

Sprawozdanie z Laboratorium 5.

Piotr Lewandowski

Dymitr Lubczyk

Krzysztof Tabeau

17 kwietnia 2021

0.1 Informacje

Autorzy	Dymitr Lubczyk Krzysztof Tabeau Piotr Lewandowski
Wydział	Matematyki i Nauk Informatycznych
Numer Zespołu	19
Data laboratorium	17:15 08.06.2020
Numer laboratorium	5
Prowadzący	dr inż. Kamil Orzechowski

0.2 Tytuł ćwiczenia

Pomiar długości fal elektromagnetycznych metodami interferencyjnymi

0.3 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie długości fal elektromagnetycznych metodami interferencyjnymi, w tym interferometrem Michelsona, siatką dyfrakcyjną oraz dwuwymiarową siecią dyfrakcyjną.

1 Część teoretyczna

1.1 Wstęp

W poniższym sprawozdaniu opiszemy nasze doświadczenia z różnymi metodami wyznaczania długości fal elektromagnetycznych za pomocą zjawiska interferencji fal i ich wyniki. Wykorzystamy do tego interferometr Michelsona, siatkę dyfrakcyjną i dwuwymiarową sieć dyfrakcyjną. W jaki sposób możemy otrzymać wynik używając tych układów, zostanie zawarte wraz z opisem układu. Zanim jednak do tego przejdziemy wyjaśnimy pojęcia, które pojawią się dalej.

- Fala elektromagnetyczna - zaburzenie pola elektromagnetycznego
- Dyfrakcja - zjawisko ugięcia światła wokół krawędzi przeszkody lub otworu w obszarze cienia przeszkody.
- Interferencja - efekt nakładania się fal. Może skutkować wzmocnieniem lub osłabieniem natężenia fali wypadkowej.

1.2 Opis układów doświadczalnych

1.2.1 Interferometr Michelsona

Klasycznie urządzenie wykorzystuje dwa zwierciadła, półprzezroczystą płytkę i oczywiście źródło i detektor fal elektromagnetycznych. Podczas naszego doświadczenia, jako źródło fal został użyty laser, a jako detektor zwykły aparat podłączony do tabletu. Dodatkowo została użyta pinhola dla lepszej kontroli miejsca padania lasera.

Interferometr działa w następujący sposób. Wiązka pada na półprzezroczystą płytkę, która przepuszcza połowę natężenia fali, a drugą odbija do zwierciadła, które z kolei odbija ją do detektora. Przepuszczona połowa pada również na zwierciadło, które odbija je z powrotem na płytkę, która odbija ją do detektora.

Aby wyznaczyć długość fali trzeba odpowiednio manipulować odległościami zwierciadła od płytki, co przekłada się na przesunięcie się prążków interferencyjnych na detektorze. Jeśli uda się przesunąć zwierciadło tak, aby z maksymalnego wzmocnienia przejść do drugiego maksymalnego wzmocnienia to wiemy, że przesunęliśmy zwiększyliśmy lub zmniejszyliśmy drogę fali o jedną jej długość. W ten sposób powstaje poniższy wzór, gdzie λ to długość fali, δ to dystans przesuniętego zwierciadła, a m to liczba odpowiadająca kolejnym zmianom maksymalnych wzmocnień obserwowanych na detektorze.

$$\lambda = \frac{2\delta}{m}$$

1.2.2 Siatka dyfrakcyjna

Jest to przyrząd z wąskimi równoległymi szczelinami zamieszczonymi blisko siebie. Fala elektromagnetyczna przechodząca przez siatkę ulega dyfrakcji, czyli każde szczelina staje się osobnym źródłem fali. Następnie fale interferują ze sobą tworząc na powierzchni za siatką prążki interferencyjne.

Na podstawie odległości powierzchni za siatką od siatki (L), odległości między środkami szczelinami (d) i odległości między środkami prążków (H_m), można wyznaczyć długość fali za pomocą poniższych wzorów, gdzie

m to numer prążka.

$$\tan \Theta = \frac{H_m}{L}$$

$$\lambda = \frac{d \sin \Theta}{m}$$

1.2.3 Dwuwymiarowa sieć dyfrakcyjna

Jak sama nazwa wskazuje, jest to urządzenie zbliżone do siatki dyfrakcyjnej, tylko że zamiast wąskich szczelin występują tutaj małe prostokątne dziurki. W wyniku zamiast prążków na płaszczyźnie za siecią pojawiają się zbliżone prostokątowi figury.

Do wyznaczenia długości fali będziemy potrzebować dwóch prostokątów wynikowych, które potem będziemy nazywać prostokątem bazowym i prostokątem przyrównywanym. Oznaczmy szerokość dziurki jako ξ , a wysokość jako η . Oznaczmy k , jako numer wiersza prostokąta przyrównywanego, względem prostokąta bazowego, a h analogicznie kolumną. Dodatkowo niech H_{hk} będzie odległością między porównywanymi prostokątami, a L odległością powierzchnią za siecią od sieci. Niech m będzie liczbą naturalną.

$$\tan(\Theta_{hk}) = \frac{H_{hk}}{L}$$

$$d_{hk} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{\xi^2} + \frac{k^2}{\eta^2}}}$$

$$\lambda = \frac{d_{hk} \sin(\Theta_{hk})}{m}$$

2 Część doświadczalna

2.1 Wykonane pomiary

2.1.1 Pomiary z interferometru Michelson'a

Pozycja suwaka	Natężenie światła	Pozycja suwaka	Natężenie światła	Pozycja suwaka	Natężenie światła
0	255	6.67	2	13.54	30
0.21	75	6.77	81	13.64	6
0.31	1	6.87	204	13.74	98
0.41	47	6.97	254	13.85	217
0.51	170	7.08	184	13.95	251
0.62	252	7.18	60	14.05	168
0.72	216	7.28	0	14.15	46
0.82	95	7.38	61	14.26	1
0.92	6	7.49	186	14.36	77
1.03	32	7.59	254	14.46	200
1.13	149	7.69	202	14.67	188
1.23	245	7.79	79	14.77	64
1.33	230	7.9	2	14.87	0
1.44	117	8	44	14.97	57
1.54	14	8.1	165	15.08	181
1.74	127	8.21	251	15.18	254
1.85	235	8.31	219	15.28	206
1.95	242	8.41	100	15.38	84
2.05	139	8.51	7	15.49	3
2.15	26	8.62	28	15.59	40
2.26	9	8.82	244	15.69	161
2.36	105	8.92	233	15.79	249
2.46	222	9.03	122	15.9	222
2.56	250	9.13	16	16	105
2.67	161	9.23	16	16.1	9
2.77	40	9.33	122	16.21	25
2.87	3	9.44	233	16.31	139
2.97	84	9.54	244	16.41	241
3.08	206	9.64	144	16.51	236
3.18	254	9.74	29	16.62	127
3.28	181	9.85	7	16.72	19
3.38	58	9.95	100	16.82	14
3.49	0	10.05	219	16.92	117
3.59	64	10.15	251	17.03	230
3.69	188	10.36	44	17.13	245
3.79	255	10.46	2	17.23	149
3.9	200	10.56	79	17.33	32
4	77	10.67	202	17.44	6
4.1	1	10.77	254	17.54	95
4.21	46	10.87	186	17.64	215
4.31	168	10.97	62	17.74	252
4.41	251	11.08	0	17.85	170
4.51	217	11.18	59	17.95	48
4.62	98	11.28	183	18.05	1
4.72	6	11.38	254	18.15	74
4.82	30	11.49	204	18.26	198
4.92	146	11.59	81	18.46	190
5.03	244	11.79	42	18.56	66
5.13	231	11.9	163	18.67	0
5.23	120	12	250	18.77	55
5.33	15	12.1	221	18.87	179
5.44	17	12.21	103	18.97	254
5.54	124	12.31	8	19.08	208
5.64	234	12.41	27	19.18	86
5.74	243	12.51	141	19.28	3
5.85	142	12.62	242	19.38	38
5.95	27	12.72	234	19.49	158
6.05	8	12.92	17	19.59	249
6.15	102	13.03	15	19.69	224
6.26	221	13.13	119	19.79	107
6.36	250	13.23	231	19.9	10
6.46	163	13.33	245	20	24
6.56	42	13.44	146		

Pomiarów jest dużo, ale dzięki temu uzyskamy lepsze rezultaty. Jak można też zauważyć na pierwszy rzut oka to wyniki wyglądają sinusoidalnie. Wartość pozycji suwaka jest w mikrometrach, licząc od pozycji startowej, a natężenie światła w luksach.

2.2 Pomiary siatki dyfrakcyjnej

Aby skorzystać ze wzoru wspomnianego w punkcie 1.2.2 musimy w pierwszej kolejności wyznaczyć stałą siatki d , w tym celu przeanalizowaliśmy zdjęcia zamieszczone w załączniku do zadania. Po analizie pierwszego zdjęcia okazało się, że środki otworów występują średnio co 105 pixel, zaś po analizie zdjęcia wyznaczającego skalę zdjęcia okazało się, że 1 pixel odpowiada $8.405\text{ }\mu\text{m}$, co ostatecznie prowadzi do wyznaczenia odległości między środkami otworów:

$$d = 0.088\text{ mm} \quad (1)$$

Poniższe wyniki zostały uzyskane dla $L=580\text{mm}$ i przy założeniu, że 85 pixeli to jeden milimetr

m	$H[\text{mm}]$	$\sin\Theta$	$\lambda[\text{nm}]$
1	2.85	0.0049	435.8
1	2.80	0.0048	428.6
2	5.51	0.0095	421.4
2	5.49	0.0095	420.5
3	7.02	0.0121	358.3
3	7.06	0.0122	360.1

Tablica 1: Wyniki dla światła fioletowego

m	$H[\text{mm}]$	$\sin\Theta$	$\lambda[\text{nm}]$
1	3.65	0.0063	558.2
1	3.53	0.0061	540.2
2	7.26	0.0125	555.5
2	7.29	0.0126	558.2
3	10.74	0.0185	547.9
3	10.99	0.0189	560.5

Tablica 2: Wyniki dla światła zielonego

m	$H[\text{mm}]$	$\sin\Theta$	$\lambda[\text{nm}]$
1	4.36	0.0075	668.1
1	4.36	0.0075	668.1
2	8.87	0.0153	678.8
2	8.89	0.0153	680.6

Tablica 3: Wyniki dla światła czerwonego

2.3 Pomiary dwuwymiarowej sieci dyfrakcyjnej

Pomiary rozpoczynamy od wyznaczenia skali opracowywanych zdjęć, mierząc szerokość pixela. Dla zdjęcia linijki otrzymaliśmy 985.6 pixeli na 1 cm, co oznacza, że jeden pixel to 0.0101 mm. Dla zdjęcia siatki jest to średnio 676.6 pixeli na 1 mm, więc jeden pixel to 0.00148 mm.

Linijka [pixel/cm]	Siatka [pixel/mm]
992	677
980	677
984	675
992	677
980	677

Tablica 4: Pomiary skali

Kolejnym krokiem jest wyznaczenie parametrów ξ oraz η charakteryzujących wykorzystaną sieć dyfrakcyjną, które zgodnie z poniższymi wynikami wynoszą odpowiednio 68.2 pixeli (0.1008 mm) oraz 62.8 pixeli (0.0928 mm). Sieć została umieszczona w odległości $L=580$ mm od ekranu.

ξ [pixel]	η [pixel]
65	62
66	65
68	64
70	61
72	62

Tablica 5: Wyniki pomiarów sieci dyfrakcyjnej w pixelach

Następnie możliwe jest zmierzenie wartości $H_{h,k}$, dla każdego ze zdjęć, wszystkie wartości zostały podane w milimetrach.

	-1	0	1
-1	10.658	8.280	6.081
0	2.384	0.000	2.376
1	10.140	7.955	5.680

Tablica 6: Pomiary $H_{h,k}$ dla koloru niebieskiego

	-1	0	1
-1	4.021	2.981	4.326
0	3.173	0.000	3.117
1	4.577	3.223	4.405

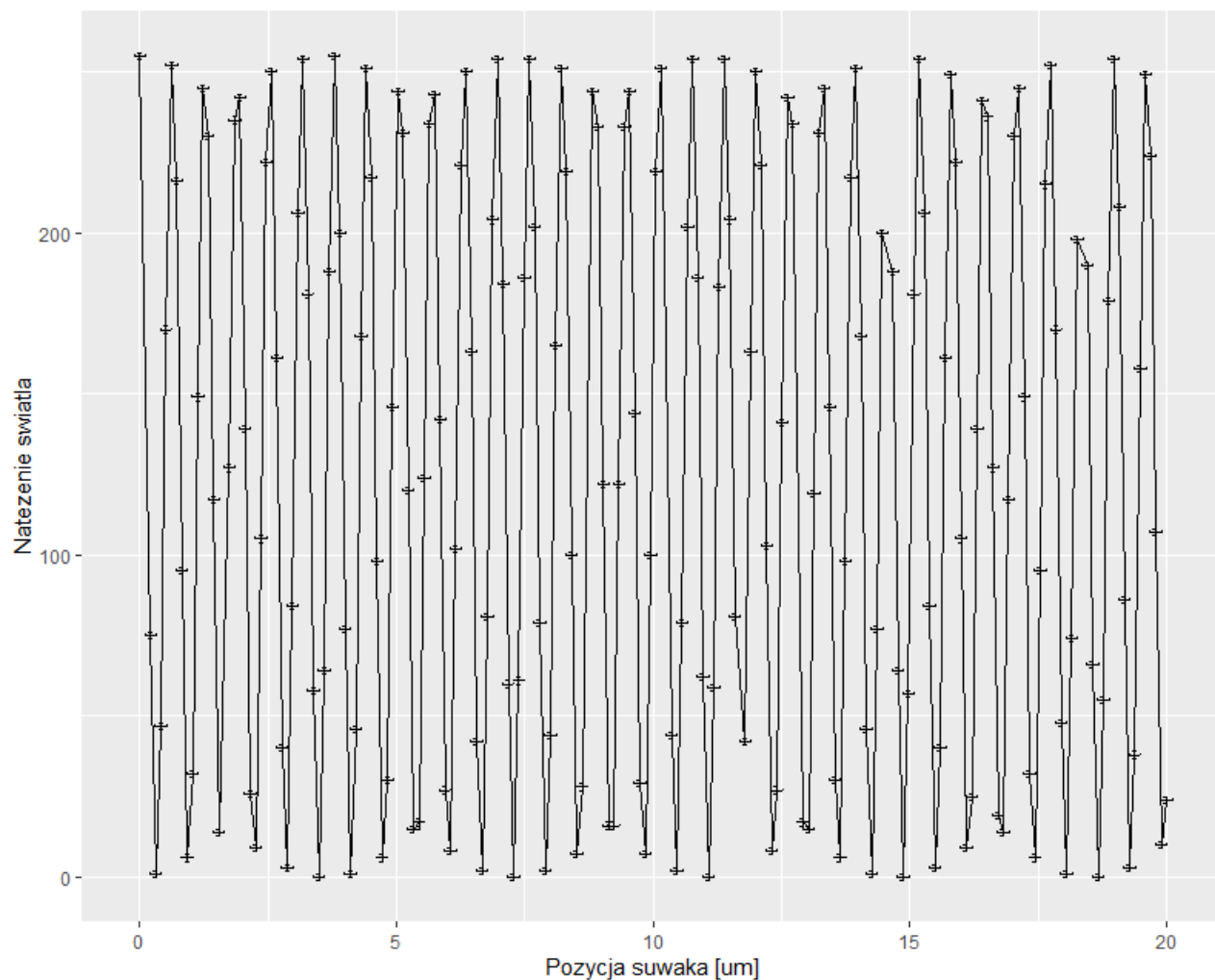
Tablica 7: Pomiary $H_{h,k}$ dla koloru zielonego

	-1	0	1
-1	5.367	3.902	5.080
0	3.923	0.000	3.754
1	5.801	3.964	5.417

Tablica 8: Pomiary $H_{h,k}$ dla koloru czerwonego

3 Opracowanie wyników

3.1 Charakterystyka $I(r)$



Na powyższym wykresie zostały zobrazowane pomiary wraz z niepewnościami. Z pomiarów możemy zauważyć, że dla poniższych wartości przesunięcia zwierciadła natężenie światła jest w lokalnym maksimum.

0.62	1.23	1.95	2.56
3.18	3.79	4.41	5.03
5.74	6.36	6.97	7.59
8.21	8.82	9.54	10.15
10.77	11.38	12.00	12.62
13.33	13.95	14.46	15.18
15.79	16.41	17.13	17.74
18.26	18.97	19.59	0

Co za tym idzie, wyniki długości fali dla powyższych danych wynoszą:

1.24	1.22	1.44	1.22
1.24	1.22	1.24	1.24
1.42	1.24	1.22	1.24
1.24	1.22	1.44	1.22
1.24	1.22	1.24	1.24
1.42	1.24	1.02	1.44
1.22	1.24	1.44	1.22
1.04	1.42	1.24	

Po uśrednieniu wychodzi, że długość mierzonej fali wynosi 1.263871 μm ,
z $u_c(\lambda) = 0.2321417$ i $U(\lambda) = 0.4642834$

3.2 Analiza danych z otrzymanych zdjęć

3.2.1 Dla pomiarów siatki dyfrakcyjnej

Jak widzimy w sekcji z pomiarami dla lasera fioletowego pomiary uzyskane z analizy plamek rzędu trzeciego odbiegają od reszty jak i oczekiwanego rezultatu, wynika to z niskiej jakości zdjęcia oraz trudności w zidentyfikowaniu trzecich plamek. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku światła czerwonego, jednakże widoczność plamek 3 rzędu w tym przypadku była tak słaba, że nie zdecydowaliśmy się na umieszczenie tych wyników w ostatecznym rozwiązaniu. Pomiary dla światła zielonego były najlepszej jakości. Poniżej przedstawiam otrzymane wyniki, chciałbym zauważyć, że w analizie niepewności uwzględniamy tylko niepewność typu A, ponieważ błąd odczytu z wykresu to nie więcej niż 5 pixeli co przekłada się na niepewność typu B znacznie niższego rzędu, niż niepewność typu A. Prowadzi to do następujących wyników:

Dla lasera czerwonego:

$$\begin{aligned}\lambda_r &= 673nm \\ u_c(\lambda_r) &= 2.93nm \\ U(\lambda_r) &= 5.86nm\end{aligned}$$

Dla lasera zielonego:

$$\begin{aligned}\lambda_g &= 553nm \\ u_c(\lambda_g) &= 2.91nm \\ U(\lambda_g) &= 5.82nm\end{aligned}$$

I ostatecznie dla fioletowego:

$$\begin{aligned}\lambda_v &= 404nm \\ u_c(\lambda_v) &= 13.12nm \\ U(\lambda_v) &= 26.24nm\end{aligned}$$

3.2.2 Dla dwuwymiarowej sieci dyfrakcyjnej

Do policzenia długość fali najpierw policzone zostały dwie wartości: d_{hk} oraz $\sin(\Theta_{hk})$. Do wyliczenia d_{hk} został wykorzystany wzór:

$$d_{hk} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{\xi^2} + \frac{k^2}{\eta^2}}}$$

	-1	0	1
-1	0.06827898607	0.09281702631	0.06827898607
0	0.1007981082		0.1007981082
1	0.06827898607	0.09281702631	0.06827898607

Tablica 9: d_{hk}

	-1	0	1
-1	0.006	0.004	0.006
0	0.004	0.000	0.004
1	0.006	0.004	0.006

Tablica 10: $\sin(\Theta_{hk})$ dla koloru niebieskiego

	-0.002	0.000	0.002
-1	0.007	0.005	0.007
0	0.005	0.000	0.005
1	0.008	0.006	0.008

Tablica 11: $\sin(\Theta_{hk})$ dla koloru zielonego

	-0.002	0.000	0.002
-1	0.009	0.007	0.009
0	0.007	0.000	0.006
1	0.010	0.007	0.009

Tablica 12: $\sin(\Theta_{hk})$ dla koloru czerwonego

Następnie możemy z ich pomocą wyliczyć długość fali λ , korzystając z poniższego wzoru.

$$\lambda = \frac{d_{hk} \sin(\Theta_{hk})}{m}$$

	-1	0	1
-1	0.00039	0.00038	0.00040
0	0.00043		0.00041
1	0.00039	0.00039	0.00039

Tablica 13: λ dla koloru niebieskiego

	-1	0	1
-1	0.00047	0.00048	0.00051
0	0.00055		0.00054
1	0.00054	0.00052	0.00052

Tablica 14: λ dla koloru niebieskiego

	-1	0	1
-1	0.00063	0.00062	0.00060
0	0.00068		0.00065
1	0.00068	0.00063	0.00064

Tablica 15: λ dla koloru niebieskiego

Po uśrednieniu danych zmierzona przez nas λ wynosi:

$$\lambda_b = 364(38.2)nm$$

$$\lambda_g = 471(54.5)nm$$

$$\lambda_r = 586(59.2)nm$$

Uwzględniona wyżej niepewność jest równa sumie odchylenia standardowego i błędu eksperymentatora, który wynika z grubości mierzonego piksela,

$$u_c(\lambda) = \text{odchylenie standardowe} + \frac{0.000119}{\sqrt{3}}$$

3.3 Wykorzystane wzory

3.3.1 Do pomiarów za pomocą interferometru Michelsona

$$\lambda = \frac{2\delta}{m}$$

$$u_c(\lambda) = \text{odchylenie standardowe} + \frac{0.22}{\sqrt{3}}$$

$$U(\lambda) = 2 * u_c(\lambda)$$

- λ - długość fali
- δ - wartość przemieszczenia zwierciadła
- m - rząd prążka
- $u_c(\lambda)$ - niepewność standardowa pomiaru
- $U(\lambda)$ - niepewność rozszerzona pomiaru

We wzorze na niepewność występuje liczba 0.22, ponieważ błąd pomiarowy suwaka wynosi 0.11 i w trakcie obliczeń był on jednokrotnie sumowany.

3.3.2 Do pomiarów za siatki dyfrakcyjnej

$$\tan \Theta = \frac{H_m}{L}$$

$$\lambda = \frac{d \sin \Theta}{m}$$

$$u_c(\lambda) = \text{odchylenie standardowe}$$

$$U(\lambda) = 2 * u_c(\lambda)$$

- λ - długość fali
- Θ - kąt między prostą przechodzącą przez prążek rzędu 0 i środek siatki, a prostą przechodzącą przez prążek rzędu m i środek siatki
- L - odległość siatki od powierzchni za nią
- m - rząd prążka
- d - odległość między środkami kolejnych szczelin w siatce
- H_m - odległość między środkami prążka o rzędzie 0 i rzędzie m
- $u_c(\lambda)$ - niepewność standardowa pomiaru
- $U(\lambda)$ - niepewność rozszerzona pomiaru

3.3.3 Do pomiarów za pomocą dwuwymiarowej sieci dyfrakcyjnej

$$\tan(\Theta_{hk}) = \frac{H_{hk}}{L}$$

$$d_{hk} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{\xi^2} + \frac{k^2}{\eta^2}}}$$

$$\lambda = \frac{d_{hk} \sin(\Theta_{hk})}{m}$$

$$u_c(\lambda) = \text{odchylenie standardowe} + \frac{0.000119}{\sqrt{3}}$$

$$U(\lambda) = 2 * u_c(\lambda)$$

- λ - długość fali
- Θ_{hk} - kąt między prostą przechodzącą przez prążek rzędu 0,0 i środek siatki, a prostą przechodzącą przez prążek rzędu h,k i środek siatki
- L - odległość siatki od powierzchni za nią
- ξ - szerokość dziurki w sieci
- η - wysokość dziurki w sieci
- h - rząd prążka w poziomie

- k - rząd prążka w pionie
- H_{hk} - odległość między środkami prążka o rzędzie 0,0 i rzędzie h,k
- m - liczba naturalna
- $u_c(\lambda)$ - niepewność standardowa pomiaru
- $U(\lambda)$ - niepewność rozszerzona pomiaru

3.4 Wyniki

3.4.1 Z pomiaru za pomocą interferometru Michelsona

$$\lambda = 1.263871(321417) \mu m$$

$$\lambda = [1.263871 \pm 0.4642834] \mu m$$

3.4.2 Z pomiaru za pomocą siatki dyfrakcyjnej

$$\lambda_r = 673(2.93) nm$$

$$\lambda_r = [673 \pm 5.86] nm$$

$$\lambda_g = 553(2.91) nm$$

$$\lambda_g = [553 \pm 5.82] nm$$

$$\lambda_b = 404(13.12) nm$$

$$\lambda_b = [404 \pm 26.24] nm$$

3.4.3 Z pomiaru z pomocą dwuwymiarowej sieci dyfrakcyjnej

$$\lambda_b = 364(38.2) nm$$

$$\lambda_b = [364 \pm 76.4] nm$$

$$\lambda_g = 471(54.5) nm$$

$$\lambda_g = [471 \pm 109] nm$$

$$\lambda_r = 586(59.2) nm$$

$$\lambda_r = [586 \pm 118] nm$$

4 Wnioski

Realizacja ćwiczeń została zakończona sukcesem. We wszystkich rozważanych przez nas przypadkach udało nam się wyznaczyć szukaną długość fali. Wyznaczone przez nas wyniki dla poszczególnych kolorów światła, zawierają się w spodziewanych przedziałach wartości dla danego koloru. Część dokonanych pomiarów charakteryzuje się dość wysoką niepewnością, wynikającą z niskiej jakości zdjęć będących podstawą obliczeń.