Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

1. Oblicz (zapisz w postaci wykładniczej):

   a) $6^5 \cdot 6^{-3} : 6^7 =$

   b) $2^{10} \cdot 2^{-7} : 2^{-3} =$

   c) $\frac{5^{21} : 5^6}{5^{10}} =$

   d) $\frac{8^5}{4^7} =$

   e) $32 \cdot 16^2 \cdot 8^3 =$

   f) $25 \cdot 5^2 \cdot 125^3 =$

   g) $8 \cdot 16^3 \cdot 32^2 =$

   h) $6^{10} \cdot 36^{-3} : 6^5 =$

   i) $(-4)^6 \cdot 4^3 \cdot (-4)^{-2} =$

   j) $\frac{13^{12}}{(-13)^{-12}} =$

   k) $\frac{(2^7)^4}{2^{30} : 2^{14}} =$

   l) $32^6 : 2^{18} =$

   m) $\frac{44^4}{22^3} =$

   n) $\frac{81 \cdot 25}{15^2} =$

   o) $\frac{8^3 \cdot 6^3}{27 \cdot 4^5} =$

   p) $\frac{50 \cdot 8^2}{250 \cdot 2^2} =$

2. Zapisz w postaci a^x:

   a) $\frac{(a^5)^3 \cdot a^7}{a^3 : (a^{-4})^{-2}} =$

   b) $\frac{(a^3)^4 : a}{a^{-9} : a^3} =$

   c) $(a^7 : (a^3)^{-2})^{-1} \cdot (a^{-7} \cdot a^5)^2 =$

   d) $(\frac{1}{a}^5 \cdot a^7) : (\frac{1}{a^2}^{-3} : a^4) =$

3. Oblicz korzystając z własności potęg:

   a) $\frac{3^3 \cdot 3^6 + (3^3)^3}{3^8} =$

   b) $\frac{8^4 : (2^7)^{-2} - 4^{12}}{2^{24}} =$

   c) $\frac{(2^2)^3 - 2^8 : 4^2}{8} =$

   d) $\frac{2^{102} + 2^{103} + 2^{104}}{3 \cdot 4^{25}} =$

   e) $(a^7 : (a^3)^{-2})^{-1} \cdot (a^{-7} \cdot a^5)^2 =$

   f) $(3^7 \cdot \frac{1}{9}^3)^{-3} : (\frac{1}{3}^7 : \frac{1}{27})^4 =$

4. Wykaż, że liczba
$$k_n = 3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$$
określona dla wszystkich $n \geq 1$ jest podzielna przez 13.

5. Wykaż, że liczba $a = 8^{10} + 4^{16} + 3 \cdot 16^8$ jest podzielna przez 17.

6. Oblicz:

a) $\sqrt{36} =$

b) $\sqrt{18} =$

c) $\sqrt{200} =$

d) $\sqrt[3]{27} =$

e) $\sqrt[3]{250} =$

f) $\sqrt[5]{64} =$

g) $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$

h) $\sqrt{8} + \sqrt{32} =$

i) $4\sqrt{2} + \sqrt{8} =$

j) $\sqrt{200} - \sqrt{50} =$

k) $\sqrt{32} - 3\sqrt{2} =$

l) $\sqrt{800} + \sqrt{242} - \sqrt{162} =$

m) $\sqrt{48} - \sqrt{3} =$

n) $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$

o) $3\sqrt{20} - \frac{1}{3}\sqrt{45} - 5\sqrt{180} =$

p) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40} =$

q) $\sqrt{32} : \sqrt{2} =$

r) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}} =$

7. Oblicz:

a) $32^{\frac{1}{5}} =$

b) $4^{\frac{1}{2}} =$

c) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

d) $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[3]{2}^{2} : 2^{-2\frac{1}{2}} =$

8. Naszkicuj wykres funkcji wykładniczej:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = 3^{-x}$

c) $h(x) = 2^{x+3} - 2$

d) $i(x) = \frac{1}{2}^{x-2} + 1$

- Logarytmy można zdefiniować w następujący sposób:

$$\log_a b = c \qquad \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \qquad a^c = b$$

- W szczególności logarytmy można liczyć za pomoca wzorów:

$$\log_a a^x = x \qquad \log_{a^y} a^x = \frac{x}{y}$$

- Z pozostałych wzorów przydadzą się:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y \qquad \log_a x - \log_a y = \log_a \tfrac{x}{y}$$
$$\log_a x^r = r \cdot \log_a x$$

9. Oblicz:

a) $\log_2 8 =$

b) $\log_2 32 =$

c) $\log_2 512 =$

d) $\log_4 256 =$

e) $\log_3 81 =$

f) $\log_9 81 =$

g) $\log_3 \frac{1}{27} =$

h) $\log_6 \frac{1}{216} =$

i) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} =$

j) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{3}{2} =$

k) $\log_7 49 =$

l) $\log_5 1 =$

m) $\log_{\frac{1}{4}} 16 =$

n) $\log_5 \frac{1}{625} =$

o) $\log 100 =$

p) $\log 0,001 =$

10. Oblicz:

a) $\log_4 8 =$

b) $\log_9 \frac{1}{27} =$

c) $\log_{\frac{1}{2}} 16\sqrt{2} =$

d) $\log_{\sqrt{3}} 9 =$

e) $\log_6 \sqrt{216} =$

f) $\log_{3\sqrt[3]{3}} \sqrt{3} =$

g) $\log_5 125\sqrt{5} =$

h) $\log_{3\sqrt{3}} 81\sqrt[5]{3} =$

11. Wyznacz "x":

a) $\log_{0,5} x = -1$

b) $\log_3 x = 3$

c) $\log_x 16 = 4$

d) $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$

e) $\log_x 8 = -3$

f) $\log_x \sqrt{3} = 1$

g) $\log_7 x = 0$

h) $\log_x 4\sqrt{2} = -5$

12. Oblicz:

a) $\log_2 48 - \log_2 3 =$
b) $\log_3 \frac{1}{4} + \log_3 1\frac{1}{3} =$
c) $\log_{\sqrt{2}} 50 - \log_{\sqrt{2}} 25 =$
d) $\log_{\frac{3}{2}} 9 - 2\log_{\frac{2}{3}} 2 =$
e) $\log_4 8 + \log_9 3 - \log_6 1 =$
f) $\log_3 4 + \log_3 6 - \log_3 8 =$
g) $2\log_{\frac{1}{4}} 8 - 3\log_{\sqrt{3}} 9 =$
h) $\log_2(\log_2(\log_2 4)) =$
i) $\log_5(\sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{5}}) =$

13. Naszkicuj wykres funkcji logarytmicznej:

a) $f(x) = \log_2 x$

b) $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

c) $h(x) = \log_2(x-3) + 2$

d) $i(x) = \log_2(\frac{1}{x})$