a jeśli wypadnie reszka to losowaniu kuli z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej.

**Zadanie 25 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna liczb:  $x + 3$ , 5, 7,  $3x$ , 4,  $2x - 3$ ,  $3 - x$  wynosi 2. Liczba  $x$  wynosi

A. -1

B. 2

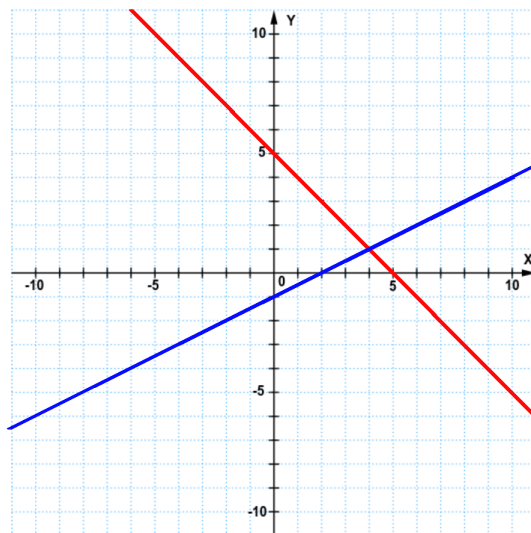
C. 2,5

D. 4

**Zadanie 26 (0-1)**

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną układu równań.



Układ ten da się zapisać w postaci

A.  $\begin{cases} y = x + 5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} y = -x - 5 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$

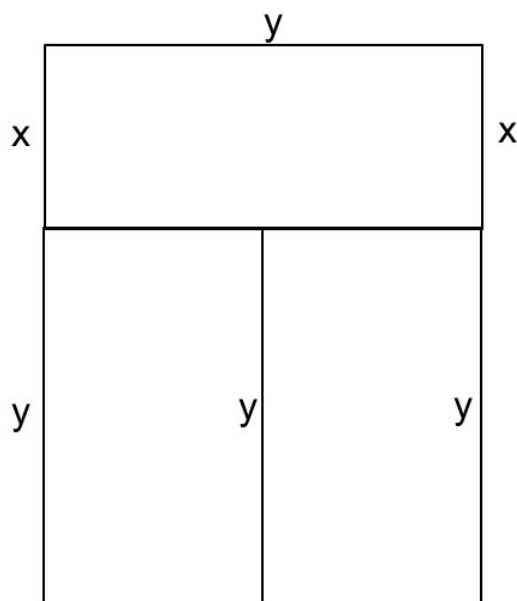
C.  $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$

### Zadanie 27 (0-4)

Pan Andrzej na środku pola chce wytyczyć działkę w następujący sposób (zobacz rysunek):

- podzielić działkę na trzy prostokąty,
- dwa z nich mają mieć identyczne długości boków,
- każdą z tych części ogrodzić płotem, którego ma do dyspozycji 300 m (fragmenty działki współdzielące płot liczy się tylko raz).



Wyznacz wymiary działki tak, aby jej pole powierzchni było jak największe. Oblicz to pole.