

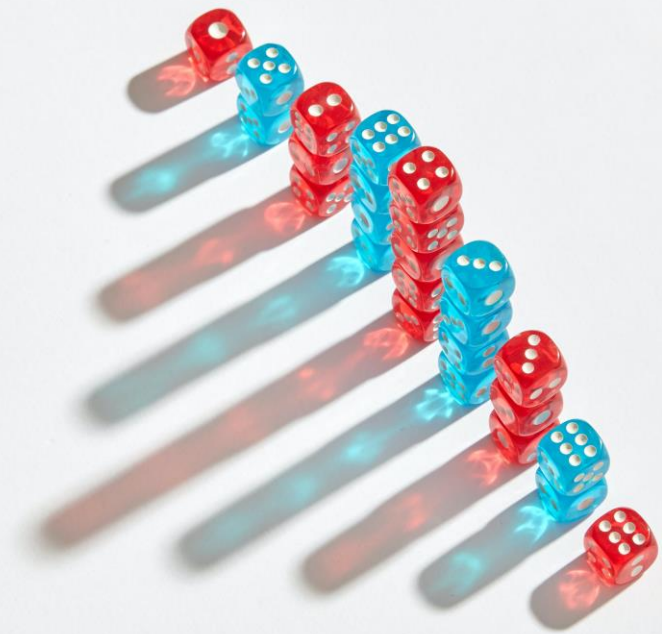
ธนาคารเพื่อการส่งออกและนำเข้าแห่งประเทศไทย (ธสน.)  
โครงการประเมินประสิทธิภาพแบบจำลองด้วยค่า (ECL Model) ตามมาตรฐานบัญชี TFRS 9  
การยอมรับข้อสมมติ ความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity)  
และการแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติ (Non-Normality) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

31 มกราคม 2567

# วาระการประชุม

ความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน	3
การแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติ (Non-Normality) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน	10

แปลและดัดแปลงเนื้อหาจาก Basic Econometrics  
เขียนโดย Damodar N. Gujarati และ Dawn C. Porter (2551)



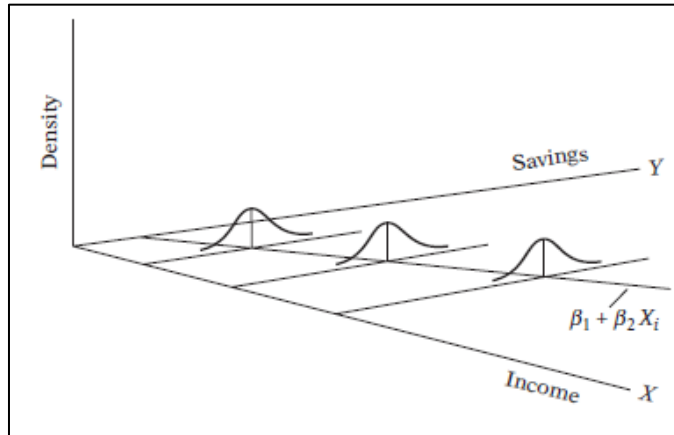
# ความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

## Heteroscedasticity: Nature of Heteroscedasticity

ลักษณะของการที่ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

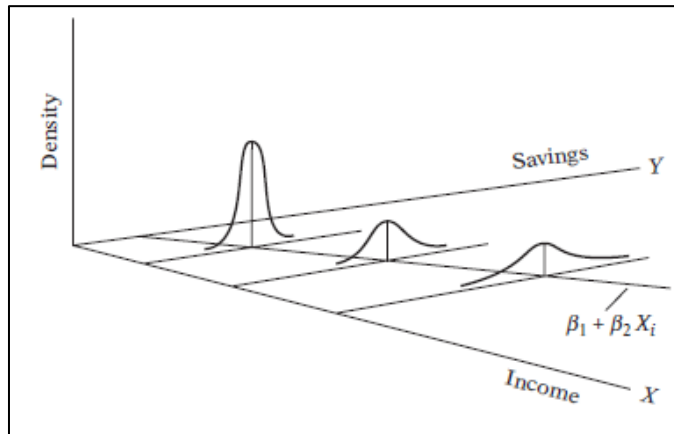
**Homoscedasticity:**

$$E(u_i^2) = \sigma^2$$



**Heteroscedasticity:**

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2$$



เหตุที่อาจส่งผลให้ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

- การเรียนรู้จากความผิดพลาด (Error-Learning) อาทิ การพิมพ์ผิด เมื่อเทียบกับชั่วโมงการฝึกฝนการพิมพ์ที่ดี
- ระดับการใช้จ่าย เมื่อเทียบกับระดับรายได้หลังหักภาษี และค่าใช้จ่ายที่จำเป็นแล้ว (Discretionary Income)
- ความสามารถในการเก็บข้อมูลขององค์กรขนาดใหญ่ที่อาจมีประสิทธิภาพแตกต่างจากองค์กรขนาดเล็ก
- ค่าสุดโต่ง (Outliers)
- ความผิดพลาดเชิงการระบุ (Specification Errors)
- ความเบ้ (Skewness) ของข้อมูล อาทิ การกระจายตัวของระดับรายได้ของประชากร

## Heteroscedasticity: OLS Estimation in the Presence of Heteroscedasticity

การประมาณค่า OLS ในกรณีที่ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

### ตัวประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด (OLS estimator)

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$
$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

- ตัวประมาณ OLS นั้น ยังคงเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (**Unbiased**) หรือตัวประมาณ OLS มีค่าความคาดหวัง (Expectation) เท่ากับค่าพารามิเตอร์
- ตัวประมาณ OLS ยังคงเป็นค่าประมาณที่มีความแนบแน่นต่อพารามิเตอร์ (**Consistent**, i.e. converges in probability to the true value of the parameter as the sample size tends to infinity.)
- ตัวประมาณ OLS นั้น ยังมีการแจกแจงปกติเมื่อจำนวนตัวอย่างเข้าใกล้อนันต์ (**Asymptotically normally distributed**)

### ความแปรปรวนของ OLS estimator (Variance of the OLS estimator)

$$\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\boldsymbol{\Omega}\mathbf{X})(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$$

- Homoscedasticity กำหนดให้  $\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2\mathbf{I}$  ซึ่งเป็นเมทริกซ์เอกลักษณะคูณด้วยค่าคงที่ และทำให้  $\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$
- Heteroscedasticity นั้น ไม่กำหนดรูปแบบของ  $\boldsymbol{\Omega}$  (Variance-Covariance matrix of errors)
- ตัวประมาณ OLS ไม่ใช่ BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) ในกรณีนี้เนื่องจากไม่ดีที่สุด เนื่องจากไม่ได้มีความแปรปรวนต่ำที่สุด (“ไม่ Efficient” หรือ “ไม่มีประสิทธิภาพทางสถิติ”)
- ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณ OLS ที่อยู่บนพื้นฐานของข้อสมมติที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อาจนำไปสู่ข้อสรุปจากการทดสอบสมมติฐานที่ผิดได้

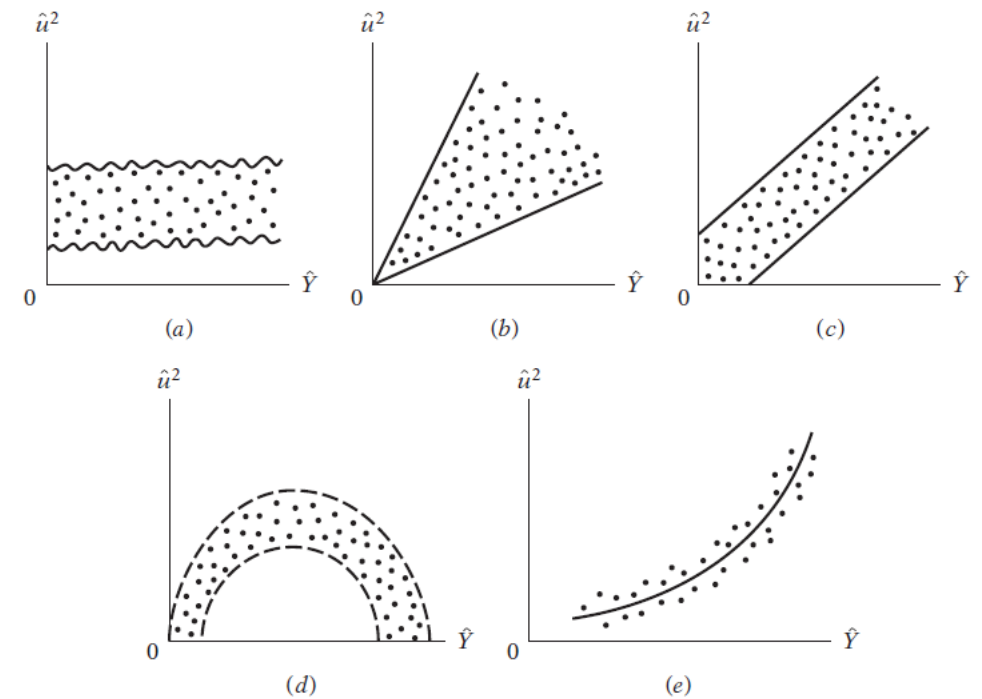
# Heteroscedasticity: Detection

การตรวจจับการที่ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

## (1) Graphical Method

- ถ้าไม่มีข้อมูลก่อนการวิเคราะห์หรือข้อมูลเชิงประจักษ์เกี่ยวกับลักษณะของความแปรปรวนไม่คงที่ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน
- ในทางปฏิบัติแล้ว ผู้ศึกษาสามารถทำการวิเคราะห์การถดถอย โดยสมมติว่าตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedasticity) แล้วทำการตรวจสอบตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนกำลัง 2 (Squared Residuals) เพื่อดูว่ามีรูปแบบที่เป็นระบบหรือไม่

ตัวอย่างรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณ  
ความคลาดเคลื่อนกำลัง 2 และค่าประมาณตัวแปรตาม



## Heteroscedasticity: Detection

การตรวจจับการที่ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

### (2) Breusch-Pagan-Godfrey Test

หลักการ

$$\sigma_i^2 = f(\alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \dots + \alpha_m Z_{mi})$$

- ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนนั้นเป็นฟังก์ชันของตัวแปร ซึ่งบาง  $Z$  หรือทุก  $Z$  นั้น อาจเป็นตัวแปรต้น

- กำหนดให้

$$\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \dots + \alpha_m Z_{mi}$$

- ทดสอบสมมติฐาน

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_m = 0$$

ขั้นตอน

- ประเมินการสมการถดถอย และคำนวณค่าประมาณความคลาดเคลื่อน  $\hat{u}_i$
- สร้าง

$$p_i = \hat{u}_i^2 / (\sum \hat{u}_i^2 / n) = n \hat{u}_i^2 / \sum \hat{u}_i^2$$

- ประเมินค่าสมการถดถอย

$$p_i = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \dots + \alpha_m Z_{mi}$$

- คำนวณค่าสถิติ

$$\Theta = ESS/2$$

- หาก  $u_i$  มีการแจกแจงปกติ เมื่อตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ และจำนวนตัวอย่างเข้าใกล้อนันต์และ  $\Theta$  จะมีการแจกแจง  $\chi_{m-1}^2$
- ทดสอบว่าค่าสถิติ มี P-Value ในระดับที่ต่ำกว่า 1-ระดับความเชื่อมั่น ที่กำหนดไว้หรือไม่



## Heteroscedasticity: Remedy

การแก้ไขปัญหาการที่ตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

### (1) Robust Standard Errors

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = (X^T X)^{-1} (X^T \Omega X) (X^T X)^{-1}$$

- คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณ OLS ภายใต้ Heteroscedasticity แล้วนำมาใช้ทดสอบสมมติฐาน

### (2) Generalized Least Squares (GLS)

$$\frac{y_i}{\sigma_i} = \alpha_1 + \alpha_2 \times \frac{x_{ki}}{\sigma_i} + \dots + \alpha_k \times \frac{x_{ki}}{\sigma_i}$$

- โดยกำหนด  $\sigma_i$  จากข้อมูลก่อนการวิเคราะห์หรือข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยอาจอยู่ในรูปของสมการที่แปรผันกับตัวแปรต้น หรือเป็นเมทริกซ์

### (3) Weighted Least Squares (WLS)

$$\frac{y_i}{\hat{\sigma}_i} = \alpha_1 + \alpha_2 \times \frac{x_{ki}}{\hat{\sigma}_i} + \dots + \alpha_k \times \frac{x_{ki}}{\hat{\sigma}_i}$$

- โดยประมาณค่า  $\sigma_i$  จากข้อมูล

ประเด็นอื่น ๆ

- ทั้งนี้ การแปลงข้อมูลด้วย GLS หรือ WLS ไม่ได้ส่งผลต่อการแปลผล แต่จะส่งผลต่อการกำหนดน้ำหนักในกระบวนการ Optimization เท่านั้น
- “In the presence of heteroscedasticity, use GLS. However, in practice it is not always easy to apply GLS. Also, unless heteroscedasticity is very severe, one may not abandon OLS in favor of GLS or WLS.” (Rule of thumb คือ SE ต่างกัน 10 เท่า)

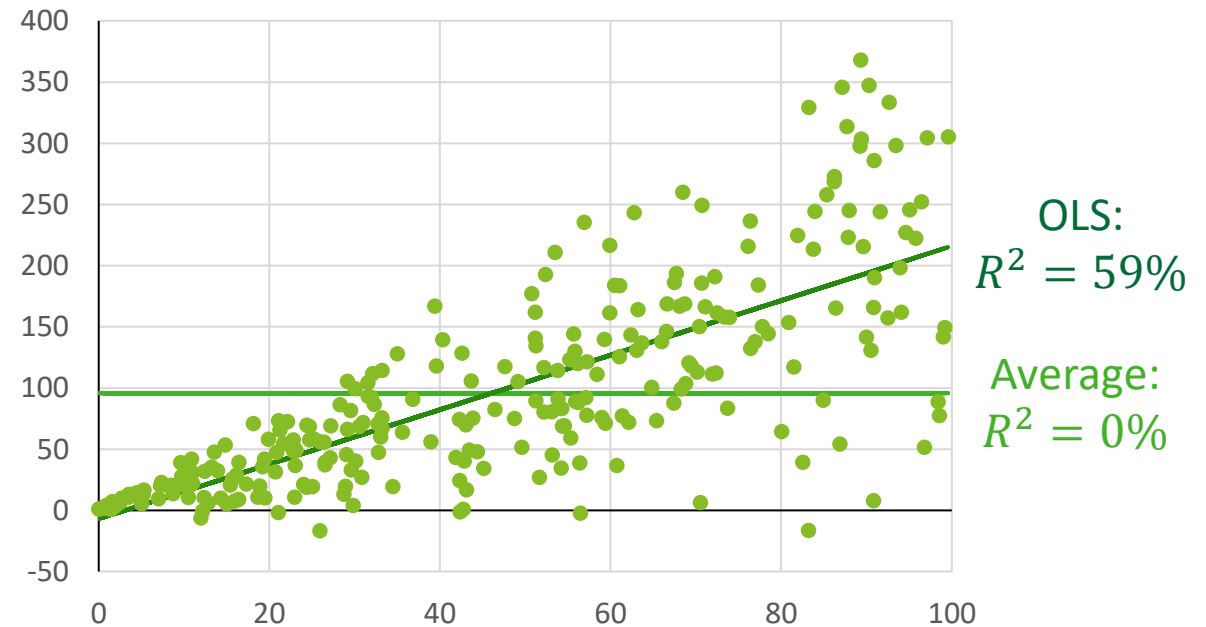


## Heteroscedasticity: Consequences of Using OLS in the Presence of Heteroscedasticity

ผลกระทบของการใช้ OLS เมื่อตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่

- “ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณ OLS ที่อยู่บนพื้นฐานของข้อสมมติที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อาจนำไปสู่ข้อสรุปจากการทดสอบสมมติฐานที่ผิดได้”
- การศึกษามอนติคาร์โลโดย Davidson และ MacKinnon<sup>1</sup> พบว่า ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Errors) ของตัวประมาณ OLS โดยทั่วไปแล้วนั้น มักจะสูงเกินไปสำหรับสัมประสิทธิ์จุดตัดแกนตั้ง (Intercept Coefficient) และต่ำเกินไปสำหรับสัมประสิทธิ์ความชัน (Slope Coefficient) เมื่อเปรียบเทียบกับค่าตัวประมาณ OLS ที่ไม่กำหนดข้อสมมติว่าตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่

อย่างไรก็ตาม ในการทำ Forward-Looking PD หากพบปัญหา Heteroscedasticity ไม่ได้แปลว่าแบบจำลองนั้นไม่มีประโยชน์ในการช่วยประมาณการ



<sup>1</sup> Russell Davidson and James G. MacKinnon, Estimation and Inference in Econometrics, Oxford University Press, New York, 1993, pp. 549–550.

# การแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติ (Non-Normality) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

## ความผิดพลาดเชิงการระบุ (Specification Error)

การแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนเป็นส่วนหนึ่งของความผิดพลาดเชิงการระบุ

ในการพัฒนาโมเดลเชิงประจักษ์นั้น ผู้ศึกษามีแนวโน้มที่จะสร้างความผิดพลาดเชิงการระบุ (Specification Error) ดังต่อไปนี้

1. การไม่รวมตัวแปรที่เกี่ยวข้อง (Omission of a relevant variables)
2. การรวมตัวแปรที่ไม่จำเป็น (Inclusion of an unnecessary variables)
3. การกำหนดรูปแบบฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้อง (Adoption of the wrong functional form)
4. ข้อผิดพลาดในการวัด (Errors of measurement) เช่น การกะ การ Extrapolate การ Interpolate การตัดจุดทศนิยม การไม่ได้รับการตอบรับ ความผิดพลาดในการรายงาน ความผิดพลาดในการประมวลผล เป็นต้น
5. การระบุตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อนที่ไม่ถูกต้อง (Incorrect specification of the stochastic error term)
6. การแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติ (Non-Normality) ของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

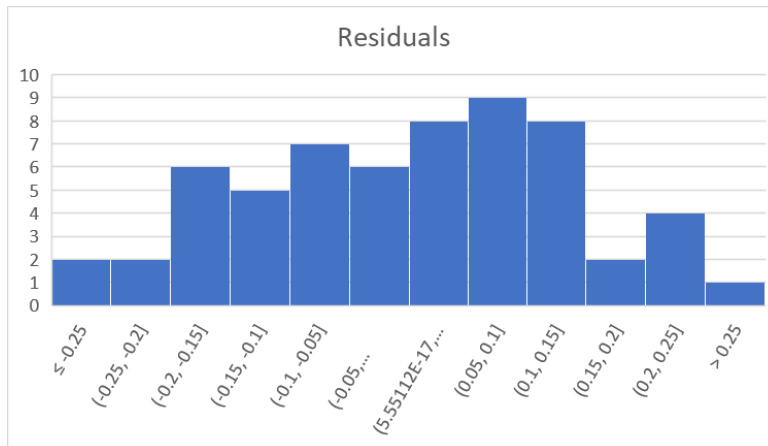
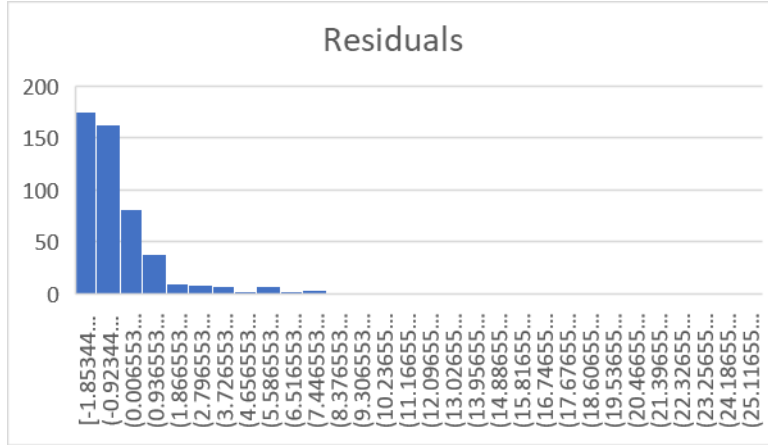
การบรรเทาปัญหาการแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

- **Bootstrapping** (การสุ่มหยิบข้อมูลมาทำการวิเคราะห์อย่างซ้ำ ๆ)
- **Relying on large sample theory (asymptotic theory)**

# Non-Normality: Detection

การตรวจจับการแจกแจงที่ไม่ใช่แบบปกติของตัวแปรสุ่มคลาดเคลื่อน

## (1) Graphical Method



## (2) Jarque-Bera Test

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right]$$

ซึ่งมีการแจกแจง  $\chi^2_2$  ภายใต้สมมติฐานการแจกแจงปกติ

- $S$  คือ ค่าความเบ้ (Skewness)
- $K$  คือ ค่าความโด่ง (Kurtosis) โดย  $K - 3$  เรียกว่า Excess Kurtosis หรือ ค่าความโด่งส่วนเกินจากค่าความโด่งของการแจกแจงปกติ (MS Excel คำนวณในรูปของ Excess Kurtosis อยู่แล้ว)



Deloitte refers to one or more of Deloitte Touche Tohmatsu Limited (“DTTL”), its global network of member firms, and their related entities (collectively, the “Deloitte organization”). DTTL (also referred to as “Deloitte Global”) and each of its member firms and related entities are legally separate and independent entities, which cannot obligate or bind each other in respect of third parties. DTTL and each DTTL member firm and related entity is liable only for its own acts and omissions, and not those of each other. DTTL does not provide services to clients. Please see [www.deloitte.com/about](https://www.deloitte.com/about) to learn more.

Deloitte Asia Pacific Limited is a company limited by guarantee and a member firm of DTTL. Members of Deloitte Asia Pacific Limited and their related entities, each of which is a separate and independent legal entity, provide services from more than 100 cities across the region, including Auckland, Bangkok, Beijing, Bengaluru, Hanoi, Hong Kong, Jakarta, Kuala Lumpur, Manila, Melbourne, Mumbai, New Delhi, Osaka, Seoul, Shanghai, Singapore, Sydney, Taipei and Tokyo.

**About Deloitte Thailand**

In Thailand, services are provided by Deloitte Touche Tohmatsu Jaiyos Co., Ltd. and its subsidiaries and affiliates.

This communication and any attachment to it is for internal distribution among personnel of the Deloitte organization.

It may contain confidential information and is intended solely for the use of the individual or entity to whom it is addressed. If you are not the intended recipient, please notify us immediately by replying to this email and then please delete this communication and all copies of it on your system. Please do not use this communication in any way.

None of DTTL, its member firms, related entities, employees or agents shall be responsible for any loss or damage whatsoever arising directly or indirectly in connection with any person relying on this communication.

© 2024 Deloitte Touche Tohmatsu Jaiyos Advisory Co., Ltd.