Ciągi - ogólnie

Zadanie 1

Wyznacz 3 kolejne wyrazy podanego ciągu:

- a) $1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots$
- **b)** $5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$

c) $0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots$

d) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, . . .

e) $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

 $\mathbf{f)} 1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$

Zadanie 2

Zapisz wzór na ogólny wyraz ciągu:

a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \dots$

c) $3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots$

- **d)** $5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots$
- e) $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$
- **f)** 1, 4, 9, 16, 25, 36, . . .

Zadanie 3

Wyznacz pierwsze 5 wyrazów ciągu o wzorze:

a) $a_n = n + 5$

b) $a_n = -n + 7$

c) $a_n = \frac{1}{2}n + 3$

d) $a_n = \sqrt{n-1}$

e) $a_n = 3^n$

f) $a_n = \frac{n+3}{2n+1}$

Zadanie 4

Zbadaj monotoniczność ciągu:

a) $a_n = n - 3$

b) $a_n = 2n + 1$

c) $a_n = -3n + 3$

d) $a_n = n^2 + 3$

e) $a_n = n^2 - 5n$

f) $a_n = 5$

Ciąg arytmetyczny

Zadanie 1

Które z podanych ciągów są ciągami arytmetycznymi?

a)
$$a_n = 3n + 1$$

b)
$$a_n = 7$$

c)
$$a_n = 5n^2 - 3$$

$$\mathbf{d)} \ a_n = \sqrt{2}n$$

e)
$$a_n = \frac{2n+1}{3}$$

f)
$$a_n = 2n$$

Zadanie 2

Wypisz wyrazy a_3 , a_7 i a_{13} ciągu arytmetycznego, gdzie:

a)
$$a_1 = -1$$
 $r = 3$

b)
$$a_1 = 10$$
 $r = -3$

c)
$$a_1 = 2$$
 $a_2 = 5$

d)
$$a_1 = 0$$
 $a_2 = 4$

e)
$$a_1 = -1$$
 $a_5 = 7$

f)
$$a_1 = 5$$
 $a_5 = 3$

Zadanie 3

Wyznacz a_1 ciągu arytmetycznego wiedząc, że:

a)
$$a_{22} = -92$$
 $r = -3$

b)
$$a_7 = 37$$
 $r = 6$

c)
$$a_{39}15$$
 $a_{35} = 11$

d)
$$a_{30} = 4$$
 $a_{20} = 3$

Zadanie 4

Między liczby 65 i 35 wstaw dziewięć liczb tak, aby liczby te utworzyły ciąg arytmetyczny.

Zadanie 5

Suma czwartego i siódmego wyrazu ciągu arytmetycznego jest równa 86, natomiast suma drugiego i trzynastego jest równa 22. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

Zadanie 6

Suma dwóch pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego jest równa 27, natomiast suma trzeciego, piątego i siódmego jest równa 9. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

Zadanie 7

Widząc, że suma drugiego i dziesiątego wyrazu ciągu arytmetycznego jest równa 10, oblicz szósty wyraz tego ciągu.

Dla jakich wartości x podany ciąg jest arytmetyczny?

- 17) a) (3; x;
- b) (3x+1; 10; 16)
- c) (3x+1; 2x-4; 5x+3)
- d) $(x^2 + 1; 5x 2; 2x^2 + x + 1)$

Zadanie 8

Oblicz sumę:

- a) trzydziestu kolejnych liczb będących wielokrotnością liczby 9, z których najmniejszą jest 9
- b) pięćdziesięciu kolejnych liczb będących wielokrotnością liczby 12, z których najmniejszą jest 24.
- c) wszystkich liczb całkowitych od 0 do 150 włącznie
- d) liczb dwucyfrowych podzielnych przez 7
- e) $3+7+11+15+\cdots+103=$
- f) $29 + 22 + 15 + 8 + \cdots + (-272) =$

Zadanie 9

Wyznacz liczbę wyrazów ciągu arytmetycznego, mając dane:

- **a)** $S_n = 407$ $a_1 = 62$ $a_n = 12$ **b)** $S_n = 420$ $a_1 = 62$ r = 3
- c) $S_n = 1016, 5$ $a_1 = 22$ $a_n = 85$ d) $S_n = 578$ $a_1 = 58$ $a_n = -3$

Ciąg geometryczny

Zadanie 1

Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego:

a) 6, 12, 24, ...

b) 6, 12, 24, ...

c) $8, -4, 2, \dots$

d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

e) $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \dots$

f) $2, 3, 4\frac{1}{2}, \dots$

Zadanie 2

Wypisz pierwsze 5 wyrazów ciągu geometrycznego, gdzie:

a) $a_1 = 1$ q = 2

b) $a_1 = \frac{1}{3}$ q = 3

c) $a_1 = 2$ q = -5

d) $a_1 = 16$ $q = \frac{1}{2}$

Zadanie 3

Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego q, jeśli:

a) $a_1 = 27$ $a_2 = 9$

b) $a_1 = -1$ $a_{10} = -512$

c) $a_2 = 1$ $a_4 = 625$

d) $a_1 = 16$ $a_5 = \frac{1}{2}$

Zadanie 4

Suma trzech wyrazów ciągu geometrycznego jest równa 21, a ich iloczyn jest równy 216. Wyznacz wyrazy tego ciągu.