CMATH EDUCATION

TÊN BÀI HỌC

Tứ giác nội tiếp 3

Thời gian buổi học: 180 phút

Bài 1: Cho tam giác ABC đều, nội tiếp (O). Điểm M thuộc cung nhỏ BC. Điểm D thuộc AM sao cho MD=MB.
a) Chứng minh tam giác MBD đều.
b) Chứng minh: MA=MB+MC.
c) Gọi MA cắt BC tại I. Chứng minh: $AI.AM=AB^2$.
d) Chứng minh: $\frac{1}{MI}=\frac{1}{MB}+\frac{1}{MC}$.

Bài 2: Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại T. Kẻ TM, TN vuông góc với AB, AC tại M, N. Chứng minh: TO đi qua trung điểm MN.

Bài 3: Cho tam giác ABC nội tiếp (O), đường cao AH cắt (O) tại D. Điểm M thuộc cung nhỏ AC của (O). Kẻ ME, MF vuông góc với CA, AB tại E, F. Gọi MD cắt BC tại I. Chứng minh: EF đi qua trung điểm IM.

Bài 4: Cho ΔABC nội tiếp (O), $AB < AC$, có đường phân giác AD cắt (O) tại K.
a) Gọi AC cắt (ABD) tại L. Chứng minh: BL//CK.
b) Qua L kẻ vuông góc với BC, cắt (ABD) tại P. Chứng minh: B, P, O thẳng hàng.
c) Gọi AP cắt (O) tại Q. Chứng minh: $CQ \perp BK$.

Bài 5: Cho tam giác đều ABC nội tiếp (O). Điểm E thuộc cung nhỏ AC. Gọi AE cắt tiếp tuyến tại B, C của (O) tại P, Q. Gọi BQ cắt CP tại F.
a) Chứng minh: AC//BP.
b) Chứng minh: $\Delta BCP \sim \Delta CQB$.
c) Chứng minh BPEF nội tiếp.
d) Chứng minh EF đi qua trung điểm của BC.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi (O) tiếp xúc với AB, AC tại X, Y và cắt BC tại Z, T ($BZ< BT$). Kẻ $OH \perp AZ$ tại H.
a) Chứng minh: BXHZ nội tiếp.
b) Chứng minh CH chia đôi YZ.

Bài 7: Cho tam giác ABC nội tiếp (O), $AB < AC < BC$. Gọi M là điểm chính giữa cung CBA. Phân giác BD của tam giác ABC. Gọi (BDM) cắt AB tại K.
a) Gọi E đối xứng D qua K. Chứng minh EA là tiếp tuyến của (O).
b) Gọi (BKC) cắt AC tại N. Chứng minh NA=ND.

Bài 8: Cho tam giác ABC nhọn, $AB<AC$, nội tiếp (O). Điểm P di chuyển thuộc cung nhỏ AC. Đường tròn (O') ngoại tiếp tam giác AOP cắt PB, PC tại E, F.
a) Chứng minh: $\Delta AEF \sim \Delta ABC$.
b) Gọi I đối xứng với O' qua EF, T đối xứng với O qua BC. Chứng minh: $\Delta AEI \sim \Delta ABT$.
c) Chứng minh I thuộc một đường cố định khi P di chuyển.

Bài 9: Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi AH cắt (O) tại D. Gọi DE cắt (O) tại P. Gọi K, L đối xứng với H, F qua B.

a) Chứng minh: K, L, D, E, A đồng viên

b) Chứng minh: BP chia đôi EF.

Bài 10: Cho tam giác ABC nội tiếp (O), đường kính BC, đường cao AH. Gọi (I), (J) là đường tròn nội tiếp tam giác ABH, ACH.

a) Chứng minh: $\Delta HIA \sim \Delta HJC$.

b) Chứng minh: BIJC nội tiếp.

c) Điểm M, N thuộc (O) sao cho BM là tiếp xúc với (J), CN tiếp xúc với (I). Chứng minh: $AO \perp MN$.

Bài 11: Cho tam giác ABC nội tiếp (O), phân giác AD. Đường trung trực của AD cắt đường thẳng vuông góc với BC tại D ở K.

a) Chứng minh: (K;KD) tiếp xúc với (O).

b) Kẻ $DE \perp KB$. Gọi I là tâm nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh: B, C, I, E đồng viên.

Bài 12: Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Gọi (O1) là đường tròn đi qua A và tiếp xúc BC tại B. Gọi (O2) là đường tròn đi qua A và tiếp xúc BC tại C. Gọi (O1) cắt (O2) tại K

a) Gọi AK cắt BC tại M. Chứng minh: M là trung điểm BC.

b) Gọi BK, CK cắt (O) tại E, F. Gọi I là trung điểm EF. Gọi N là trung điểm IK. Chứng minh: $MN \perp EF$.

Bài 13: Cho (O) và (O') cắt nhau tại A, B. OB cắt (O') tại C. O'A cắt (O) tại D.

a) Chứng minh: ODO'B nội tiếp.

b) BD cắt (O') tại Y, CA cắt (O) tại X. Chứng minh: DY=CX

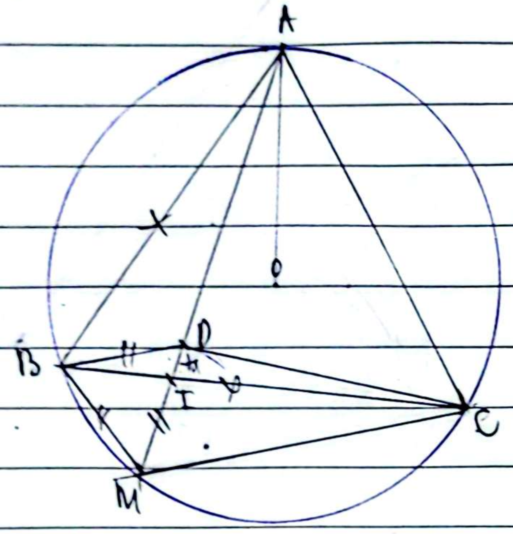
IBM FAC

FMC IBA

/

TEST 3:

1/



a/ $\widehat{BMD} = \widehat{BCA} = 60^\circ$; $MB = MD \rightarrow \Delta MBD$ đều

b/ $MA = MD + DA = MB + DA$

Xét ΔABD và ΔCBM: $\begin{cases} AB = BC \\ BM = BD \\ \widehat{ABM} = \widehat{ADM} - 60^\circ \\ \widehat{ABD} = \widehat{CBM} \end{cases}$

$\rightarrow \Delta ABD = \Delta CBM$ (c.g.c)

$\rightarrow DA = MC$

$\rightarrow MA = MB + MC$

c/ Xét ΔAIB và ΔABM: $\begin{cases} \widehat{BAI} \text{ chung} \\ \widehat{AMB} = \widehat{ACB} \\ \widehat{AMB} = \widehat{ABI} = 60^\circ \end{cases}$

$\rightarrow$ (g.g) $\rightarrow AB^2 = AI \cdot AM$

d/ cần clm $\frac{MC}{MI} + \frac{MA}{MB} = 1$ $\frac{MI}{MB} + \frac{MI}{MC} = 1$

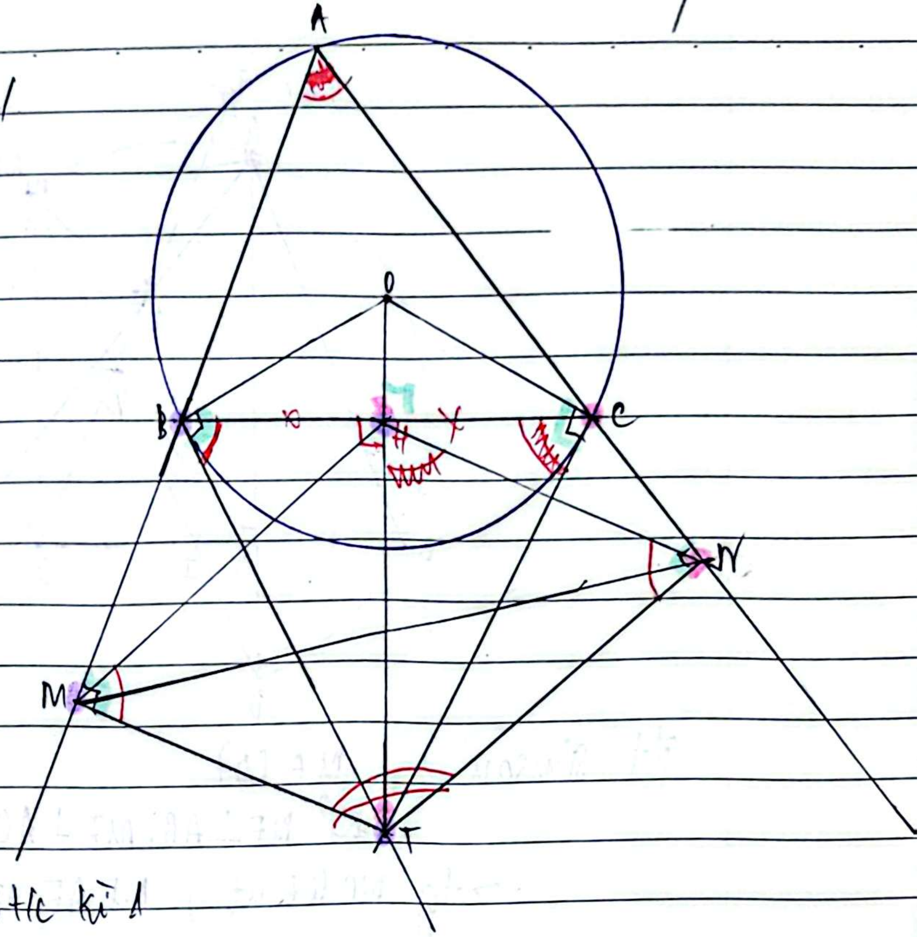
~~CMTT c $\rightarrow AC^2 = AI \cdot AM$~~

$\Delta IBM \backsim \Delta IAC \rightarrow \frac{MI}{MB} = \frac{CI}{CA} = \frac{CI}{BC}$

$\Delta IMC \backsim \Delta IBA \rightarrow \frac{MI}{MC} = \frac{BI}{BA} = \frac{BI}{BC}$

1

2/



pt t² → btc kì 1
→ tgnt ; góc t² - dc

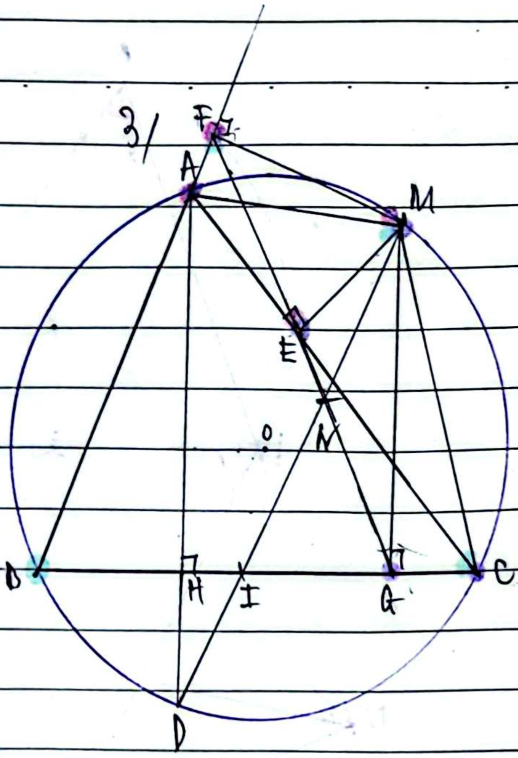
tg AMTN nt ($\hat{M}$; $\hat{N}$ ⊥) ; BHTM ; THCN ; AMTN nt

tg BHTM: ~~BHMA~~ $\widehat{HMT} = \widehat{HBT}$ (1)
(O) : $\widehat{HBT} = \widehat{BAC}$ (t² - dc) (3)
tg HCNT: ~~HNC~~ $\widehat{HNT} = \widehat{HCT}$ (2)
(1) ; (2) ; bh $\widehat{HCT} = \widehat{HBT}$
→ $\widehat{HMT} = \widehat{HNT}$

(3) Kh AMTN là tgnt → $\widehat{HMT} + \widehat{MTN} = 180°$
→ $\widehat{MTN} = 180° - \widehat{HMT}$
→ mà $\widehat{MHN} = 360° - \widehat{HNT} - \widehat{NTM} - \widehat{HMT}$
$= 180° - \widehat{HMT}$
$\widehat{HMT} = \widehat{HNT}$ → $\widehat{MHN} = \widehat{MTN}$
tg MHNT: có 2 cặp góc đối = nhau
→ là hbh → OT cắt MN tại td

1

3/



đt simson: $M \in (O)$

Kẻ $MF \perp AB$; $ME \perp AC$; $MG \perp BC$

→ tg MCGE nt; MFAE nt; AMCB nt

tg FMEA: $\widehat{MEF} = \widehat{MAF} = \widehat{MCB}$

tg MEGC: $\widehat{MEG} = 180^\circ - \widehat{MCG} = \widehat{MAB}$

tg AMCB: $\widehat{MCB} + \widehat{MAB} = 180^\circ$ → F; A; E; G

Gọi $MD \cap FG = \{N\}$

Có tg EGCM nt: $\widehat{EGM} = \widehat{ECM}$

AD // MG: $\widehat{NMG} = \widehat{NDA} = \widehat{MDA} = \widehat{MCA}$
$= \widehat{MCE}$

→ $\widehat{EGM} = \widehat{NMG}$

→ $NG = NM$

Δ IMG vg G: $NG = NM$

→ N tđ IM

4/

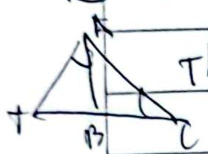
4 mục đích đánh dấu góc:

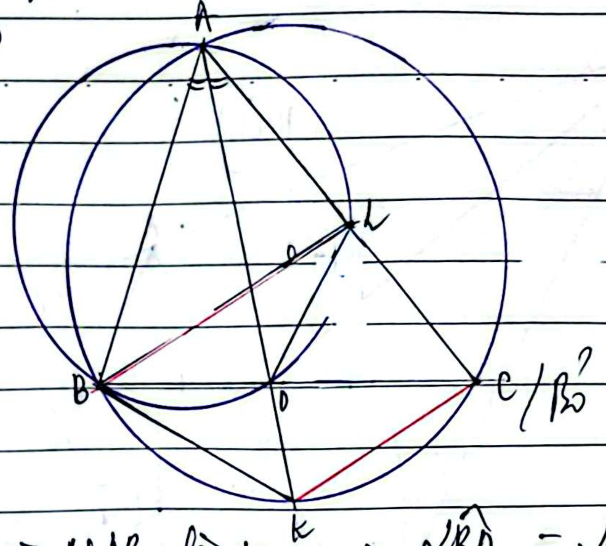
+/ 2 góc = nhau → tgnt

+/ → Δ ∼

+/ → //

$TA^2 = TB.TC$



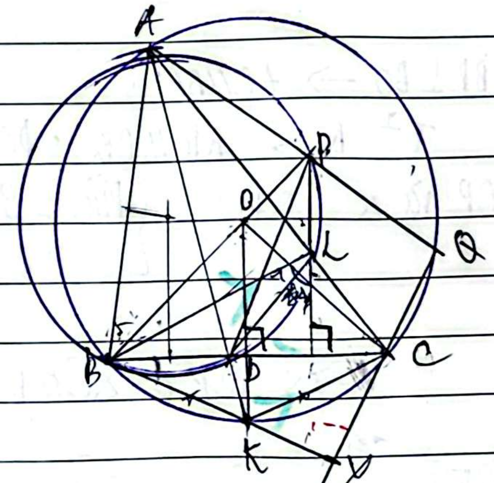


a/ L ∈ (ABD) → ALDB là tgnt → $\widehat{LBD} = \widehat{LAD} = \frac{\hat{A}}{2}$

$\widehat{KCB} = \frac{\hat{A}}{2}$

→ $\widehat{LBD} = \widehat{KCB}$ → LB // KC

b/



tg ~~ALDB nt~~ ~~$\widehat{OBC} = 90° - \hat{A}$~~ $\widehat{BAC}$ $\widehat{PBA} = \widehat{PLA} = 90° - \hat{C}$

$\widehat{OBA} = 90° - \hat{C}$

~~$\widehat{PBC} = \widehat{BAD}$~~

→ $\widehat{PBA} = \widehat{OBA}$

→ B, O, P

c/ $\widehat{XBC} = \widehat{KCB} = \widehat{LBC}$ (BP // KC)

$\widehat{XCB} = \widehat{BAQ}$ (gn tg BAQC nt) $= \hat{A_1}$ (gn tg BAPL nt)

Mà → $\widehat{LBC} + \hat{A_1} = 90°$

→ $\widehat{XBC} + \widehat{XCB} = 90°$ → X vg

CRABIT

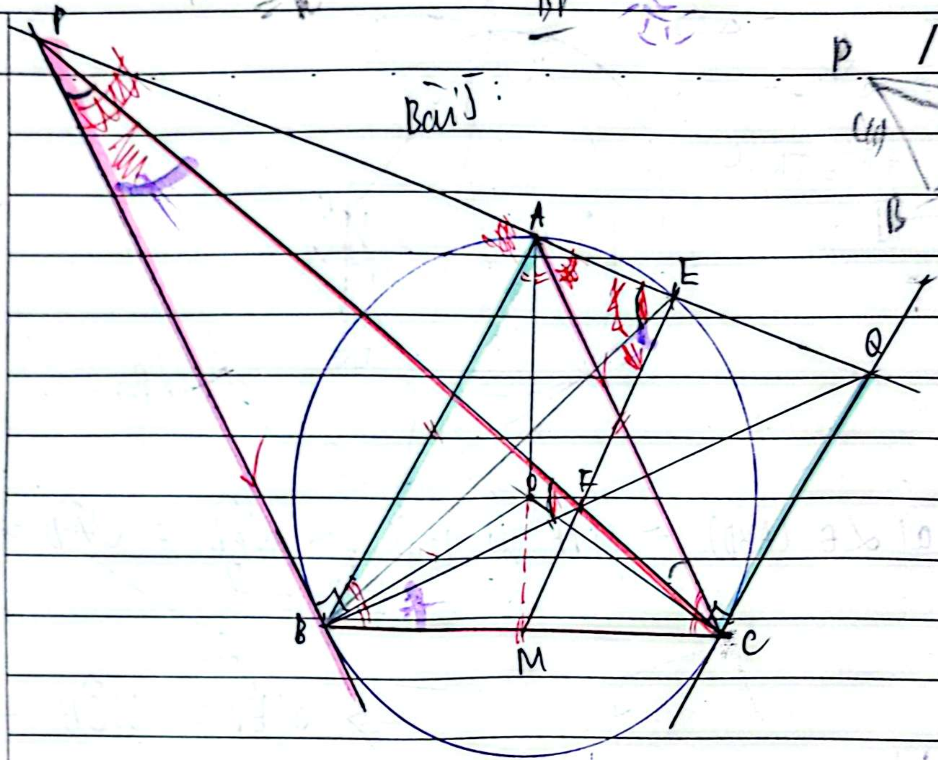
$\frac{PB}{BC} = \frac{BC}{CQ}$ BCP: BC : cạnh △ đều
CP :
BP : //

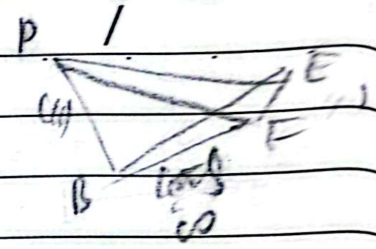
PB . CQ = BC^2

CQB: BC = cạnh △ đều
BQ :
CQ : //

BP

Bài 3:





a/ AC ; BP ⊥ BO → AC // BP

b/ T² a → AB // CQ . Để cm △ PBA ∽ △ ACQ → PB.CQ

△BCP và △ CQB : $\begin{cases} \widehat{PBC} = 90° + \widehat{OBC} = 120° = \widehat{BCQ} \\ PB.CQ = \cancel{BC^2} = BA . AC = BC^2 \end{cases}$

→ △ BCP ∽ △CQB (c.g.c)

c/ $\underbrace{\widehat{PFB} = \widehat{FCB} + \widehat{FBC}}_{\text{giao 2 đt}}$ $= \underbrace{\widehat{ACB} = \widehat{AEB}}_{\text{cạnh t/c } \in \Delta \backsim}$

→ Aʹ + góc dùng gn

→ dùng góc thẳp của ∽

d/