

Lineal Algebra Assignment no 1

S.M.Hassen Ali
K20-1052

Ex 1.3 Q_{1-20.}

Q.1

a) BA

$$(4 \times 5) \cdot (4 \times 5) = x$$

different hence undefined.

b) AB^T

$$B = (4 \times 5) \quad B^T = (5 \times 4)$$

$$(4 \times 5) \cdot (5 \times 4) = (4 \times 4)$$

defined.

c) AC + D

$$(4 \times 5) \cdot (5 \times 2) + (4 \times 2)$$

$$(4 \times 2) + (4 \times 2) = (4 \times 2)$$

defined.

d) $E(AC)$

$$(5 \times 4) \cdot ((4 \times \underbrace{5}_{\text{defined}}) \cdot (5 \times 2))$$

$$(5 \times \underbrace{4}_{\text{defined}}) \cdot (4 \times 2) = (5 \times 2)$$

e) $A - 3E^T$

$$(4 \times \underbrace{5}_{\text{defined}}) - 3(4 \times 5) = (4 \times 5)$$

~~defined~~

f) $E(5B + A)$

$$(5 \times 4) \cdot (5(4 \times 5) + 4 \times 5))$$

$$(5 \times \underbrace{4}_{\text{defined}}) \times (4 \times 5) = (5 \times 5)$$

~~defined~~

Q.2

a) CD^T

$$\underbrace{(5 \times 2)}_{\text{defined}} \cdot \underbrace{(2 \times 4)}_{\text{defined}} = (5 \times 4)$$

defined.

b) DC

$$(4 \times 2) \cdot (5 \times 2)$$

undefined.

c) $BC - 3D$

$$\underbrace{(4 \times 5)}_{(4 \times 2)} \underbrace{(5 \times 2)}_{(4 \times 2)} - 3(4 \times 2)$$

$$\underbrace{(4 \times 2)}_{(4 \times 2)} - 3(4 \times 2)$$

defined.

d) $D^T(BE)$

$$(2 \times 4) \cdot \underbrace{(4 \times 5)}_{(2 \times 4)} \underbrace{(5 \times 4)}_{(4 \times 4)}$$

$$\underbrace{(2 \times 4)}_{(2 \times 4)} \cdot (4 \times 4)$$

(2x4) defined.

$$e) B^T D + E D$$

$$(5 \times 4)(4 \times 2) + (5 \times 4)(4 \times 2)$$

$$(5 \times 2) + (5 \times 2)$$

$$(5 \times 2)$$

defined.

$$f) B A^T + I$$

$$(4 \times 5)(5 \times 4) + (4 \times 2)$$

$$(4 \times 4) + (4 \times 2)$$

undefined

Q.3.

$$a) D + E$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 17 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$b) D - E$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

c) $5A$

$$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

d) $-7C$

$$\begin{bmatrix} 7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}$$

e) cannot be performed.

f) $4E - 2D$

$$\begin{bmatrix} 24-2 & 4-10 & 12-4 \\ -4+2 & 4 & 8-2 \\ 16-6 & 4-4 & 12-8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

g) $-3(D + 2E)$

$$\begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$$

20K-105

h) $A - A$

Null matrix

i) $\text{tr}(D)$

adding diagonal
 $1 + 0 + 4 = 5$

j) $\text{tr}(D - 3E)$

$$\text{tr} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -7 \\ 2 & -3 & -5 \\ -9 & -1 & -5 \end{bmatrix} = -1 - 3 - 5 = -9$$

k) $4\text{tr}(7B)$

$$4\text{tr} \begin{bmatrix} 28 & -7 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = 4(28 + 14) = 168$$

l) $\text{tr}(A)$

A ain't a square matrix

Q.4

a) $2A^T + C$

$$2 \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

201K-1057

b) $D^T - E^T$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

c) $(D-E)^T$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right\}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

d) $B^T + 5C^T$

No solution, cannot add.

e) $\frac{1}{2}CT - \frac{1}{4}A$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{5}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ \frac{5}{4} & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{9}{4} \end{bmatrix}$$

$$f) B - B^T$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g) 2E^T - 3D^T$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$h) (2E^T - 3D^T)^T$$

from previous
solution

$$\begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

201K-1052

i) $(CD)E$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right\} \times \begin{bmatrix} 6 & 13 \\ -1 & 12 \\ 4 & 13 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 9 & 14 \\ 17 & 26 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 \\ -1 & 12 \\ 4 & 13 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18-9+56 & 3+9+14 & 9+18+42 \\ 102-26+108 & 17+26+27 & 51+52+81 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 65 & 26 & 69 \\ 184 & 70 & 184 \end{bmatrix}$$

j) $C(BA)$.

$$(2 \times 3) \{ (2 \times 2) \underbrace{(3 \times 2)}_{\text{undefined}} \}$$

undefined

20K-10P

k) $\text{tr}(DE^T)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= {}^{tr} \begin{bmatrix} 17 & 8 & 15 \\ -3 & 3 & -1 \\ 32 & 3 & 26 \end{bmatrix}$$

$$= 17 + 3 + 26 = 46.$$

l) $\text{tr}(BC)$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= {}^{tr} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

No trace can be found since it is
not a square matrix.

Q5

a) AB

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12+0 & -3+0 \\ -4+0 & 1+4 \\ 4+0 & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

b) BA

Undefined the number of columns of B
does not match A.

c) (BE)D

$$\begin{bmatrix} 3.6 & 3.1 & 3.3 \\ 3.-1 & 3.1 & 3.2 \\ 3.4 & 3.1 & 3.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 18-3+27 & 90+3+18 & 36+3+36 \\ -3-3+18 & -15+3+12 & -6+3+24 \\ 12-3+27 & 60+3+18 & 24+3+36 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$$

201K-1052

d) $(AB)C$

$$\begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 12-9 & 48-3 & 24-15 \\ -4+15 & -16+5 & -8+25 \\ 4+3 & 16+1 & 8+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4-3 & 16-1 & 8-5 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+0 & 45 & +9+0 \\ -1+12 & -15+4 & -3+20 \\ 1+6 & 15+2 & 3+10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

c) CCI

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+16+4 & 3+4+10 \\ 3+4+10 & 9+1+25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix}$$

g) $(DA)^T$

$$\left\{ \begin{bmatrix} 3-5+2 & 0+10+2 \\ -3-0+1 & 0+0+1 \\ 9-2+4 & 4+4 \end{bmatrix} \right\}^T = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1+6 \\ 16 & -4+2 \\ 8 & -2+10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -11 \\ 0 & 21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 16 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

i) $t \cdot r(PD')$

$$t \cdot r \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \right\}$$

$$t \cdot r \left\{ \begin{bmatrix} 1+25+4 & -1+0+2 & 3+10+8 \\ -10+2 & 1+0+1 & -3+0+4 \\ 3+10+8 & -3+0+4 & 9+4+16 \end{bmatrix} \right\}$$

$$t \cdot r \left\{ \begin{bmatrix} 30 & 1 & 21 \\ 1 & 2 & 1 \\ 21 & 1 & 29 \end{bmatrix} \right\} = 30 + 2 + 29 = 61$$

j) $t \cdot r(4E^T - D)$

$$t \cdot r \left\{ 4 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right\}$$

$$t \cdot r \left\{ \begin{bmatrix} 24 & -4 & 16 \\ 4 & 4 & 4 \\ 12 & 8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right\}$$

$$t \cdot r \left\{ \begin{bmatrix} 23 & -9 & 14 \\ 5 & 4 & 3 \\ 9 & 6 & 8 \end{bmatrix} \right\} = 23 + 4 + 8 = 35$$

~~Q0 k-105~~

$$K) \operatorname{tr}(DE^T)$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 3+3 & -1+6 & 1+3 \\ 12+0 & -4+2 & 4+1 \\ 6+0 & -2+10 & 2+5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} \right\}$$

$$+ \operatorname{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 15 & 3 & 12 \\ 14 & 0 & 7 \\ 12 & 12 & 13 \end{bmatrix} \right\} = 15+0+13 = 28$$

$$1. \operatorname{tr}((EC^T)^TA)$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 13 \\ -1 & 12 \\ 4 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \right\}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \left\{ \begin{bmatrix} 6+4+6 & 18+1+15 \\ -1+4+4 & -3+1+10 \\ 4+4+6 & 12+1+15 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \right\}$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \left\{ \begin{bmatrix} 16 & 34 \\ 7 & 8 \\ 14 & 28 \end{bmatrix} \right\}^T \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\operatorname{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 16 & 7 & 14 \\ 24 & 8 & 28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

20k-1052

$$+ \infty \left\{ \begin{bmatrix} 48 - 7 + 14 & 16(0) + 14 + 14 \\ 34(3) - 8 + 28 & 34(0) + 16 + 28 \end{bmatrix} \right\}$$

$$+ \infty \begin{bmatrix} 55 & 28 \\ 122 & 44 \end{bmatrix} = 55 + 44 = 99.$$

Q.6

a) $(2D^T - E)A$

$$2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 & 3 \\ 11 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -12 + 3 + 3 & 0 - 6 + 3 \\ 33 + 1 + 2 & 0 - 2 + 2 \\ 0 - 1 + 5 & 0 + 2 + 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 35 & 0 \\ +4 & 7 \end{bmatrix}$$

b) $4(B)(C) + 2B$

$$4 \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 15 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$\underset{2 \times 2}{\text{x}} \quad \underset{2 \times 3}{\text{x}} \quad \underset{2 \times 2}{\text{x}}$

$$\begin{bmatrix} 16-12 & 16(4)-4 \\ x & x \\ x & x \end{bmatrix}$$

cannot be added because of different order.

c) $(-AC)^T + 5D^T$

$$\left\{ \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 15 \end{bmatrix} \right\}^T + 5 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$\underset{3 \times 2}{\text{x}} \quad \underset{2 \times 3}{\text{x}}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 12 \\ 5 & 9 & -8 \\ 15 & 2 & 2 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 5 & -5 & 15 \\ 25 & 0 & 2 \\ 12 & 5 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 27 \\ 30 & 9 & -6 \\ 26 & 10 & 22 \end{bmatrix}$$

20K-1(a)

d) $(BA^T - 2C)^T$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12+0 & 1x-4-2 & 4-1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} 10 & -14 & -1 \\ -6 & 2 & -8 \end{bmatrix} \right\}^T$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

e) $B^T(CC^T - A^TA)$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9+1+1 & -2+1 \\ -2+1 & 4+1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 15 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 36 \\ 27 & -13 \end{bmatrix}$$

$$f) D^T E^T - (ED)^T$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6-5+8 & -6+0+4 & 18-2+16 \\ 1+5+2 & -1+0+1 & 9+4+12 \\ 3+10+6 & -3+0+3 & 9+4+12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -2 & 32 \\ 8 & 0 & 25 \\ 19 & 0 & 25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 36 & 25 \\ 4 & -1 & 7 \\ 12 & 26 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & -38 & 7 \\ 4 & 1 & 18 \\ 7 & -26 & 4 \end{bmatrix}$$

Q. 7 a) first row of AB

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 18+0+49 & -6-2+49 & 12-6+45 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 47 & 57 \end{bmatrix}$$

b) Third row of AB

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 4+63 & 12+45 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 63 & 67 & 57 \end{bmatrix}$$

c) Second column of AB

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -2+49 \\ -12 & +5+28 \\ 0 & +4+63 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix}$$

d) First column of BA

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -12+0 \\ 6+0 \\ 21+42 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 67 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$$

e) third row of AA

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0+24+0 \\ 20+36 \\ 0+16+81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+24+0 & 20+36 & 16+81 \\ 24 & 56 & 97 \end{bmatrix}$$

f) first row of BA

$$\begin{bmatrix} 6 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$[18-12+0 \quad -12-10+16 \quad 42-8+36]$$

Q.8 $[6 \quad -6 \quad 70]$

a) first column of AB

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 18+0+49 \\ 36+0+28 \\ 0+0+63 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 68 \\ 64 \\ 63 \end{bmatrix}$$

b) third column of BB.

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 24 - 6 + 20 \\ 0 + 3 + 15 \\ 28 + 21 + 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 \\ 18 \\ 74 \end{bmatrix}$$

c) Second row of BB.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 + 0 + 21 & 1 + 21 & 3 + 15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 21 & 22 & 18 \end{bmatrix}$$

d) first column of AA

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 + 0 - 12 \\ 18 + 30 + 0 \\ 0 + 24 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 48 \\ 24 \end{bmatrix}$$

e) third column of AB .

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 - 6 + 35 \\ 24 + 15 + 20 \\ 0 + 12 + 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix}$$

f) first row of BA

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$[18 - 12 + 0 \quad -12 - 10 + 16 \quad 42 - 8 + 36]$$

$$[6 \quad -6 \quad 70]$$

Q.9

a) first column of $AA = 3 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 48 \\ 24 \end{bmatrix}$

Second column of $AA = -2 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 29 \\ 56 \end{bmatrix}$

Third column of $AA = 7 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76 \\ 98 \\ 97 \end{bmatrix}$

5) first column of BB = $-2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 14 \\ 22 \\ 28 \end{bmatrix}$$

second = $-2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 22 \\ 28 \end{bmatrix}$

third = $4 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 \\ 18 \\ 74 \end{bmatrix}$

Q. 10

a) first column = $3 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$$

second = $-2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -6 \\ 17 \\ 41 \end{bmatrix}$$

third = $7 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 70 \\ 31 \\ 130 \end{bmatrix}$$

Q.10b)

$$BA = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

first BA
column

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 & 70 \\ 6 & 17 & 31 \\ 63 & 41 & 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 526 \\ 253 \\ 1106 \end{bmatrix}$$

$$\text{second} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 70 \\ 6 & 17 & 31 \\ 63 & 41 & 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 445 & 472 \\ 222 \\ 769 \end{bmatrix}$$

$$\text{third} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 70 \\ 6 & 17 & 31 \\ 63 & 41 & 122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 356 \\ 230 \\ 985 \end{bmatrix}$$

20 k-105

Q. 011
a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ $b = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

eq.

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

eq.

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Q.12

$$a) A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

eq. $A \cdot x = b$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$b) A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Q.13

$$a) \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$5x_1 - 3x_2 - 6x_3 = -9$$

Q.14

$$a) \begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= -1 \end{aligned}$$

$$-2x_1 + x_2 + 5x_3 = 4$$

$$b) \begin{aligned} 3w - 2x + 2z &= 0 \\ 5w + 2y - 2z &= 0 \\ 3w + x + 4y + 7z &= 0 \\ -2w + 5x + y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

$$Q.15) [K \mid 1 \mid 1] \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} K \\ 1 \\ 1 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cc} K & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} K+1 \\ K+2 \\ -1 \end{array} \right] = 0$$

$$= K^2 + K + K + 2 - 1 = K^2 + 2K + 1 = (K+1)^2$$

so $K = -1$ satisfies equation.

2014-1052

Q. 16 $\begin{bmatrix} 2 & 2 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ k \end{bmatrix} = 0$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2+4 \\ 4+3k \\ 6+k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 4+3k \\ 6+k \end{bmatrix}$$
$$= [12 + 2k(4+3k) + k(6+k)]$$
$$= [12 + 8 + 6k + 6k + k^2]$$
$$= k^2 + 12k + 20$$

$$k = -2, k = -10.$$

Q. 17. column-row expansion.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -9 & -3 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -5 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

20k-1053

$$Q.18 \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 9 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 13 & 16 & -2 \end{bmatrix}$$

$$Q.19. \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 15 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 30 & 36 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix}$$

Ques-105

Q. 20

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [2 \ -1] + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} [4 \ 0] +$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} [1 \ -1]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \ 0 \\ 2 \ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 \ 0 \\ -8 \ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \ -2 \\ 5 \ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 18 \ -2 \\ -1 \ -6 \end{bmatrix}$$