

L^AT_EX해설 시연

Jeon Yongjin

Step 1. 두 방정식을 연립하고, 원통좌표계로 영역 E 찾기

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + (z - 5)^2 &= 5^2 \\z &= \sqrt{25 - r^2} + 5 \\r^2 + (r - 5)^2 &= 25 \\2r^2 - 10r &= 0 \\r &= 5\end{aligned}$$

해당 사실을 참고하여 영역 E를 작성하면 아래와 같다.

$$E = \{(r, \theta, z) | 0 \leq r \leq 5, 0 \leq \theta \leq 2\pi, r \leq z \leq \sqrt{25 - r^2} + 5\}$$

Step 2. 삼중적분을 계산하여 Volume의 값 얻기.

$$\begin{aligned}\iiint 1dV &= \int_0^{2\pi} \int_0^5 \int_r^{\sqrt{25-r^2}+5} r dz dr d\theta \\&= 2\pi \int_0^5 r \sqrt{25 - r^2} + 5r - r^2 dr \\&= 2\pi \left[-\frac{1}{3}(25 - r^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{2}r^2 - \frac{r^3}{3} \right]_0^5 \\&= 125\pi\end{aligned}$$