

# Zadania na lekcje 1 - podstawy algebry

## **Zadanie 1**

*Rozwiąż równania:*

- |  |   |
|--|---|
| a) $2(x - 3) = 3(x + 5)$                                       | b) $4(x + 4) - 2(3x - 5) = 8$                         |
| c) $2(x - 3) - 3(6 + x) = 6 - (3 + x)$                         | d) $2 - x < x + 7$                                    |
| e) $3x + 5(x - 3) \geq 14 - (x + 4)$                           | f) $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{4}(x - 1) = 9$           |
| g) $\frac{1}{3}(x + 3) + \frac{x}{5} - x < 4 - \frac{x-3}{15}$ | h) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-7}{6} > \frac{1}{2}$     |
| i) $2(x - 3) < \frac{2-x}{3} + \frac{3}{2}(x - 5)$             | j) $\frac{1}{2}(x - 3) - \frac{6+x}{3} < \frac{x}{6}$ |

## **Zadanie 2**

*Dla poniższych równań i nierówności przedstaw ich interpretację geometryczną, a następnie rozwiąż:*

- |                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| a) $ x - 3  = 5$  | b) $ x + 4  < 4$            |
| c) $ x + 5  = -2$ | d) $ x + 6  > 2\frac{1}{5}$ |
| e) $ 2x - 3  = 6$ | f) $- 4 - x  > -2$          |

## **Zadanie 3**

*Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:*

- |                         |                         |                        |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $(x + 2)^2$          | b) $(x - 3)^2$          | c) $(2x + 5)^2$        |
| d) $(x + 2y)^2$         | e) $(3 + 2x)^2$         | f) $(5x + 2)^2$        |
| g) $(-x - 2)^2$         | h) $(-3y + 7)^2$        | i) $(-5x + 3)^2$       |
| j) $(x - 2y)(x + 2y)$   | k) $(3x + 1)(3x - 1)$   | l) $(4 + 5x)(5x - 4)$  |
| m) $(x^2 - 4)(x^2 + 4)$ | n) $(4a + 7b)(7b - 4a)$ | o) $(-x - 2y)(2y - x)$ |

**Zadanie 4**

Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a)  $(x + 2y)^2 + (x - 2y)^2$

b)  $(3x - 4)^2 - (3x + 4)^2$

c)  $(5x - 3y)^2 + (3x - 5y)^2$

d)  $(x + \frac{1}{2}y)(x - \frac{1}{2}y) - (\frac{1}{2}y - x)(x + \frac{1}{2}y)$

e)  $(2\sqrt{2} - 8)^2 - (3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

f)  $(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (4\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

**Zadanie 5**

Udowodnij, że liczba

$$(x + 1)^2 + (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 2, dla każdej liczby naturalnej  $x$ .

**Zadanie 6**

Udowodnij, że liczba

$$(x + 4)^2 + (x - 3)^2 - (x + 4)^2 - (x - 1)^2$$

jest podzielna przez 4, dla każdej liczby naturalnej  $x$ .

**Zadanie 7**

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych nieparzystych liczb naturalnych jest podzielna przez 4.

**Zadanie 8**

Udowodnij, że suma dwóch kolejnych parzystych liczb naturalnych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

**Zadanie 9**

Udowodnij, że liczba

$$x^2 + 3x + 2$$

jest podzielna przez 2.

**Zadanie 10**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwe są nierówności:

a)  $x^2 + 2xy + 3y^2 \geq 0$

b)  $2x^2 + 25x^2 \geq 10xy$

c)  $x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4 \geq 0$

d)  $\frac{3x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - xy \geq 0$

# Zbiór zadań - podstawy algebry

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

1. Rozwiąż równania:



a)  $\frac{x+2}{3} = \frac{x+1}{2}$

b)  $2x - 3(x + 6) = 4x + 2$

c)  $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 7$

d)  $4 - 2x < x - 8$

e)  $\frac{3}{5}(x - 1) - \frac{x-3}{2} \leq \frac{x-8}{10}$

f)  $\frac{x(x-1)}{4} - \frac{2x^2+1}{2} = -\frac{3}{4}x^2 - 0,25(x + 2)$

g)  $3(2 - 4x) + 2x \geq 5(1 - 2x)$

h)  $-1\frac{2}{3}(x + 6) \geq \frac{1}{6}(x + 3) + 0,5$

2. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a)  $(9 - 4y)^2$

b)  $(x - 4)^2$

c)  $(3x + 1)^2$

d)  $(4 + 3e)^2$

e)  $(1 - 2x)^2$

f)  $(4x + 8)^2$

g)  $(a - 1)^2$

h)  $(6 - 3a)^2$

i)  $(3b - 7x)^2$

j)  $(x - y)(x + y)$

k)  $(3x + 4)(3x - 4)$

l)  $(2 + 7x)(7x - 2)$

m)  $(xy - 5)(xy + 5)$

n)  $(4a - 6b)(6b + 4a)$

o)  $(-x - 4y)(4y - x)$

3. Rozpisz korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:



a)  $5y^2 - 3(y + 1)(y - 1)$

b)  $(4 + 3y)(4 - 3y) - (4 - y)^2$

c)  $(3x + 1)(3x + 1) + (1 + 5x)(1 - 5x)$

d)  $(x - 7)^2 - (4 - 2x)^2$

e)  $(\sqrt{2} + 2)^2 + (\sqrt{3} - 3)^2$

f)  $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5})^2$

4. Usuń niewymierność z podanych wyrażeń:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b)  $\frac{4}{2\sqrt{2}}$

c)  $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

e)  $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

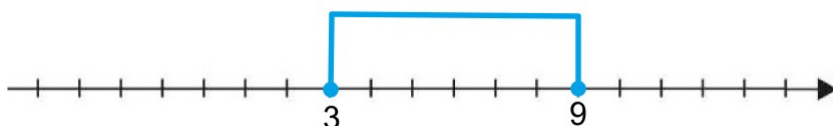
f)  $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2}$

g)  $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

h)  $\frac{\sqrt{2}+3}{3-\sqrt{2}}$

i)  $\frac{5+\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}}$

4.(Jednokrotnego wyboru) Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną w postaci przedziału pewnej nierówności:



Nierówność opisującą ten przedział można opisać za pomocą:

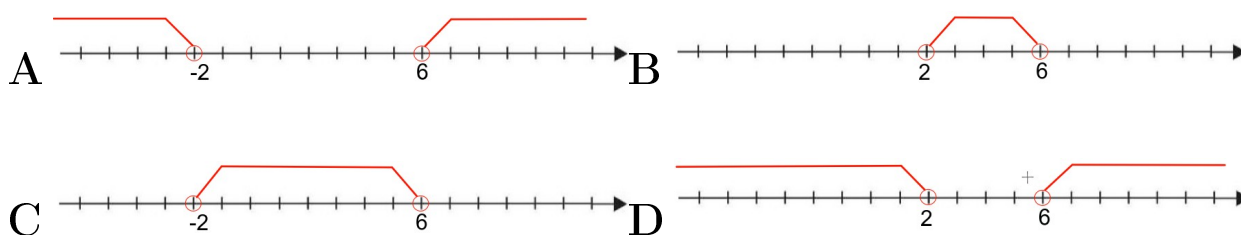
A.  $|x + 6| \leq 3$

B.  $|x - 6| \leq 3$

C.  $|x + 6| \geq 3$

D.  $|x - 6| \geq 3$

5.(Jednokrotnego wyboru) Nierówność  $|x - 2| > 4$  można przedstawić za pomocą przedziału:



6. Udowodnij, że liczba

$$(2x + 1)^2 - (x + 1)^2 + x$$

jest podzielna przez 6.

7. Udowodnij, że liczba

$$5x^3 - 5x$$

jest podzielna przez 30.