

Permutation with Constraint

โจทย์ข้อนี้ต้องการให้เขียนโปรแกรมเพื่อพิมพ์การเรียงสับเปลี่ยน (permutation) ของตัวเลข 0 ถึง $n-1$ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยของที่พิมพ์ออกมานั้นจะต้องเรียงลำดับแบบเดียวกับการเรียงลำดับของ vector

การเรียงลำดับจะเป็นดังนี้ เราให้ $p[0..n-1]$ และ $q[0..n-1]$ เป็นการเรียงสับเปลี่ยนของตัวเลขตั้งแต่ 0 ถึง $n-1$ ที่แตกต่างกัน เราจะเรียกว่า p มีค่าน้อยกว่า q ก็ต่อเมื่อมีค่า i ระหว่าง 0 ถึง $n-1$ ที่ทำให้ $p[i] < q[i]$ และสำหรับทุก ๆ k ที่น้อยกว่า i $p[k]$ จะต้องเท่ากับ $q[k]$ ตัวอย่างเช่น เมื่อให้ n เป็น 5 เราจะเรียก $[0,1,2,3,4]$ ว่าน้อยกว่า $[0,1,4,2,3]$ (เนื่องจากมีค่า $i = 2$ ทำให้เงื่อนไขข้างต้นเป็นจริง)

ตัวอย่างของการเปรียบเทียบอื่น ๆ เช่น $[4,1,2,3,0]$ น้อยกว่า $[4,2,1,3,0]$ และ $[2,1,4,0,3]$ น้อยกว่า $[2,1,4,3,0]$ เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม โจทย์ข้อนี้มีข้อกำหนดเพิ่มเติมคือ จะมีการกำหนดว่าตัวเลขใดจะต้องปรากฏก่อนตัวเลขใดในการเรียงสับเปลี่ยนที่ต้องพิมพ์ออกมา โดยโจทย์จะกำหนดคู่ของตัวเลขมาให้ m คู่ โดยแต่ละคู่คือ $a[i]$ และ $b[i]$ ซึ่งเป็นการกำหนดว่า การเรียงสับเปลี่ยนที่พิมพ์ออกมานั้นจะต้องพิมพ์เฉพาะการเรียงสับเปลี่ยนที่มีตัวเลข $a[i]$ ปรากฏก่อนตัวเลข $b[i]$ สำหรับทุก ๆ คู่ของค่า $a[i]$ และ $b[i]$

ตัวอย่างเช่น หากโจทย์กำหนดคู่ของตัวเลขมาให้ 2 คู่ ได้แก่ กำหนดว่า 1 ต้องปรากฏก่อน 2 และ 3 ต้องปรากฏก่อน 0 นั้น จะมีการเรียงสับเปลี่ยนอยู่หลายชุดที่เราจะต้องไม่พิมพ์ออกมา ตัวอย่างของการเรียงสับเปลี่ยนที่ไม่ต้องพิมพ์ได้แก่ $[0,1,2,3]$ (เนื่องจาก 3 ไม่ได้ปรากฏก่อน 0) และ $[3,2,0,1]$ (เนื่องจาก 1 ไม่ได้ปรากฏก่อน 2)

รับประกันว่าค่า $b[i]$ แต่ละค่านั้นจะไม่ซ้ำกันเลย (แต่ $a[i]$ นั้นอาจจะซ้ำกันได้)

จงหาเขียนโปรแกรมเพื่อพิมพ์การเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมดที่ตรงตามเงื่อนไขตามลำดับ

ข้อมูลนำเข้า

- บรรทัดแรกประกอบด้วยจำนวนเต็ม 2 ตัวคือ n และ m ($1 \leq n, m \leq 20$)
- หลังจากนั้นอีก m บรรทัดเป็นข้อกำหนดของการปรากฏก่อนหลัง โดยที่แต่ละบรรทัดจะประกอบด้วยตัวเลขจำนวนเต็ม 2 ตัวคือ a และ b โดยที่ $0 \leq a, b \leq n-1$ และรับประกันว่าในแต่ละบรรทัดนั้นค่า b จะไม่ซ้ำกันเลย

ข้อมูลส่งออก

มีหลายบรรทัด แต่ละบรรทัดระบุการเรียงสับเปลี่ยนที่ตรงตามเงื่อนไข โดยแสดงตัวเลข n ตัวต่อบรรทัด

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
3 0	0 1 2 0 2 1 1 0 2 1 2 0 2 0 1 2 1 0
3 1 1 2	0 1 2 1 0 2 1 2 0
3 2 1 2 0 1	0 1 2
4 2 3 2 2 1	0 3 2 1 3 0 2 1 3 2 0 1 3 2 1 0
4 2 3 2 0 1	0 1 3 2 0 3 1 2 0 3 2 1 3 0 1 2 3 0 2 1

ชุดข้อมูลทดสอบ

- 1) (20%) $n \leq 4$ และ $m = 0$
- 2) (30%) $n \leq 10$
- 3) (50%) ไม่มีข้อกำหนดอื่นใด

คำแนะนำ

การที่จะได้คะแนน 50% แรกนั้น เพียงแค่เราทำการสร้างการเรียงสับเปลี่ยนทั้งหมดออกมาแล้วค่อยมาตรวจสอบตอนสุดท้ายว่าตรงตามเงื่อนไขหรือไม่ก็เพียงพอ

แต่สำหรับคะแนน 50% สุดท้ายนั้น อาจจะต้องพิจารณาว่าเราควรหยุดการ recursive สำหรับการสร้างการเรียงสับเปลี่ยนทันทีที่เรารู้ว่าผิดเงื่อนไข (ตัวอย่างเช่น หากโจทย์กำหนด $n = 10$ และบอกว่า 2 ต้องมาก่อน 1 นั้น เราไม่ควรสร้างการเรียงสับเปลี่ยนที่เป็น $[1, 2, \dots]$ หรือ $[1, 0, 2, \dots]$ เป็นต้น

รับประกันว่าจะไม่มี input ที่ไม่สามารถคำนวณคำตอบได้ทันทีเมื่อใช้วิธีตามที่เขียนในคำแนะนำ

คำแนะนำในการเขียนโปรแกรม

ข้อนี้ จำนวน input มีขนาดใหญ่ หากใช้ภาษา c++ และใช้ cin อย่าลืมเรียกใช้ `ios_base::sync_with_stdio(false);` และ `cin.tie(NULL);`

จำนวน output มีหลายบรรทัด อย่าลืมหากใช้ `cout` อย่าลืมใช้ “\n” แทน endl