- Logistic Regression Goal.
  - ⇒ Binary Classification
- Linear Regression의 특징.
  1. 연속형 값을 출력.
  2. 각 설명변수의 유의미는 알수 없음.
  3. 각 설명변수의 증/감 의 변화에 따라 종속변수의 class는 설명가능.
- Logistic Regression 순서.
  - $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \cdots + \hat{\beta}_n x_n$.

  우리의 $\hat{y}$은 $\{0, 1\}$의 범주형 값을 원함.

  but, LR의 식은 범위는 $(-\infty, \infty)$

- 목표수정 1.

  $\hat{y}$ 범주형 값을 구하는 대신 확률값을 목표로 수정.

  $\hat{y} \in [0, 1]$.

- 목표수정 2.

  odds 개념을 추가

  $\hat{y} = \frac{p}{1-p} \in [0, \infty)$. → Asymmetric

- 목표수정 3.

  log odds

  $\hat{y} = \log\left(\frac{p}{1-p}\right) \in (-\infty, \infty)$ → symmetric

- $\hat{y} = \log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \cdots + \hat{\beta}_n x_n$

$$\Rightarrow \quad p = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \cdots + \hat{\beta}_n x_n)}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \cdots \hat{\beta}_n x_n)} = \sigma(X \mid \beta)$$

· 문제 풀이 방법.

- 모델의 평가 방법.

⇒ 출력은 확률값 이므로. likelihood를 이용하여 모델의 성능을 평가.

⇒ Maximum Likelihood Estimation

$$\boxed{\begin{aligned} L(X, y \mid \beta) &= \prod_{i=1}^{n} P(x_i, y_i \mid \beta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} \sigma(x_i \mid \beta)^{y_i} \cdot (1-\sigma(x_i \mid \beta))^{1-y_i} \end{aligned}}$$

⇒ Log MLE.

$$\log L(X, y \mid \beta) = \sum_{i=1}^{n} y_i \log \sigma(x_i \mid \beta) + (1-y_i)(1-\sigma(x_i \mid \beta))$$

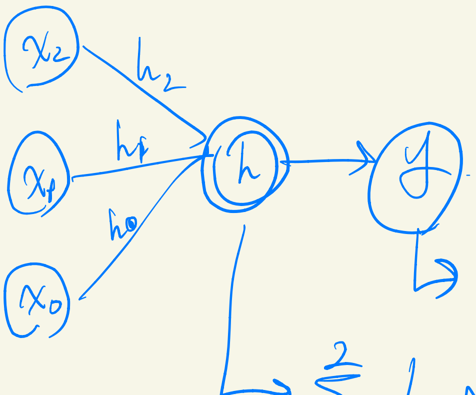
⇒ 목표! Maximum!!

Negative Log MLE 목표

$$\mathrm{Min}\left[-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \log \sigma(x_i|\beta) + (1-y_i)(1-\sigma(x_i|\beta))\right]$$

$\Downarrow$ 해를 찾기 위해!

- Gradient Descent Algorithm



$$\frac{1}{1+\exp(-h)}.$$

$$\sum_{i=0}^{2} h_i x_i.$$

- Chain Rule을 이용하여 각 설명변수의 coffficient 값이 어떻게 업데이트되는지 방향과 정도를 결정한다.

$$\frac{\partial L}{\partial W} = \frac{\partial L}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial W}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial W} = \sigma(x)(1-\sigma(x))$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[\sigma(x_i | \beta) - y_i \right] x_{i,j}$$

$$W_{new} = W_{old} - \alpha \cdot \frac{\partial L}{\partial W}.$$

· 결과 분석.

Linear Regression 에서의 coefficients.

x_1 : 1 → 2. 증가.
$\hat{y}$: 0 → $0+\hat{\beta}_1$ 증가.

Logistic Regression

Not intuitive

· $\hat{\beta}_i$: Positive → $e^{\hat{\beta}_i} > 1$,

→ odds Ratio ↑ ⟹ $\boxed{P\uparrow}$

· $\hat{\beta}_i$: Negative 위의 반대!

☆ Cofficients positive

⇒ Positively correlation, sucess class