Zadania na lekcje 1 - podstawy algebry

Zadanie 1

Rozwiąż równania:

a)
$$2(x-3) = 3(x+5)$$

b)
$$4(x+4) - 2(3x-5) = 8$$

c)
$$2(x-3) - 3(6+x) = 6 - (3+x)$$
 d) $2-x < x+7$

d)
$$2 - x < x + 7$$

e)
$$3x + 5(x - 3) \ge 14 - (x + 4)$$
 f) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$

f)
$$\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x-1) = 9$$

g)
$$\frac{1}{3}(x+3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$$

h)
$$\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$$

i)
$$2(x-3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x-5)$$

j)
$$\frac{1}{2}(x-3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$$

Zadanie 2

Dla poniższych równań i nierówności przedstaw ich interpretacje, a następnie rozwiąż:

a)
$$|x-3|=5$$

b)
$$|x+4| < 4$$

c)
$$|x+5| = -2$$

d)
$$|x+6| > 2\frac{1}{5}$$

e)
$$|2x - 3| = 6$$

f)
$$-|4-x| > -2$$

Zadanie 3

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a)
$$(x+2)^2$$

b)
$$(x-3)^2$$

c)
$$(2x+5)^2$$

d)
$$(x+2y)^2$$

e)
$$(3+2x)^2$$

f)
$$(5x+2)^2$$

g)
$$(a+1)^2$$

h)
$$(4-3a)^2$$

i)
$$(2b - 6x)^2$$

j)
$$(-x-2)^2$$

k)
$$(-3y+7)^2$$

1)
$$(-5x+3)^2$$

$$m) (x - 2y)(x + 2y)$$

n)
$$(3x+1)(3x-1)$$

o)
$$(4+5x)(5x-4)$$

p)
$$(x^2-4)(x^2+4)$$

p)
$$(x^2-4)(x^2+4)$$
 q) $(4a+7b)(7b-4a)$ r) $(-x-2y)(2y-x)$

r)
$$(-x-2y)(2y-x)$$

Zadanie 4

Udowonij, że liczba

$$(x+1)^2 + (x-1)^2$$

jest podzielna przez 2, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 5

Udowonij, $\dot{z}e$ liczba

$$(x+4)^2 + (x-3)^2 - (x+4)^2 - (x-1)^2$$

jest podzielna przez 4, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 6

Udowonij, że suma dwóch kolejnych parzystych liczb naturalnych jest podzielna przez 4.

Zadanie 7

Udowonij, że suma dwóch kolejnych nieparzystych liczb naturalnych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 8

Udowonij, liczba

$$x^2 + 3x + 2$$

jest podzielna przez 2.

Zadanie 9

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x,y prawdziwe są nierówności:

a)
$$x^2 + 2xy + 3y^2 \ge 0$$

b)
$$2x^2 + 25x^2 \ge 10xy$$

c)
$$x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4 \ge 0$$

d)
$$\frac{3x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - xy \ge 0$$

Zbiór zadań - podstawy algebry

1. Rozwiąż równania:

a)
$$2(x-3) = 3(x+5)$$

b)
$$4(x+4) - 2(3x-5) = 8$$

c)
$$2(x-3) - 3(6+x) = 6 - (3+x)$$
 d) $2-x < x+7$

d)
$$2 - x < x + 7$$

e)
$$3x + 5(x - 3) \ge 14 - (x + 4)$$
 f) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$

f)
$$\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x-1) = 9$$

g)
$$\frac{1}{3}(x+3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$$
 h) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$

h)
$$\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$$

i)
$$2(x-3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x-5)$$
 j) $\frac{1}{2}(x-3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$

j)
$$\frac{1}{2}(x-3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$$

a)
$$(9-4y)^2$$

b)
$$(x-3)^2$$

c)
$$(2x+5)^2$$

d)
$$(4+3e)^2$$

e)
$$(3+2x)^2$$

f)
$$(5x+2)^2$$

g)
$$(a+1)^2$$

h)
$$(4-3a)^2$$

i)
$$(2b - 6x)^2$$

j)
$$(-x-2)^2$$

k)
$$(-3y+7)^2$$

1)
$$(-5x+3)^2$$

m)
$$(x-2y)(x+2y)$$

n)
$$(3x+1)(3x-1)$$

m)
$$(x-2y)(x+2y)$$
 n) $(3x+1)(3x-1)$ o) $(4+5x)(5x-4)$

p)
$$(x^2-4)(x^2+4)$$

p)
$$(x^2-4)(x^2+4)$$
 q) $(4a+7b)(7b-4a)$ r) $(-x-2y)(2y-x)$

$$r) (-x - 2y)(2y - x)$$