



مسئله‌ی ۱.

می‌دانیم تابع

$$\frac{u^2}{v}$$

برای $u, v \geq 0$ محدب است. داریم:

$$f(u, v) = \frac{u^2}{v} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}, y\right) = \frac{1}{xy}$$

با توجه به این که تابع $v = y$ آفین است کافیت نشان دهیم که $\frac{1}{\sqrt{x}}$ محدب است (زیرا $\frac{u^2}{v}$ بر حسب u صعودی است.) که برای این کار توجه می‌کنیم که $\frac{1}{x}$ تابعی نزولی و محدب است و لذا ترکیب آن با تابع \sqrt{x} تابعی محدب خواهد بود.

مسئله‌ی ۲.

۱

قید تقاطع داشتن دایره‌ها را می‌توان به شکل یک شرط SOC نوشت یعنی:

$$\|c_i - c_j\| \leq r_i + r_j$$

و مسئله کمینه کردن محیط معادل کمینه کردن جمع r_i ها و مسئله کمینه کردن مساحت معادل کمینه کردن جمع توان دوم r_i ها می‌باشد و لذا هر دو مسئله محدب می‌باشند.

۲

در حالتی که از نرم ۱ استفاده کردیم با توجه به خاصیت تنک بودنی که تولید می‌کند تعدادی از شعاع دایره‌ها برابر ۱ شد ولی زمانی که از نرم ۲ استفاده کردیم جواب هایمان dense بود و شعاع صفر نداشتیم.

مسئله‌ی ۳.

۱

برای حفظ علامت y_t ها a_i, b_i ها را باید به گونه‌ای تعیین کنیم که:

$$\hat{y}_t s_t \geq 0$$

که نابرابری‌هایی خطی و لذا محدب برحسب a_i, b_i ها می‌دهند. با اضافه کردن شرط نرم ۱ و کمینه کردن برحسب نرم ۲ نیز مسئله محدب باقی می‌ماند و لذا مسئله‌مان یک مسئله بهینه‌سازی محدب است.

۲

خطای نسبی برابر ۰.۳ می‌باشد که خطای نسبی نسبتاً زیادی است ولی با توجه به این که صرفاً علامت را داشتیم نتیجه خوبی است.

مسئله‌ی ۴.

۱

مقدار لاگ درست نمایی برای λ_i برابر است با:

$$\log\left(\frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^{N_i}}{N_i!}\right) = -\lambda_i + N_i \log(\lambda_i) + \text{const}$$

که با صفر قرار دادن مشتق آن نتیجه می‌گردد:

$$\lambda_i = N_i$$

۲

لاگ درست نمایی همان طور که در بخش قبل مشاهده کردیم به شکل $-\lambda_i + N_i \log(\lambda_i) + \text{const}$ می‌باشد که چون تابع لگاریتم مقعر است لاگ درست نمایی نیز مقعر خواهد بود از طرفی تفاضل λ_i های متوالی نیز حاصل ترکیب تابع محدب x^2 با تابعی آفین از x_i ها است و لذا تابعی محدب است و اگر مضرب مثبتی از آن را از لاگ درست نمایی کم کنیم کل تابع مقعر خواهد بود. و لذا مسئله بهینه‌سازی که داریم بیشینه‌سازی مقعر است.

۳

با میل دادن ρ به سمت بی‌نهایت حتی دو λ_i متوالی فاصله کمی داشته باشند با این میل دادن تابع بخش قبل‌مان به منفی بینهایت میل خواهد کرد و لذا در حالت بهینه همه‌ی λ_i ها برابر هستند که با مشتق‌گیری از بیشینه درست نمایی همه آن‌ها برابر خواهند بود با:

$$\lambda_1 = \dots = \lambda_n = \frac{N_1 + \dots + N_n}{n}$$

۴

در فایل پایتون انجام شده است.

۵

همان طور که از نتیجه کد ها پیداست $\rho = 0.1$ بهترین نتیجه را روی دیتای تست به ما می‌دهد.