

Zadania na lekcje 1 - podstawy algebry

Zadanie 1

Rozwiąż równania:

a) $2(x - 3) = 3(x + 5)$

b) $4(x + 4) - 2(3x - 5) = 8$

c) $2(x - 3) - 3(6 + x) = 6 - (3 + x)$

d) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$

Zadanie 2

Rozwiąż nierówności:

a) $3x + 5(x - 3) \geq 14 - (x + 4)$

b) $2 - x < x + 7$

c) $\frac{1}{3}(x + 3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$

d) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$

e) $2(x - 3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x - 5)$

f) $\frac{1}{2}(x - 3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$

Zadanie 3

Dla poniższych równań i nierówności przedstaw ich interpretację geometryczną, a następnie rozwiąż:

a) $|x - 3| = 5$

b) $|x + 4| < 4$

c) $|x + 5| = -2$

d) $|x + 6| > 2\frac{1}{5}$

e) $|2x - 3| = 6$

f) $-|4 - x| > -2$

Zadanie 4

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x + 2)^2$

b) $(x - 3)^2$

c) $(2x + 5)^2$

d) $(x + 2y)^2$

e) $(3 + 2x)^2$

f) $(5x + 2)^2$

g) $(-x - 2)^2$

h) $(-3y + 7)^2$

i) $(-5x + 3)^2$

j) $(x - 2y)(x + 2y)$

k) $(3x + 1)(3x - 1)$

l) $(4 + 5x)(5x - 4)$

m) $(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

n) $(4a + 7b)(7b - 4a)$

o) $(-x - 2y)(2y - x)$

Zadanie 5

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(x + 2y)^2 + (x - 2y)^2$

b) $(3x - 4)^2 - (3x + 4)^2$

c) $(5x - 3y)^2 + (3x - 5y)^2$

d) $(x + \frac{1}{2}y)(x - \frac{1}{2}y) - (\frac{1}{2}y - x)(x + \frac{1}{2}y)$

e) $(2\sqrt{2} - 8)^2 - (3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

f) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (4\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

Zadanie 6

Udowodnij, że liczba

$$(x + 1)^2 + (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 2, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 7

Udowodnij, że liczba

$$(x + 4)^2 + (x - 3)^2 - (x + 4)^2 - (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 4, dla każdej liczby naturalnej x.

Zadanie 8

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych nieparzystych liczb naturalnych jest podzielna przez 4.

Zadanie 9

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych parzystych liczb naturalnych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 10

Udowodnij, że liczba

$$x^2 + 3x + 2$$

jest podzielna przez 2.

Zadanie 11

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x,y prawdziwe są nierówności:

a) $x^2 + 2xy + 3y^2 \geq 0$

b) $2x^2 + 25x^2 \geq 10xy$

c) $x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4 \geq 0$

d) $\frac{3x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - xy \geq 0$


Zbiór zadań - podstawy algebry

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Zadanie 12

Rozwiąż równania i nierówności: 

a) $\frac{x+2}{3} = \frac{x+1}{2}$

b) $2x - 3(x + 6) = 4x + 2$

c) $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 7$

d) $4 - 2x < x - 8$

e) $\frac{3}{5}(x - 1) - \frac{x-3}{2} \leq \frac{x-8}{10}$

f) $\frac{x(x-1)}{4} - \frac{2x^2+1}{2} = -\frac{3}{4}x^2 - 0,25(x + 2)$

g) $3(2 - 4x) + 2x \geq 5(1 - 2x)$

h) $-1\frac{2}{3}(x + 6) \geq \frac{1}{6}(x + 3) + 0,5$

Zadanie 13

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $(9 - 4y)^2$

b) $(x - 4)^2$

c) $(3x + 1)^2$

d) $(4 + 3e)^2$

e) $(1 - 2x)^2$

f) $(4x + 8)^2$

g) $(a - 1)^2$

h) $(6 - 3a)^2$

i) $(3b - 7x)^2$

j) $(x - y)(x + y)$

k) $(3x + 4)(3x - 4)$

l) $(2 + 7x)(7x - 2)$

m) $(xy - 5)(xy + 5)$

n) $(4a - 6b)(6b + 4a)$

o) $(-x - 4y)(4y - x)$

Zadanie 14

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia: 

a) $5y^2 - 3(y + 1)(y - 1)$


b) $(4 + 3y)(4 - 3y) - (4 - y)^2$

c) $(3x + 1)(3x + 1) + (1 + 5x)(1 - 5x)$

d) $(x - 7)^2 - (4 - 2x)^2$

e) $(\sqrt{2} + 2)^2 + (\sqrt{3} - 3)^2$

f) $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5})^2$

Zadanie 15Usun niewymierność z podanych wyrażeń. 

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{2\sqrt{2}}$

c) $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

e) $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

f) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2}$

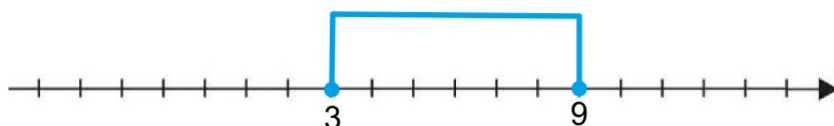
g) $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

h) $\frac{\sqrt{2}+3}{3-\sqrt{2}}$

i) $\frac{5+\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}}$

Zadanie 16

Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną w postaci przedziału pewnej nierówności:



Nierówność opisującą ten przedział można opisać za pomocą:

A. $|x + 6| \leq 3$

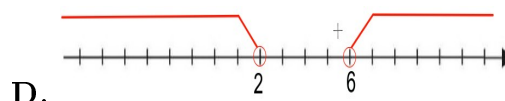
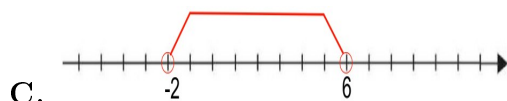
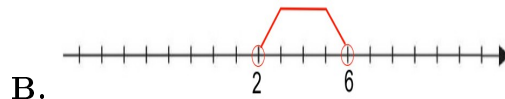
B. $|x - 6| \leq 3$

C. $|x + 6| \geq 3$

D. $|x - 6| \geq 3$


Zadanie 17Nierówność $|x - 2| > 4$ można przedstawić za pomocą przedziału:

tresx

**Zadanie 18**

Udowodnij, że liczba

$$(2x + 1)^2 - (x + 1)^2 + x$$

jest podzielna przez 6. 

Zadanie 19

Udowodnij, że liczba

$$5x^3 - 5x$$

jest podzielna przez 30. 