به نام خدا
تمرین سری اول

۱.

$$S \to \{S\}|\lambda$$
$$S \to [S]$$
$$S \to (S)$$
$$S \to SS$$

۲.

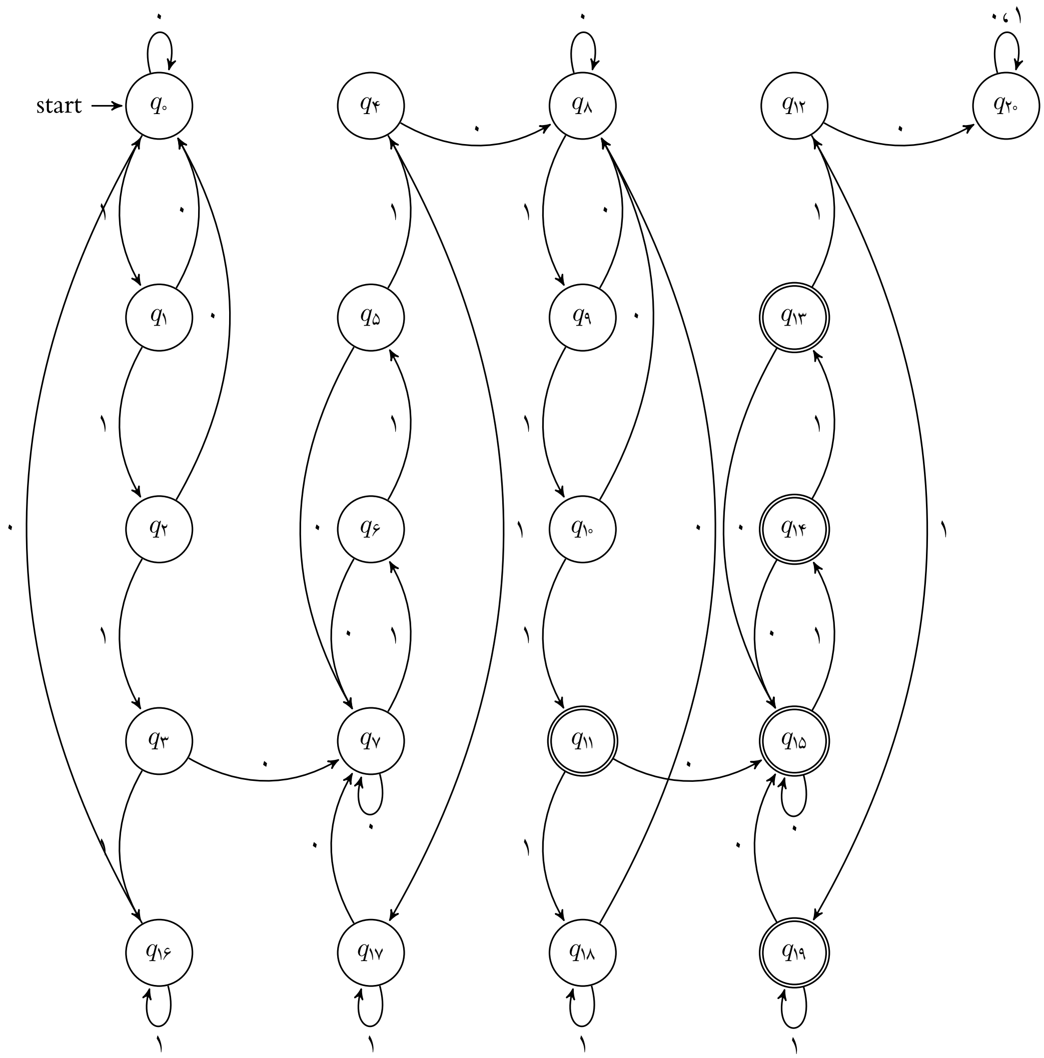
(آ) زبان منظم است. چون عبارت منظم زیر برای آن وجود دارد.

$$((۰۰ + \lambda)^* + (۱ + ۱۱۱)^*)^*$$

(ب) زبان منظم است. چون عبارت منظم زیر برای آن وجود دارد.

$$(((۰ + ۱).(۰ + ۱).(۰ + ۱))^*) + \lambda$$

(ج)



(د) زبان منظم نیست، چون لم پامپینگ زیر آن را نقض می‌کند. شکل کلی جملات به صورت ww^R می‌باشد. ما با گرفتن n رشته‌ی زیر را تولید می‌کنیم. $0^n1^n1^n0^n$ چون ما باید یک زیر رشته از این رشته تولیدکنیم. قطعا شامل تعدادی ۰ می‌باشد. با تکرارکردن ۰ ها، یعنی قرار دادن توان ۰ ها به عددی بیش از ۱، رشته‌ی ما از حالت تقارن خارج شده و لم پامپینگ نقض می‌شود، پس این زبان منظم نیست.

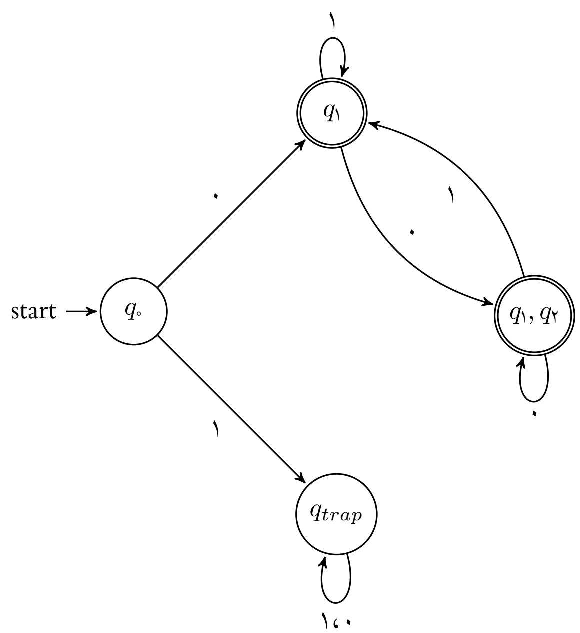
(ه) زبان منظم است، چون حاصل تفاضل دو زبان منظم است.
$(0+1)^* - (0+1)^*.(011).(0+1)^*$

۳. ابتدا تبدیل به DFA می‌کنیم و سپس آن را کمینه می‌کنیم.

	۰	۱	λ^*
$\rightarrow q_0$	q_1	−	q_1
q_1	q_0	q_1	−
q_2	q_2	q_1	−

	$0\lambda^*$	$1\lambda^*$
$\rightarrow q_0$	q_1	−
q_1	q_0, q_1	q_1
q_0, q_1	q_0, q_1	q_1

که همانطورکه مشاهده می‌کنید، ما چهار حالت جدید داریم که عبارت است از q0 و q1 و {q1,q2} هست و همچنین شامل یک حالت trap است که در آن تمامی خط تیره‌های موجود در جدول به آن ختم می‌شود



همان طورکه مشاهده می‌کنید، حالت‌های $q_1, \{q_1, q_2\}$ با هم معادلند.

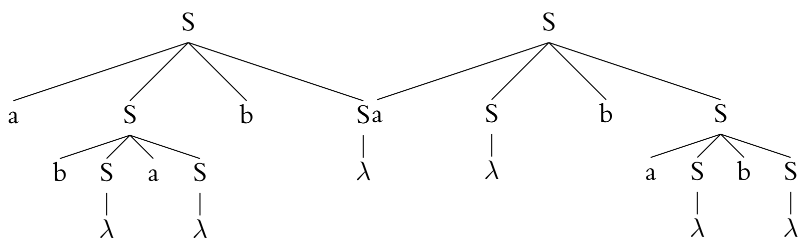
۴. اثبات را با استفاده از برهان خلف انجام می‌دهیم. فرض کنید با کمتر از 2^n حالت بتوان رشته‌ها تمام رشته‌های این زبان را تولید کرد. از آنجا که این زبان 2^n رشته‌ی پایانی دارد، پس طبق اصل لانه کبوتری می‌توان دو رشته از این زبان را در نظر گرفت که باهم متفاوت هستند ولی حالت پایانی یکسانی دارند. فرض کنید اولین محلی که این دو رشته با هم تفاوت دارند در حرف i ام باشد، یعنی $w_1 = w_i * a$ و $w_2 = w_i * b$. چون این دو رشته تا قبل از این با هم هیچ تفاوتی نداشته اند پس هر دوی آن‌ها پس از پارس کردن w_i در یک حالت هستند. اکنون دو رشته‌ی جدید تعریف می‌کنیم به صورت زیر
$x = w_1 * a^k$ و $w = w_2 * a^k$

حال با اجرای a^k از w_1 به یک حالت می‌رسیم S و همچنین با اجرای a^k از w_2 نیز به همان حالت می‌رسیم. چون x در زبان هست و w در زبان نیست پس این حالت هم باید پذیرنده باشد و هم رد کننده پس فرض خلف باطل است.

۵.

(آ) تمامی رشته‌هایی که تعداد برابری a و b دارند را تولید خواهد کرد.

(ب) برای رشته abab دو درخت parse بصورت زیر وجود دارد.



(ج) گرامر زیر رفع ابهام برای گرامر فوق است:

$S \to aBS|bAS|\epsilon$

$A \to a|bAA|\epsilon$

$A \to b|aBB|\epsilon$

۶.

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_1	$q_1 = q_0$				
q_2	$q_3 = q_4$	$q_1 = q_0, q_3 = q_4$			
q_3	–	–	–		
q_4	$q_1 = q_3$	$q_3 = q_0$	$q_3 = q_1 = q_4$	–	
q_5	–	–	–	✓	–

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_1	$q_1 = q_0$				
q_2	–	–			
q_3	–	–	–		
q_4	–	–	–	–	
q_5	–	–	–	✓	–

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_1	✓				
q_2	–	–			
q_3	–	–	–		
q_4	–	–	–	–	
q_5	–	–	–	✓	–

همانطورکه مشاهده می‌کنید حالت‌های q0, q1 و حالت‌های q5, q3 با هم معادلند.

۷.

(آ) $A \to aaAb|\epsilon$

بله منظم است چون توسط $(aab)^*$ تولید می‌شود.

(ب) $A \to AAabb|abb$

بله منظم است چون توسط $(abbabb)^*abb$ تولید می‌شود.

(ج) $A \to AAabb|\epsilon$

بله منظم است چون توسط $(abbabb)^*abb + \lambda$ تولید می‌شود.

(د) C, D

چون زبان محدود است پس منظم است (کلا شامل ۴ کلمه می‌باشد.)

(ه) $A \to aA|b$

بله منظم است چون توسط $a(a)^*b$ تولید می‌شود.

(و) $A \to (A)|\epsilon$

خیر منظم نیست، چون توسط لم پامپینگ زیر پامپ نمی‌شود.