

TD N°1: Mesure de l'information

Exercice 1 :

Soit une source discrète sans mémoire définie par son alphabet $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7\}$ et ses caractéristiques d'émission régies par une loi de probabilité P :

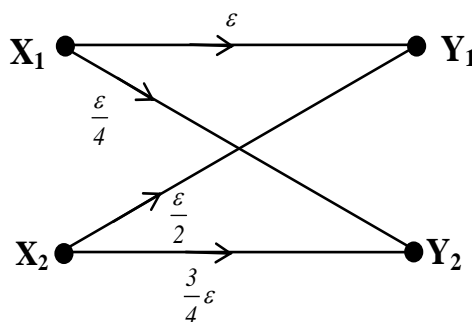
$P(X_i) = \{0.12, 0.05, 0.2, 0.15, 0.16, 0.2, 0.12\}$.

- 1- Calculer l'entropie de cette source.
- 2- Les symboles sont délivrés à un débit de 10 symboles par seconde, Calculer le débit d'information associés.
- 3- Calculer la quantité d'information contenue dans le message X_1, X_3, X_4, X_1, X_5 .

Exercice 2 :

Soit le canal binaire discret sans mémoire décrit par la figure suivante :

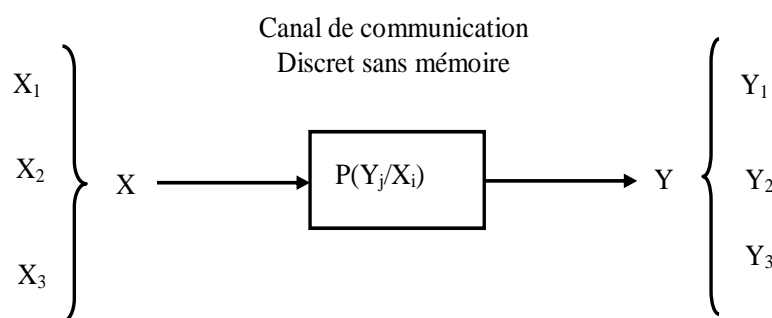
On donne $P(X_1) = 3 P(X_2)$



- 1- Déterminer les valeurs de $P(X_1)$, $P(X_2)$ et ϵ .
- 2- Déterminer la matrice du canal de transition.
- 3- Calculer les probabilités de sorties $P(Y_1)$ et $P(Y_2)$.

Exercice 3 :

Soient deux sources discrètes sans mémoire X et Y comme le montre la figure suivante :



Les deux sources X et Y sont liées par la loi de probabilités conjointes $P(X_i, Y_j)$ donnée ci-dessous :

$$[P(X_i, Y_j)] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,2 \end{bmatrix}$$

On donne : $P(X_1) = 0.1$, $P(X_2) = 0.7$, $P(X_3) = 0.2$, $P(Y_1) = P(Y_2) = 0.3$ et $P(Y_3) = 0.4$.

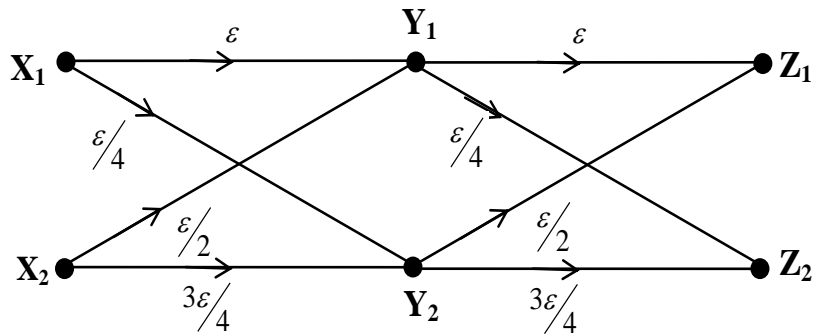
Déterminer :

- 1- l'entropie conjointe $H(X, Y)$ de la source composée (X, Y) ,
- 2- les entropies propres $H(X)$ et $H(Y)$ des sources X et Y ,

- 3- les entropies conditionnelles moyennes $H(Y/X)$ et $H(X/Y)$,
- 4- l'information mutuelle moyenne $I(X, Y)$ des sources X et Y.

Exercice 4 :

Considérons deux canaux binaires discrets sans mémoire connectés en cascade comme le montre la figure suivante :



On donne $P(X_1) = 4 P(X_2)$

- 1- Déterminer les valeurs de $P(X_1)$, $p(X_2)$ et ϵ .
- 2- Déterminer les matrices des canaux « Canal_{XY} » et « Canal_{YZ} »
- 3- Déterminer la matrice du canal résultant « Canal_{XZ} ».
- 4- Calculer $P(Y_1)$, $P(Y_2)$, $P(Z_1)$ et $P(Z_2)$.