

2023-8

軌跡の奇跡 記述模試 8 月

数学

mathematics

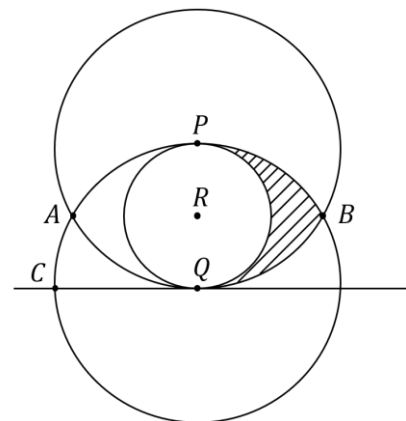
試験時間 60 分 60 点満点

受験上の注意

- 1, 問題用紙を開くと試験開始です。
- 2, 解答用紙は各自用意し、終了後、解答用紙の写真を提出すること。(裏表紙参照)
- 3, 試験時間は 60 分です。
- 4, 解答ははっきりとわかりやすい文字で記入しなさい。判別できない場合、採点を行わない場合がある。
- 5, 問題用紙に書き込んでもよいが採点には含まれない。
- 6, 特別な指示がない限り解法がわかるように記述しなさい。
- 7, 図示問題では、そのようになる理由もわかりやすく記述しなさい。

第1問

右の図のように点 P を中心とする円 P と、点 Q を中心とする円 Q があって、ともに半径は1であり、円 Q の円周上に点 P 、円 P の円周上に点 Q があるようにした。円 P と円 Q の交点をそれぞれ A 、 B とする。また、2つの円の内部にある円のうち、面積が最大のものを図示し、その中心を R とした。点 C は、円 P の円周上の点 Q における接線と円 Q の交点である。以下の問いに答えよ。



- (1) $\cos \angle CAR$ を求めよ。
- (2) 斜線部分の面積を求めよ。

第2問

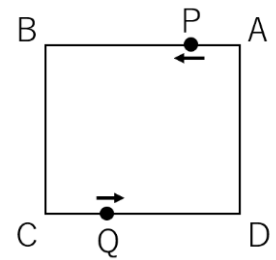
座標平面上に円 $A: x^2 - 2kx + y^2 - 3y + k^2 = 0$ 、直線 $l: y = -kx + 2$ (k : 実数) がある。また、円 A の中心を点 O とし、点 O を通る y 軸に平行な直線と直線 l の交点を点 M 、線分 OM の長さを d とする。以下の文の空所および以降の設問に答えよ。

k を実数の範囲で変化させると、円 A と直線 l が共有点を持つときの k の範囲は、
 $\boxed{(1)} \leq k \leq \boxed{(2)}$ である。 k の値がこの範囲にあるときの d の最大値は $\boxed{(3)}$ であり、最小値は $\boxed{(4)}$ である。

- 問1 線分 OM の通過した領域を図示せよ。
- 問2 線分 OM の通過した領域の面積を求めよ。

第3問

右の図のような1辺の長さが2の正方形ABCDがある。また、四角形ABCDの周上に動点P、Qがあって、動点Pを頂点Aに、動点Qを頂点Cにおいて、6秒間動点を以下の＜ルール＞に従って動かした。



＜ルール＞

- 1, 動点は反時計回りに常に四角形ABCDの周上を動く。
- 2, 動点Pは、辺AB、CD上では、毎秒1の速度で移動し、辺BC、DA上では毎秒2の速度で移動する。
- 3, 動点Qは、辺AB、CD上では、毎秒2の速度で移動し、辺BC、DA上では毎秒1の速度で移動する。

以下の問いに答えよ。

- (1) 6秒間に、線分PQを2:1に内分する点が描いた軌跡を描け。
- (2) (1)の軌跡で囲まれた部分の面積を求めよ。

以上

(以降計算スペース)

<解答用紙の提出について>

以下に従い解答用紙を提出しなさい。

- ・ 解答用紙は、白紙等を使用し各自で準備してください。
- ・ 試験終了後、解答用紙の写真を、試験作成者当てに、SNS、メール等で送信してください。
- ・ 解答用紙には必ず名前を記入しなさい。
- ・ 写真の送信枚数には制限はないが、はっきりと文字が映るように写真を撮ること。