**基于失准角间接KF滤波模型的推导**

上汽研发总院 邢丽 2022-04-08，星期五

1. **坐标系及方向余弦阵的定义**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 符号 | 含义 | 方向 | |
|  | MEMS IMU坐标系 | (x)前→(y)右→(z)下 | |
|  | 车体坐标系 | 车头→车右→下 | |
|  | 当地水平坐标系 | 北→东→地  计算位置和速度不需要考虑地球半径，单位为m或cm。 | |
|  | 计算坐标系 | 当地水平坐标系有失准角后的坐标系 | |
|  | 系到系旋转矩阵 | 北东地→前右下的表达如式(1-1)所示  先转航向*y* (Z轴)，再转俯仰*p*(Y轴)，最后转横滚*r*(X轴) | |
|  | 系到系旋转矩阵 | MEMS IMU与车体的安装误差角，表达式如式(1-2)所示  先航向(Z轴) ，再俯仰(Y轴)，最后横滚(X轴)。 | |
|  | 系到系旋转矩阵 | 表达式如式(1-3)所示  先地向失准角(航向-Z)，再东向失准角(俯仰-Y)，最后北向失准角(横滚-X) 。 | |
|  | | | (1-1) |
| =**=** | | | (1-2) |
| =**=** | | | (1-3) |

式(1-1)的推导如下：

式(1-2)的推导如下，、、是小角度1，，，，：

式(1-3)的推导如下， 、、是小角度1，，，，

程序中初步修改为平台误差角时，暂时认为MEMS IMU与车体无安装误差角，即为单位阵。

1. **状态递推模型推导**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2-1) |

式(2-1)中

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2-2) |

式(2-2)中

，，，，

**2.1 F阵的推导过程**

1. ，因此**、、**如式(2-2)上所示。
2. 推导

|  |  |
| --- | --- |
| = | (2-3) |

由式(2-3)推导，可以得出式(2-2)中、、。

1. 推导

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2-4) |
|  | (2-5) |

式(2-4)中在MEMS IMU中与陀螺测量值()相比约等于0。，可以将式子展开验证。为小量相乘，约等于0。

由式(2-4)和(2-5)推导，可以得出式(2-2)中、、。

上述为微分方程，经过积分后为。

**2.2 状态噪声*Q*阵推导**

下式(2-6)中和是陀螺仪和加速计白噪声，和为零偏白噪声(可根据现有程序设置)。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2-6) |
|  |

1. **基于加速度计计算的姿态角的量测模型推导**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-1) |

其中：

|  |  |
| --- | --- |
| ， | (3-2) |

分别是横滚和俯仰。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-3) |
|  |
|  | (3-4) |

为加速度计滤波后的测量值，滤波过程还是参照原有的程序。

**3.1 的推导过程**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-5) |

式(3-5)推导过程如下式(3-6)~式 (3-13)所示。

|  |  |
| --- | --- |
| ，， | (3-6) |
| = | (3-7) |

将式(3-7)的最后一列展开可得三列表达式为

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-8) |

而式(3-6)的最后一列展开，，，且略去小量相乘可得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-9) |

将式(3-8)和式(3-9)的第一项对比后得到

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-10) |

将式(3-8)的第二项“乘以”，第三项“乘以”，并将其相减后得到

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-11) |

同理，将式(3-9)的第二项“乘以”，第三项“乘以”，并将其相减后得到

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-12) |

式(3-11)和式(3-12)相等，则可得到

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3-13) |

**3.2 的推导过程**

的设计按照原有程序逻辑来设计，噪声阵为2\*2即可。

1. **GNSS位置和速度量测模型推导**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4-1) |
|  | (4-2) |

**4.1 和的推导过程**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4-3) |
|  | (4-4) |

**4.2 和的推导过程**

和的设计按照原有程序逻辑来设计即可。

1. **里程计量测模型推导**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5-1) |

其中：

|  |  |
| --- | --- |
| ， | (5-2) |

**5.1 的推导过程**

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5-3) |

上式(5-3)的推导过程如下所示。

为里程计实际量测，为理想输出，为里程计测量白噪声，为速度估计误差，为理想速度输出。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5-4) |
|  | (5-5) |

式(5-5)中的和均为小量，所以这一项约等于零。

根据式(5-2)和式(5-5)可得

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5-6) |

如果不考虑MEMS IMU与车体的安装偏差角，则里程计在*b*系下的输出与MEMS IMU进行对比时，需要扣除里程计与MEMS IMU杆臂带来的法向速度。即车轮原地转弯时，惯性递推速度为0，但车轮是有速度的。

设轮速测量值为，里程计与MEMS IMU杆臂为，MEMS陀螺仪修正零偏后的值为，*b*系下里程计测量值表示为

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5-7) |
| = | (5-8) |

**5.2 的推导过程**

的设计按照原有程序逻辑来设计即可。