Zadania na lekcje 1 - podstawy algebry

Zadanie 1
Rozwiąż równania:

a) $2(x-3)=3(x+5)$

b) $4(x+4)-2(3x-5)=8$

c) $2(x-3)-3(6+x)=6-(3+x)$

d) $2-x<x+7$

e) $3x+5(x-3)\geq 14-(x+4)$

f) $\frac{x-1}{2}+\frac{1}{4}(x-1)=9$

g) $\frac{1}{3}(x+3)+\frac{x}{5}-x<4-\frac{x-3}{15}$

h) $\frac{2x+5}{3}-\frac{x-7}{6}>\frac{1}{2}$

i) $2(x-3)<\frac{2-x}{3}+\frac{3}{2}(x-5)$

j) $\frac{1}{2}(x-3)-\frac{6+x}{3}<\frac{x}{6}$

Zadanie 2
Dla poniższych równań i nierówności przedstaw ich interpretacje, a następnie rozwiąż:

a) $|x-3|=5$

b) $|x+4|<4$

c) $|x+5|=-2$

d) $|x+6|>2\frac{1}{5}$

e) $|2x-3|=6$

f) $-|4-x|>-2$

Zadanie 3
Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x+2)^2$

b) $(x-3)^2$

c) $(2x+5)^2$

d) $(x+2y)^2$

e) $(3+2x)^2$

f) $(5x+2)^2$

g) $(-x-2)^2$

h) $(-3y+7)^2$

i) $(-5x+3)^2$

j) $(x-2y)(x+2y)$

k) $(3x+1)(3x-1)$

l) $(4+5x)(5x-4)$

m) $(x^2-4)(x^2+4)$

n) $(4a+7b)(7b-4a)$

o) $(-x-2y)(2y-x)$

Zadanie 4
Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x+2y)^2+(x-2y)^2$

b) $(3x-4)^2-(3x+4)^2$

c) $(5x-3y)^2+(3x-5y)^2$

d) $(x+\frac{1}{2}y)(x-\frac{1}{2}y)-(\frac{1}{2}y-x)(x+\frac{1}{2}y)$

e) $(2\sqrt{2}-8)^2-(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})^2$

f) $(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+\sqrt{5})-(4\sqrt{3}+2\sqrt{2})^2$

Zadanie 5
Udowonij, że liczba

$$(x+1)^2+(x-1)^2$$

jest podzielna przez 2, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 6
Udowonij, że liczba

$$(x+4)^2+(x-3)^2-(x+4)^2-(x-1)^2$$

jest podzielna przez 4, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 7
Udowonij, że suma dwóch kolejnych parzystych liczb naturalnych jest podzielna przez 4.

Zadanie 8
Udowonij, że suma dwóch kolejnych nieparzystych liczb naturalnych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 9
Udowonij, liczba

$$x^2+3x+2$$

jest podzielna przez 2.

Zadanie 10
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x,y prawdziwe są nierówności:

a) $x^2+2xy+3y^2 \geq 0$

b) $2x^2+25x^2 \geq 10xy$

c) $x^4y^2+2x^3y^3+x^2y^4 \geq 0$

d) $\frac{3x^2}{4}+\frac{y^2}{3}-xy \geq 0$

Zbiór zadań - podstawy algebry

1. Rozwiąż równania:

a) $2(x-3)=3(x+5)$

b) $4(x+4)-2(3x-5)=8$

c) $2(x-3)-3(6+x)=6-(3+x)$

d) $2-x<x+7$

e) $3x+5(x-3)\geq 14-(x+4)$

f) $\frac{x-1}{2}+\frac{1}{4}(x-1)=9$

g) $\frac{1}{3}(x+3)+\frac{x}{5}-x<4-\frac{x-3}{15}$

h) $\frac{2x+5}{3}-\frac{x-7}{6}>\frac{1}{2}$

i) $2(x-3)<\frac{2-x}{3}+\frac{3}{2}(x-5)$

j) $\frac{1}{2}(x-3)-\frac{6+x}{3}<\frac{x}{6}$

2. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(9-4y)^2$

b) $(x-3)^2$

c) $(2x+5)^2$

d) $(4+3e)^2$

e) $(3+2x)^2$

f) $(5x+2)^2$

g) $(a+1)^2$

h) $(4-3a)^2$

i) $(2b-6x)^2$

j) $(a+1)^2$

k) $(4-3a)^2$

l) $(2b-6x)^2$

m) $(-x-2)^2$

n) $(-3y+7)^2$

o) $(-5x+3)^2$

p) $(x-2y)(x+2y)$

q) $(3x+1)(3x-1)$

r) $(4+5x)(5x-4)$

s) $(x^2-4)(x^2+4)$

t) $(4a+7b)(7b-4a)$

u) $(-x-2y)(2y-x)$

3. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $5y^2-3(y+1)(y-1)$

b) $(4+3y)(4-3y)-(4-y)^2$

c) $(3x+1)(3x+1)+(1+5x)(1-5x)$

d) $(x-7)^2-(4-2x)^2$

e) $(\sqrt{2}+2)^2+(\sqrt{3}-3)^2$

f) $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})^2$

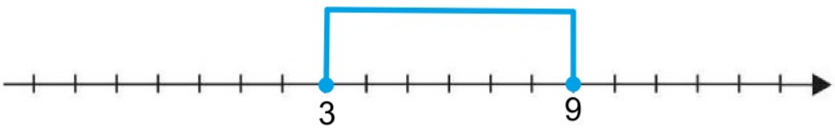
4. Usuń niewymierność z podanych wyrażeń:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{4}{2\sqrt{2}}$ c) $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ e) $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ f) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2}$

g) $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$ h) $\frac{\sqrt{2}+3}{3-\sqrt{2}}$ i) $\frac{5+\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}}$

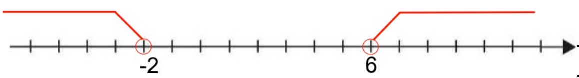
4. Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną w postaci przedziału pewnej nierówności:

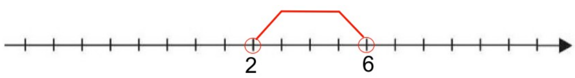


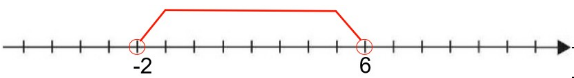
Nierówność opisującą ten przedział można opisać za pomocą:

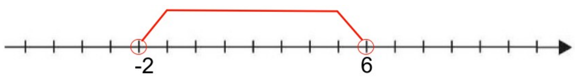
A. $|x+6| \leq 3$ **B.** $|x-6| \leq 3$
C. $|x+6| \geq 3$ **D.** $|x-6| \geq 3$

5. Nierówność $|x-2| > 4$ można przedstawić za pomocą przedziału:

A


B


C


D


6. Udowodnij, że liczba

$$(2x+1)^2 - (x+1)^2 + x$$

jest podzielna przez 6.

7. Udowodnij, że liczba

$$5x^3 - 5x$$

jest podzielna przez 30.