

Zadania na lekcje 1 - podstawy algebry

Zadanie 1

Rozwiąż równania:

- | | |
|--|---|
| a) $2(x - 3) = 3(x + 5)$ | b) $4(x + 4) - 2(3x - 5) = 8$ |
| c) $2(x - 3) - 3(6 + x) = 6 - (3 + x)$ | d) $2 - x < x + 7$ |
| e) $3x + 5(x - 3) \geq 14 - (x + 4)$ | f) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$ |
| g) $\frac{1}{3}(x + 3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$ | h) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$ |
| i) $2(x - 3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x - 5)$ | j) $\frac{1}{2}(x - 3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$ |

Zadanie 2

Dla poniższych równań i nierówności przedstaw ich interpretacje, a następnie rozwiąż:

- | | |
|-------------------|-----------------------------|
| a) $ x - 3 = 5$ | b) $ x + 4 < 4$ |
| c) $ x + 5 = -2$ | d) $ x + 6 > 2\frac{1}{5}$ |
| e) $ 2x - 3 = 6$ | f) $- 4 - x > -2$ |

Zadanie 3

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $(x + 2)^2$ | b) $(x - 3)^2$ | c) $(2x + 5)^2$ |
| d) $(x + 2y)^2$ | e) $(3 + 2x)^2$ | f) $(5x + 2)^2$ |
| g) $(-x - 2)^2$ | h) $(-3y + 7)^2$ | i) $(-5x + 3)^2$ |
| j) $(x - 2y)(x + 2y)$ | k) $(3x + 1)(3x - 1)$ | l) $(4 + 5x)(5x - 4)$ |
| m) $(x^2 - 4)(x^2 + 4)$ | n) $(4a + 7b)(7b - 4a)$ | o) $(-x - 2y)(2y - x)$ |

Zadanie 4

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x + 2y)^2 + (x - 2y)^2$

b) $(3x - 4)^2 - (3x + 4)^2$

c) $(5x - 3y)^2 + (3x - 5y)^2$

d) $(x + \frac{1}{2}y)(x - \frac{1}{2}y) - (\frac{1}{2}y - x)(x + \frac{1}{2}y)$

e) $(2\sqrt{2} - 8)^2 - (3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

f) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (4\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

Zadanie 5

Udowodnij, że liczba

$$(x + 1)^2 + (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 2, dla każdej liczby naturalnej x .

Zadanie 6

Udowodnij, że liczba

$$(x + 4)^2 + (x - 3)^2 - (x + 4)^2 - (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 4, dla każdej liczby naturalnej x .

Zadanie 7

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych parzystych liczb naturalnych jest podzielna przez 4.

Zadanie 8

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych nieparzystych liczb naturalnych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 9

Udowodnij, liczba

$$x^2 + 3x + 2$$

jest podzielna przez 2.

Zadanie 10

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwe są nierówności:

a) $x^2 + 2xy + 3y^2 \geq 0$

b) $2x^2 + 25x^2 \geq 10xy$

c) $x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4 \geq 0$

d) $\frac{3x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - xy \geq 0$

Zbiór zadań - podstawy algebry

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

1. Rozwiąż równania:



a) $2(x - 3) = 3(x + 5)$

b) $4(x + 4) - 2(3x - 5) = 8$

c) $2(x - 3) - 3(6 + x) = 6 - (3 + x)$

d) $2 - x < x + 7$

e) $3x + 5(x - 3) \geq 14 - (x + 4)$

f) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$

g) $\frac{1}{3}(x + 3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$

h) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$

i) $2(x - 3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x - 5)$

j) $\frac{1}{2}(x - 3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$

2. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(9 - 4y)^2$

b) $(x - 3)^2$

c) $(2x + 5)^2$

d) $(4 + 3e)^2$

e) $(3 + 2x)^2$

f) $(5x + 2)^2$

g) $(a + 1)^2$

h) $(4 - 3a)^2$

i) $(2b - 6x)^2$

j) $(a + 1)^2$

k) $(4 - 3a)^2$

l) $(2b - 6x)^2$

m) $(-x - 2)^2$

n) $(-3y + 7)^2$

o) $(-5x + 3)^2$

p) $(x - 2y)(x + 2y)$

q) $(3x + 1)(3x - 1)$

r) $(4 + 5x)(5x - 4)$

s) $(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

t) $(4a + 7b)(7b - 4a)$

u) $(-x - 2y)(2y - x)$

3. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:



a) $5y^2 - 3(y + 1)(y - 1)$

b) $(4 + 3y)(4 - 3y) - (4 - y)^2$

c) $(3x + 1)(3x + 1) + (1 + 5x)(1 - 5x)$

d) $(x - 7)^2 - (4 - 2x)^2$

e) $(\sqrt{2} + 2)^2 + (\sqrt{3} - 3)^2$

f) $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5})^2$

4. Usuń niewymierność z podanych wyrażeń:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{2\sqrt{2}}$

c) $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

e) $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

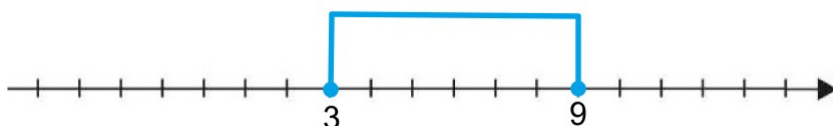
f) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2}$

g) $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

h) $\frac{\sqrt{2}+3}{3-\sqrt{2}}$

i) $\frac{5+\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}}$

4.(Jednokrotnego wyboru) Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną w postaci przedziału pewnej nierówności:



Nierówność opisującą ten przedział można opisać za pomocą:

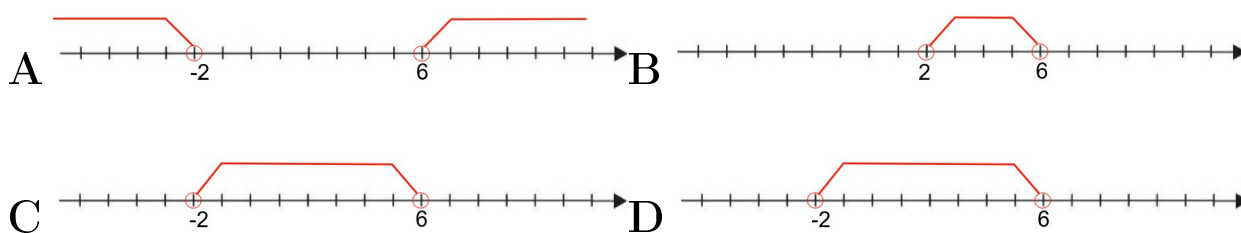
A. $|x + 6| \leq 3$

B. $|x - 6| \leq 3$

C. $|x + 6| \geq 3$

D. $|x - 6| \geq 3$

5.(Jednokrotnego wyboru) Nierówność $|x - 2| > 4$ można przedstawić za pomocą przedziału:



6. Udowodnij, że liczba

$$(2x + 1)^2 - (x + 1)^2 + x$$

jest podzielna przez 6.

7. Udowodnij, że liczba

$$5x^3 - 5x$$

jest podzielna przez 30.