

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA**



**Laboratorio N 3 Redes de Computadores**

Integrantes: Catalina Morales Rojas  
Benjamin Muñoz Tapia  
Curso: Redes de Computadores  
Profesor(a): Carlos González Cortés

18 de Mayo de 2019

# Tabla de contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>2</b>
<b>3. Desarrollo de la experiencia</b>	<b>4</b>
<b>4. Análisis de los resultados</b>	<b>6</b>
4.1. Imagen original . . . . .	6
4.2. Imagen con suavizado Gaussiano . . . . .	7
4.3. Imagen con detector de bordes . . . . .	9
<b>5. Conclusiones</b>	<b>13</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>14</b>

# 1. Introducción

Las imágenes digitales permiten representar una imagen mediante el uso de matrices, las cuales se pueden encontrar en formato RGB o binario (1 o 0). Para el caso de las imágenes en escala de grises, estas se representan mediante dos dimensiones y para el caso de las imágenes a color en tres. En cualquiera de estos casos son una buena fuente de información que se usa en la actualidad con el fin de transmitir mensajes a todo tipo de usuario y público, además de ser un foco artístico al que se le ha dado importancia.

Actualmente a las imágenes les son aplicados filtros con tal de obtener mejoras o una tonalidad diferente, los cuales corresponden a convoluciones con diversos Kernels. En esta experiencia de laboratorio, serán aplicados filtros mediante el uso de diversos kernel a una imagen en escala de grises con el objetivo de analizar como afecta esto tanto en el resultado visual como en su frecuencia (utilizando la transformada de Fourier en dos dimensiones).

A continuación se presenta la implementación, desarrollo y conclusiones del análisis realizado a una imagen digital mediante el lenguaje de programación Python (versión 3.7.3), con los módulos de Numpy, Scipy, Matplotlib y PIL utilizando técnicas como la convolución y la transformada de Fourier en dos dimensiones.

## 2. Marco Teórico

1. Convolución: transforma una función  $F$  en  $Y$  al pasar por un sistema  $H$ . Para realizar esto se toma una función, se invierte con respecto al origen, se traslada sobre la otra función y luego se suman los valores obtenidos de las áreas de ambas funciones en cada instante de tiempo. Es posible expresar la convolución como:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \quad \forall t$$

Figura 1: Convolución

2. Kernel: En el contexto de imágenes, un Kernel corresponde a la matriz que se traslada sobre la imagen para realizar la convolución. Actúa como filtro.

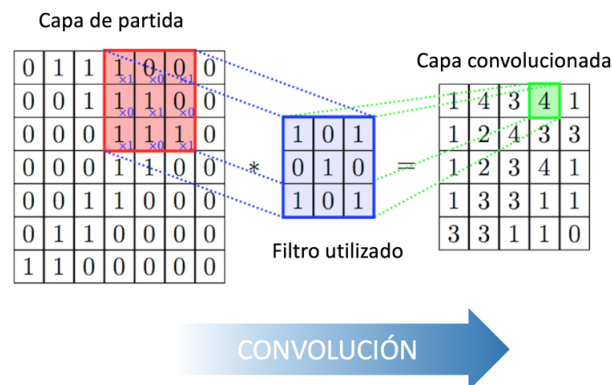


Figura 2: Convolución de una imagen

3. Imagen: Para el contexto de este trabajo se entiende una imagen como una señal de dos dimensiones en una serie de Fourier. Matemáticamente se expresa como una matriz, donde cada fila posee arreglos de tres números, representando cada una un pixel de formato RGB, que en conjunto forman un color.
4. Transformada de Fourier: Herramienta matemática que permite pasar del dominio del tiempo al de las frecuencias para realizar análisis respecto a esta. Al ser aplicable en

dos dimensiones, con la imagen se aplica el teorema de la convolución que consiste en multiplicar las señales (imagen y otra), expresándose de la siguiente forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{-(x+y)\pi t} dx dy = F(x, y) * h(x, y) \quad (1)$$

5. FIR: es un tipo de filtro digital caracterizado por tener una frecuencia de corte. Existen tres tipos: pasa bajos (deja pasar a las frecuencias bajo el rango), pasa altos (deja pasar a las frecuencias sobre el rango) y pasa banda (deja pasar solo a las frecuencias que se encuentran dentro de un rango).

### 3. Desarrollo de la experiencia

Para el desarrollo del experimento fueron realizados los siguientes procedimientos:

1. En primer lugar se abre la imagen mediante la función `open` que ofrece la librería "PIL", para después ser transformada a un array de arrays (matriz) mediante la librería "Numpy".
2. Luego se genera una nueva matriz con ceros del mismo tamaño que la imagen original. Como en este caso se trabaja con una imagen en escala de grises, la matriz se encuentra en dos dimensiones, si fuese una imagen a color, sería en 3.
3. A continuación, se aplica la convolución, la cual a cada elemento de la nueva matriz le asigna el valor de la suma de las multiplicaciones de cada componente del kernel con un componente de la matriz. Este proceso se realiza para cada elemento de la matriz. Este proceso sigue el teorema de la convolución, el cual dice que la multiplicación de las transformadas de Fourier de dos señales es igual a aplicar la convolución entre las señales directamente. En este caso como la imagen es una señal y el kernel cumple una función similar, se puede hacer la multiplicación de matrices a cada pixel y sus vecindades directamente. Los kernels utilizados son:

$$Suavizado = 1/256 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Detección bordes = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Es importante destacar que al realizar la convolución se pierden una fila para la parte

superior e inferior de la imagen y una columna para la parte izquierda y derecha, por lo cual el borde de esta corresponde a 0 para que el tamaño de la imagen de salida concuerde con el de entrada (borde negro).

4. Mediante el uso de la función "fromarray" de "PIL" se guarda la imagen de salida, con "clip" se almacenan los valores como enteros entre 0 y 255, debido a que al realizar la multiplicación, los valores pueden ser mayores a 255, menores a 0 o decimales (si son menores o mayores se aproximan a los valores de los extremos, es decir, 0 o 255 respectivamente). A continuación con la función "save" de la misma librería, se guarda la imagen en formato "bmp".
5. Por último, se calcula la transformada de Fourier en dos dimensiones con la función "fft.fft2" de "Numpy" se grafica en base a logaritmo para poder comparar los valores obtenidos.

## 4. Análisis de los resultados

### 4.1. Imagen original

La imagen original se encuentra en escala de grises. Para el caso de las imágenes, la transformada de Fourier entrega la distribución espacial de intensidades, o dicho de otra forma, la variación que hay por los pixeles.

Además, el origen de los gráficos (0,0) se encuentra en el centro de la imagen, esto se produce debido a que la transformada de Fourier es simétrica con respecto al eje Y, pero como se trabaja con la transformada en dos dimensiones, las frecuencias se reflejan en los otros tres cuadrantes. Por lo que para este caso el análisis realizado solo se centra en el primer cuadrante. A medida que el color del gráfico se vuelve más claro, la intensidad en esas frecuencias es mayor.

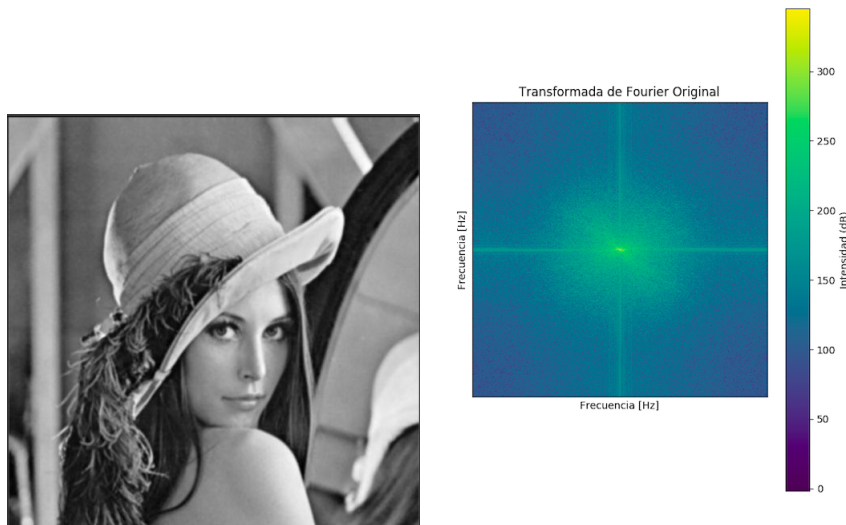


Figura 3: Imagen original junto con su transformada de Fourier en dos dimensiones

Para el caso de la transformada de la imagen original es posible apreciar que la intensidad se encuentra concentrada en las bajas frecuencias, esto se debe a que se producen pocas variaciones de intensidad en el espacio, ya que la imagen se encuentra en escala de grises.



## 4.2. Imagen con suavizado Gaussiano

Al ser aplicado el kernel de suavizado gaussiano a la imagen original se obtiene:



Figura 4: Imagen original e imagen convolucionada (suavizado gaussiano)

En este caso, es posible ver que la imagen se presenta borrosa con respecto a la original, lo cual es similar al ruido blanco gaussiano aditivo, ya que este afecta a la imagen de manera aditiva y es constante en todas las frecuencias.

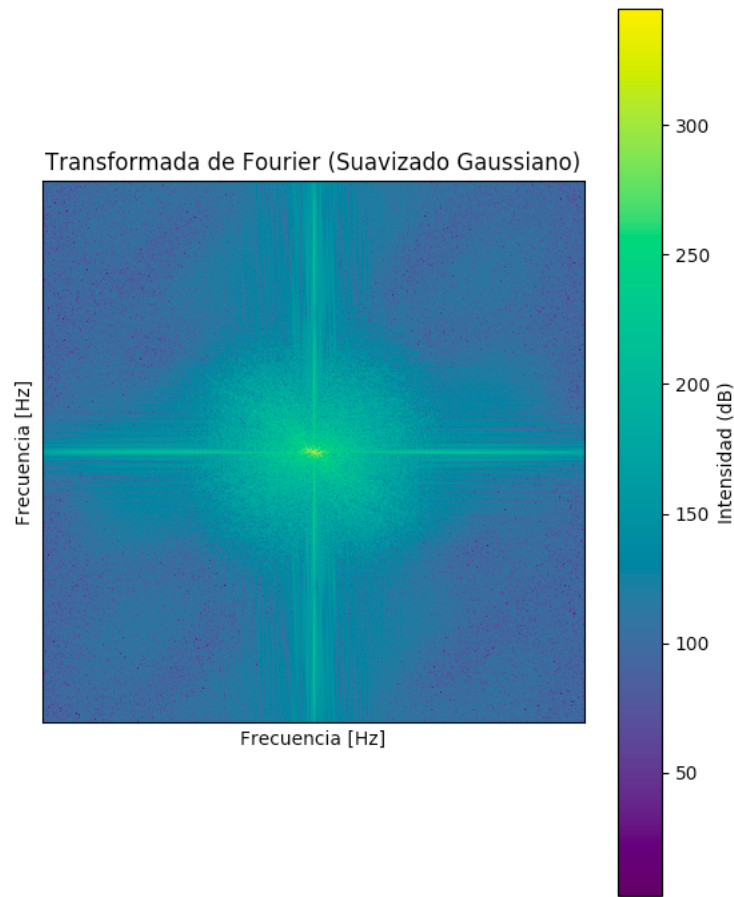


Figura 5: Transformada de Fourier en dos dimensiones (suavizado gaussiano)

Para la transformada de la imagen con suavizado gaussiano, es posible apreciar que la intensidad se concentra al igual que en la imagen original en las bajas frecuencias, es por esto que se puede determinar que la convolución corresponde a un filtro pasa bajos, ya que no deja pasar a los valores altos. Debido a que las frecuencias altas corresponden a grandes cambios de intensidad (píxeles) en un espacio determinado, el filtro permite suavizar la imagen.

### 4.3. Imagen con detector de bordes



Figura 6: Imagen original e imagen convolucionada (detector de bordes)

En esta imagen se aprecia que lo que se mantiene con respecto a la original son los bordes que se encuentran representados por los cambios drásticos de intensidad. Los colores ya no varían entre diversos tonos de grises, si no que son blancos o negros debido a que al realizar la convolución muchos de los valores obtenidos son menores a 0 y mayores a 255, por lo que los menos a 0 se aproximan a 0 y los mayores a 255.

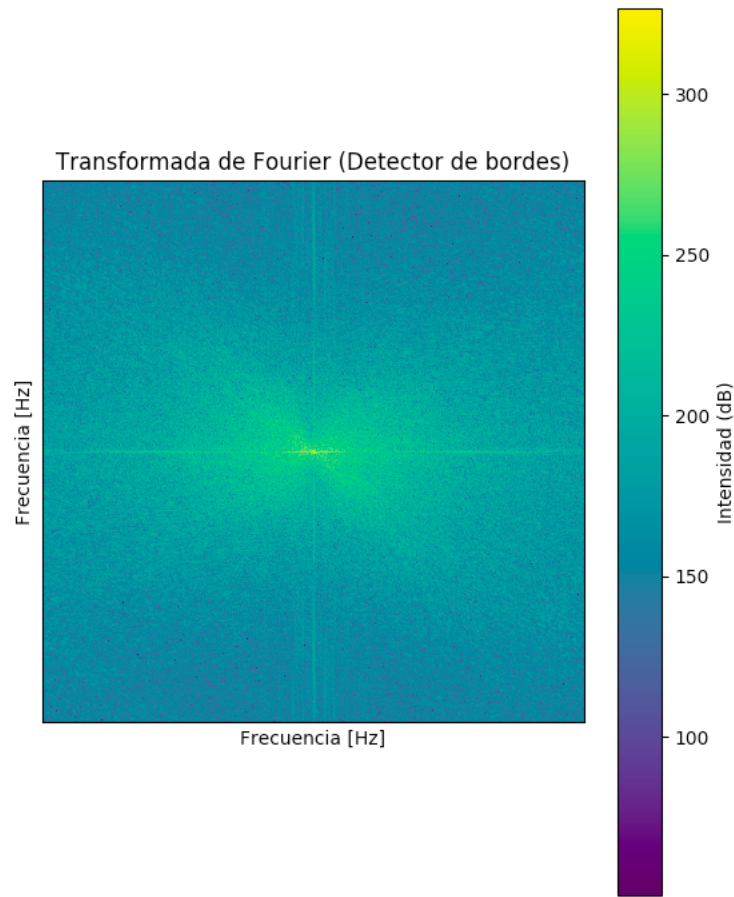


Figura 7: Transformada de Fourier en dos dimensiones (detector de bordes)

Respecto a la transformada, a diferencia de las anteriores, las intensidades ya no solo se encuentran concentradas en el origen, si no que se expanden a frecuencias más altas. Por lo tanto se puede determinar que corresponde a un filtro pasa altos, en donde los bordes se destacan debido a la gran cantidad de variaciones que hay entre los píxeles en un espacio determinado. A pesar de esto, la intensidad se encuentra distribuida a lo largo de todas las frecuencias debido a que a pesar de que existe una variación brusca en los píxeles, esto no es cada una pequeña distancia espacial.

Para el análisis, la convolución también fue realizada para una imagen a color, pero la transformada no es obtenida debido a que el gráfico debía ser implementado en 3

dimensiones.



Figura 8: Imagen a color original



Figura 9: Imagen convolucionada con kernel suavizado gaussiano

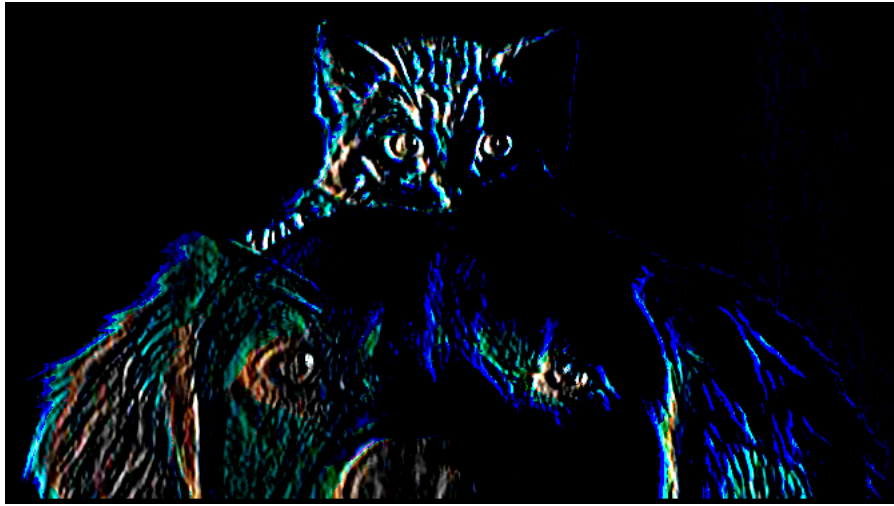


Figura 10: Imagen convolucionada con kernel detector de bordes

Para este caso, el kernel con suavizado gaussiano se comporta de manera similar con respecto a la imagen en escala de grises, pero en el caso del filtro detector de borde es posible apreciar que se notan más los cambios de intensidad, debido a que existe una mayor variación de intensidad de los píxeles en el espacio porque se encuentra a color.

## 5. Conclusiones

En esta experiencia fue posible determinar el resultado de la aplicación de dos filtros a una imagen digital mediante la convolución de un kernel sobre la imagen. En base a esto, se aprecia que eliminar un rango de frecuencia en específico modifica de manera considerable la imagen, ya que si se eliminan las bajas frecuencias es posible suavizar los cambios de intensidad y si se eliminan las altas frecuencias se destacan los bordes en donde los cambios son bruscos.

Nuevamente fue posible apreciar la utilidad de la transformada de Fourier, ya que permite ver como varía la intensidad de la imagen con respecto a la frecuencia luego de ser aplicados los filtros. Además, se destacan los módulos de Python que facilitan el desarrollo de la experiencia.

Cabe mencionar que en la vida diaria se usan a menudo estos filtros para dar distintas tonalidades de color construyendo una nueva estética para la imagen. Aunque también se han hecho filtros de imagen basados en kernel para la restauración de estas que lleva a otro nivel de aplicación tanto de la convolución como la transformada de Fourier con el objetivo de restaurar frecuencias.

Finalmente, se considera que fue posible comprender el funcionamiento de los filtros aplicados a imágenes digitales, el motivo por el cual son implementados, el funcionamiento de la convolución y el uso de la transformada de Fourier destacando la propiedad que relaciona estas dos.

# Bibliografía

- (2008). numpy.fft.fft2. [Online] <https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.fft.fft2.html>.
- (2008-2009). Transformada de fourier. [Online]<https://unipython.com/transformada-de-fourier/>.
- (2019). Enunciado laboratorio 2. [Online] [http://www.udesantiagoovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F252906%2Fmod\\_resource%2Fcontent%2F1%2FLaboratorio%203%20-%20Convoluci%C3%B3n.pdf](http://www.udesantiagoovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F252906%2Fmod_resource%2Fcontent%2F1%2FLaboratorio%203%20-%20Convoluci%C3%B3n.pdf).