בס"ד

# דף נוסחאות בקורס חשבון אינפיניטיסימלי להנדסה2

## אינטגרלים מיידים

1. $\int 0\,dx = C$

2. $\int 1\,dx = x + C$

3. $\int x^{\alpha}\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \qquad \alpha \neq -1$

4. $\int x^{-1}\,dx = \ln|x| + C$

5. $\int e^{x}\,dx = e^{x} + C$

6. $\int a^{x}\,dx = \frac{a^{x}}{\ln a} + C \qquad 0 < a \neq 1$

7. $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$

8. $\int \cos x\,dx = \sin x + C$

9. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \tan x + C$

10. $\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\cot x + C$

11. $\int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \arctan x + C$

12. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C$

13. $\int \cosh x\,dx = \sinh x + C$

14. $\int \sinh x\,dx = \cosh x + C$

15. $\int \frac{1}{\sin x}\,dx = \ln|\tan(x/2)| + C$

16. $\int \frac{1}{\cosh^2 x}\,dx = \tanh x + C$

## טורי מקלורן של פונקציות בסיסיות

| | |
|---|---|
| 1 | $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \ldots$ |
| 2 | $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$ |
| 3 | $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots$ |
| 4 | $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + \ldots$ |
| 5 | $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$ |
| 6 | $\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots$ |

## מינימום\מקסימום של פונקציה

$$\Delta = f_{xx}'' f_{yy}'' - \left(f_{xy}''\right)^2 \quad (x,y)=(a,b) <== \begin{cases} f_x'(x,y)=0 \\ f_y'(x,y)=0 \end{cases}$$

$f_{xx}''>0\ ,\ \Delta>0$ - מינימום

$f_{xx}''<0\ ,\ \Delta>0$ - מקסימום

$\Delta<0$ - אוכף

## החלפת משתנים

הקשר בין **הקואורדינטות הקוטביות** (פולריות)$[r,\theta]$ והקואורדינטות הקרטזיות$(x,y)$של נקודה במישור: $y=r\sin\theta\ ,\ x=r\cos\theta$ כאשר $r\geq 0$ ו $0\leq\theta<2\pi$.

היעקוביאן = r

הקשר בין **הקואורדינטות הגליליות** $(r,\theta,z)$ והקואורדינטות הקרטזיות$(x,y,z)$ של נקודה במרחב:

$x=r\cos\theta\ ,\quad y=r\sin\theta,\quad z=z$ כאשר $r\geq 0$ ו $0\leq\theta<2\pi$.

היעקוביאן = r

הקשר בין **הקואורדינטות הכדוריות**$(\rho,\theta,\varphi)$ והקואורדינטות הקרטזיות $(x, y, z)$ של נקודה במרחב:

$$x=\rho\sin\varphi\cos\theta\ ,\quad y=\rho\sin\varphi\sin\theta,\quad z=\rho\cos\varphi$$

$$\rho\geq 0,\quad 0\leq\theta\leq 2\pi,\quad 0\leq\varphi\leq\pi$$

היעקוביאן = $\rho^2\sin\varphi$

## אינטגרל כפול

$$\iint_D F(x,y)dxdy = \iint_{D^*} G(u,v)\left|\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right| dudv$$

## אינטגרל משולש

$$\iiint_D F(x,y,z)dxdydz = \iiint_{D^*} G(u,v,w)\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}\right| dudvdw$$

## אינטגרל קווי

אינטגרל קווי של פונקציה סקלרית, במישור :

$$\int_C f(x,y)ds = \int_a^b f\big(x(t),y(t)\big)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt = \int_a^b f\big(x(t),y(t)\big)\|r'(t)\|dt$$

אינטגרל קווי של פונקציה סקלרית, במרחב :

$$\int_C f(x,y,z)ds = \int_a^b f\big(x(t),y(t),z(t)\big)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,dt = \int_a^b f\big(x(t),y(t),z(t)\big)\|r'(t)\|dt$$

אינטגרל קווי של פונקציה וקטורית, במישור :

$$\int_C F\cdot dr = \int_C F(r(t))\cdot r'(t)dt = \int_C Pdx+Qdy = \int_a^b \big(Px'+Qy'\big)dt$$

אינטגרל קווי של פונקציה וקטורית, במרחב :

$$\int_C F\cdot dr = \int_C F(r(t))\cdot r'(t)dt = \int_C Pdx+Qdy+Rdz = \int_a^b \big(Px'+Qy'+Rz'\big)dt$$

## אינטגרל משטחי

אינטגרל משטחי של פונקציה סקלרית :

$$\iint_\sigma f(x,y,z)dS = \iint_R f\big(x,y,g(x,y)\big)\sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2+1} = \iint_R f\big(x(u,v),y(u,v),z(u,v)\big)\left\|\frac{\partial r}{\partial u}\times\frac{\partial r}{\partial v}\right\|dA$$

אינטגרל משטחי של פונקציה וקטורית :

$$\iint_\sigma F(x,y,z)\cdot \mathbf{n}\,dS = \iint_R F\big(x(u,v),y(u,v),z(u,v)\big)\cdot\left(\frac{\partial r}{\partial u}\times\frac{\partial r}{\partial v}\right)dA$$

## משפט גרין :

$$\int_L P(x,y)dx+Q(x,y)dy = \iint_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$$

**משפט סטוקס :** $;\int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \iint_\sigma (\text{curl }\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$

**משפט דיוורגנס :** $\oiint_S \mathbf{F}\left(\vec{r}\right)\cdot\vec{n}\,d\sigma = \iiint_V (div\mathbf{F})dxdydz$