

Zadanie 1

Rozwiąż układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} (4 + 2i)x - (3 - i)y = 2 + 6i \\ (2 + 3i)x + (4 + 2i)y = -5 - 4i \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (3 + 4i)x - (1 - 2i)y = 5i - 5 \\ (1 + 2i)x + (3 - 3i)y = 1 - i \end{cases}$$

Wzór na postać trygonometryczną

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Zadanie 2

Przedstaw w postaci trygonometrycznej liczby:

$$\text{a) } a + i\sqrt{3}$$

$$\text{b) } 1 + i$$

$$\text{c) } -1 + \sqrt{3}i$$

$$\text{d) } 2i$$

$$\text{e) } 2 + \sqrt{3} + i$$

$$\text{f) } -3$$

Wzór Moivre'a

$$z^n = |z|^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

Zadanie 3

Oblicz:

$$\text{a) } (1 + i)^{24}$$

$$\text{b) } (1 + i\sqrt{3})^{15}$$

$$\text{c) } (1 - i\sqrt{3})^{15}$$

$$\text{d) } \left(\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}\right)^{20} =$$

$$\frac{1}{2^{11}}(1 - i\sqrt{3})$$

$$\operatorname{arctg}(-2 - \sqrt{3}) = -\frac{5}{12}\pi$$

Wzór na n-ty pierwiastek z liczby zespolonej "a"

$$z_k = \sqrt[n]{|a|} \left(\cos\left(\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right) \right)$$

gdzie $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$, φ to kąt liczby zespolonej ($\arg a$)

Zadanie 4

Oblicz:

- a) $\sqrt{2i}$
- b) $\sqrt{(3-4i)}$
- c) $\sqrt[3]{-i}$
- d) $\sqrt[4]{-81}$
- e) $\sqrt[4]{-1}$
- f) $\sqrt[4]{2+i\sqrt{12}}$

Zadanie 5

Rozwiąż równania

- a) $|z| + z = 1 + i$
- b) $z^2 - 3iz + 4 = 0$
- c) $z^4 - z^2 + 1 = 0$
- d) $z^3 = -8$
- e) $z^4 = 1 + i\sqrt{3}$
- f) $z^6 = -27$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n^3} z^n$$

$$\pm \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3} - i + \sqrt{3}i)$$

$$\pm \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3} + i + \sqrt{3}i)$$