

V602

Röntgenemission und -absorption

Tahir Kamcili
tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß
marina.andress@udo.edu

Durchführung: 27.04.2021

Abgabe: 04.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	5
3.1	Überprüfung der Bragg Bedingung	5
3.2	Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgen-Röhre	5
3.3	Absorptionsspektren	5
4	Vorbereitung	6
5	Auswertung	7
5.1	Bragg Bedingung	7
5.2	Emissionsspektrum	7
5.3	Das Absorptionsspektrum	9
5.4	Bestimmung der Rydbergkonstante	13
6	Diskussion	14

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre und verschiedenen Absorptionsspektren zu untersuchen.

2 Theorie

Röntgenstrahlung ist elektromagnetische Strahlung im Bereich von 10eV bis 200keV. Um diese zu erzeugen wird in einer Röhre, in welcher ein Vakuum vorherrscht, durch einen Draht mithilfe des Glühelektrischen Effektes freie Elektronen erzeugt und auf eine Anode hin beschleunigt. Beim Einschlag entsteht Röntgenstrahlung, die durch die charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials und dem kontinuierlichen Bremspektrum, welches beim Abbremsen des Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns entsteht. Dabei setzt sich die Bremsstrahlung nicht nur aus der kinetische Energie des Elektrons zusammen, sondern auch teilweise der Eigenenergie von diesem. Diese wird dann, durch das Einfangen an der Anode in Form eines Photons, abgegeben. So lässt sich die resultierende minimale Wellenlänge, bzw. die maximal frei werdende Energie, beschreiben als

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e_0 U}, \quad (1)$$

mit h als das Plancksche Wirkungsquantum, c der Lichtgeschwindigkeit und U die anliegende Spannung zwischen Anode und dem Draht (auch Kathode genannt). Weil aber die kinetische Energie des Elektronen nicht immer vollständig in Röntgenstrahlung umgewandelt wird, handelt es sich bei der Bremsstrahlung um ein kontinuierliches Spektrum. Dieses ist jedoch, wie aus Gleichung 1 klar wird, durch die anliegende Spannung U begrenzt.

Da, wie bereits erwähnt nicht nur die Röntgenstrahlung nicht nur aus dem kontinuierlichen Bremspektrum, sondern auch aus dem charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials zusammensetzt. Diese wird bei der Ionisierung des Atoms durch das Elektron erzeugt. Da durch die Ionisierung des Atoms eine Lücke in einer energetisch günstigeren Lage entsteht, rückt ein Elektron aus einem erhöhten Energiezustand, unter der Emission eines Photons, nach. Da die einzelnen Energiewerte die das Elektron annehmen kann diskret sind ist die charakteristischen Röntgenstrahlung auch eine aus diskreten Frequenzen, welche sich beschreiben lassen können als

$$hf = E_m - E_n, \quad (2)$$

wo E den Energiezustand bezeichnet und das Indeze, der wievielte Energiezustand ist. Konvention ist es auch die im Röntgenspektrum entstehenden Linien durch eine Kombination aus griechischen und lateinischen Buchstaben zu beschreiben. Der lateinische Buchstabe bezeichnet den Energiezustand auf dem der Übergang endet und der griechische von wo der Übergang begonnen hat. Ein Beispiel für so eine Bezeichnung einer Linie wäre die K_α Linie. Die Bindungsenergie eines Elektrons kann dabei allgemeine durch die Formel

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

angegeben werden. Hierbei ist $R_\infty = 13.6\text{eV}$ die Rydbergenergie und $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ die effektive Kernladung mit der für das jeweilige Elektron im Atom charakteristischen Abschirmkonstante σ . Diese ist empirisch bestimmbar.

Da die äußeren Elektronen nicht alle dieselbe Bindungsenergie, aufgrund unterschiedlicher Bahndrehimpulse und Elektronenspins besitzen, kann jede charakteristische Linie in eine Reihe von eng beieinander liegenden Linien aufgelöst werden. Dies wird die Feinstruktur genannt.

Diese kann über die Sommerfeldschen Feinstrukturformel

$$E_{n,j} = -R_\infty \left[(z - \sigma_{n,l})^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 (z - s_{n,l})^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right] \quad (4)$$

berechnen werden, mit j der Gesamtdrehimpuls des Elektrons und α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.

Werden Röntgenstrahlen unter einem 1 MeV treten hauptsächlich Effekte aus die auf welche aus dem Comptoneffekt und dem Photoeffekt resultieren. Die Fähigkeit eines Materials Röntgenstrahlung zu absorbieren wird durch den Absorptionskoeffizienten beschrieben. Dieser nimmt mit sinkender Wellenlänge ab und steigt plötzlich an, wenn die Energie der Strahlung gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons in dem nächsten Energiezustand. Diese Fälle können durch Absorptionskanten der Form

$$\lambda_{\text{abs}} = \frac{hc}{E_n} - E_\infty \quad (5)$$

beschrieben werden. Dabei ist $E_n - E_\infty$ die Bindungsenergie des Elektrons. Für Elektronen aus dem K-Energiezustand, also $n = 1$, lässt sich die Abschirmkonstante σ_K mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel berechnen als

$$\sigma_K = Z - \left(\frac{E_\alpha}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4} \right)^{0.5} \quad (6)$$

Um im Versuch auch die Abschirmkonstante σ_L an der L-Kante zu berechnen, wird um die Berechnung zu vereinfachen die Energiedifferenz zwischen zwei L-Kanten bestimmt als ΔE_L . Da jedoch im Versuch die L_I und L_{II} nicht bestimmt werden können lässt sich die Abschirmkonstante σ_L berechnen als

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{0.5} \quad (7)$$

Dabei ist Z die Ordnungszahl und $\Delta E_L = E_{L, II} - E_{L, III}$ die Energiedifferenz zwischen den beiden L-Kanten.

Die Energie der Röntgenstrahlen kann aber auch experimentell durch die Bragg'sche Reflexion untersucht werden. Dabei fällt die Röntgenstrahlen in einen Kristall mit der Gitterkonstante d und wird an jedem einzelnen Atom gebeugt. Dadurch kommt es zu Interferenz der Strahlen und man erhält nur um Winkel Θ , auch Glanzwinkel genannt, konstruktive Interferenz. Durch diese Überlegung kann die Bragg'schen Bedingung

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (8)$$

geschlussfolgert werden. Dabei beschreibt n die Ordnung des Maximums.

3 Durchführung

Das Experiment ist aufgebaut durch eine Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall und einem Geiger-Müller-Zählrohr. Diese sind in einem Gehäuse verbaut. Der LiF-Kristall kann sich um sich selbst rotieren. Auf einer Kreisbahn um den Kristall kann das Geiger-Müller-Zählrohr bewegt werden. Der Aufbau ist in der Abbildung 1 dargestellt.

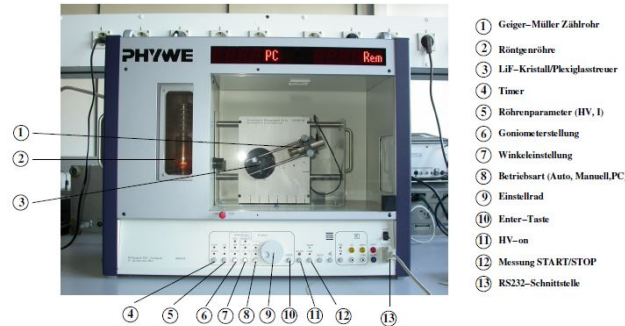


Abbildung 1: Aufbau zur Untersuchung der Röntgenstrahlung

Die Steuerung der einzelnen Elemente kann Wahlweise per Hand oder Computer erfolgen, jedoch ist es sinnvoll die unterschiedlichen Spektren mit dem Computer aufzunehmen. Die Beschleunigungsspannung und der Emmissionsstrom werden bei allen Messungen auf $U = 35 \text{ kV}$ und $I = 1 \text{ mA}$ eigestellt.

3.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Um die Bragg Bedingung zu Überprüfung wird zunächst der Kristall auf einen festen Winkel 14° eingestellt. Dann wird das Geiger-Müller-Zählrohr fährt dann einen Winkelbereich von von 26° und 30° in $0,1^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von 5 s pro Winkel ab.

3.2 Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgen-Röhre

Um das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgen-Röhre zu untersuchen wird im Programm der 2:1 Koppelmodus gewählt und das Röntgenspektrum im Bereich von 4° bis 26° untersucht. Jedoch wurde diesmal in $0,2^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von 5 s gemessen. Zusätzlich wird ein ein Detailspektrum der K_α und K_β -Linie gemessen. Die Einstellungen bezüglich der Messgeschwindigkeiten sind die selben wie bei der Überprüfung der Bragg Bedingung.

3.3 Absorptionsspektren

Nun wird um die Absorptionsspektren zu untersuchen ein Zinkabsorber vor das Geiger-Müller-Zählrohr gesetzt und das Absorptionsspektrum in $0,1^\circ$ -Schritten gemessen. Diesmal

ist jedoch die Messzeit pro Winkel 20 s. Zusätzlich wird diese Messung für vier weitere Absorber mit Kernladungszahlen im Bereich von $30 \leq Z \leq 50$ wiederholt.

4 Vorbereitung

Als Vorbereitung zu dem Versuch sollten der Glanzwinkel zu verschiedenen Elementen ermittelt werden. Diesen kann man mit der Gleichung 8, den gegebenen Literaturwerten der K-Kante E_K^{Lit} [??] und der Gitterkonstante $d = 201,4 \text{ pm}$ berechnet werden mit

$$\theta_{\text{glanz}} = \arcsin \left(\frac{h \cdot c}{E \cdot 2d} \right). \quad (9)$$

Daraus folgen die Werte die in der Tabelle 1 aufgeführt sind.

Tabelle 1: Literaturwerte und daraus errechnete Größen verschiedener Elemente

	Z	$E_K^{\text{Lit}} / \text{keV}$	$\theta_{\text{glanz}}^{\text{Lit}} / ^\circ$	σ_k
Zn	30	9,65	18.60042993	3,56
Ge	32	11,10	16.09910447	3,68
Br	35	13,47	13.20934876	3,85
Rb	37	15,2	11.68329037	3,95
Sr	38	16,10	11.02175704	4,01
Zr	40	17,99	9.851577763	4,11

Zusätzlich dazu sollten die Energien bei denen die $\text{Cu-}K_\alpha$ und $\text{Cu-}K_\beta$ erwartet werden ermittelt werden. Diese liegen bei $E_{K_\alpha} = 8,046 \text{ keV}$ und $E_{K_\beta} = 8,904 \text{ keV}$. Dazu lässt sich ebenfalls der Glanzwinkel jeweils bestimmen zu $\theta_{K_\alpha} = 22,49^\circ$ und $\theta_{K_\beta} = 20,22^\circ$.

5 Auswertung

5.1 Bragg Bedingung

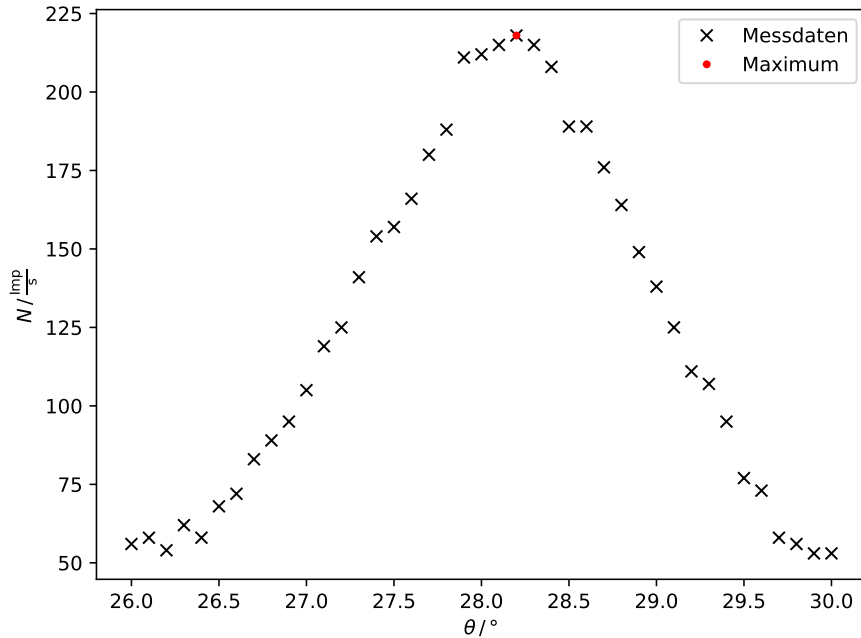


Abbildung 2: N gegen θ aufgetragen.

Aus (2) wird ein Maximum bei einem Winkel von $\theta = 28.2^\circ$ ermittelt. Daraus lässt sich die absolute und relative Abweichung vom Sollwinkel bestimmen.

$$\Delta\theta_{\text{abs}} = 0.2^\circ$$
$$\Delta\theta_{\text{rel}} = 0.0071 = 0.7\%$$

5.2 Emissionsspektrum

Aus den Messdaten lässt sich das Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre in (3) graphisch darstellen.

Zu erkennen sind die ermittelten Peaks, die die K_α und K_β Linie darstellen, sowie der rot markierte Bremsberg.

Die maximale Energie E_{max} und die minimale Wellenlänge lassen sich aus der Beschleunigungsspannung $U=35 \text{ kV}$ bestimmen. Mit (xx) ergibt sich für den Grenzwinkel dann:

$$\begin{aligned}
E_{\max} &= 35 \text{ keV} \\
\lambda_{\min} &= 354.241 \text{ nm} \\
\theta_{\text{Grenz}} &= 5.045^\circ
\end{aligned}$$

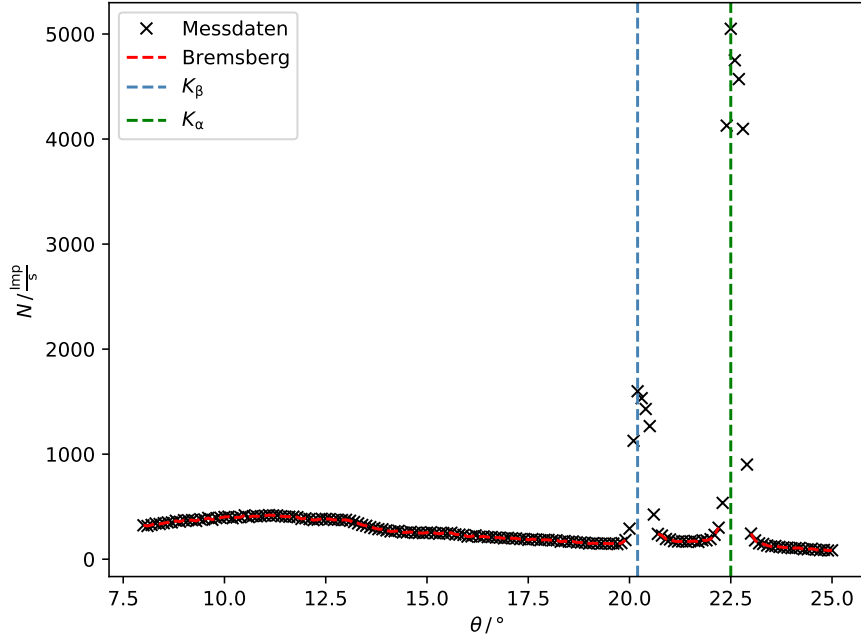


Abbildung 3: Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre.

Das Detailspektrum um die Peaks ist in (4) dargestellt, wobei der grüne Bereich die Full Width at Half Maximum markiert.

Hieraus lässt sich ΔE_{FWHM} bestimmen und daraus das Auflösungsvermögen A mit

$$A = \frac{E_{\max}}{\Delta E_{\text{FWHM}}}$$

für die K_α und K_β Linie berechnen. So ergibt sich:

$\theta_\alpha = 20.2^\circ$	$\theta_\beta = 22.5^\circ$
$E_\alpha = 8.0434 \text{ keV}$	$E_\beta = 8.9142 \text{ keV}$
$\Delta E_{\text{FWHM}\alpha} = 165.63 \text{ V}$	$\Delta E_{\text{FWHM}\beta} = 205.58 \text{ V}$
$A_\alpha = 48.56$	$A_\beta = 43.36$

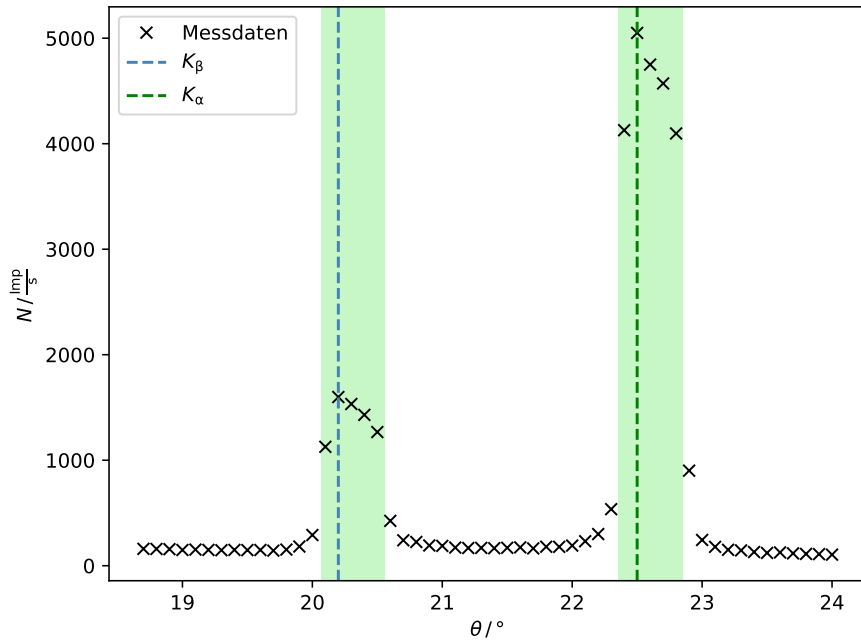


Abbildung 4: Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre mit der FWHM.

Mithilfe der aus der Literatur entnommenen Absorptionsenergie $E_{K,abs} = 8980.476 \text{ eV}$ können die Abschirmkonstanten für Kupfer mit den Formeln

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= Z - \sqrt{\frac{E_{Kabs}}{R_y}} \\ \sigma_2 &= Z - \sqrt{\frac{m^2}{n^2}(Z - \sigma_1)^2 - \frac{m^2}{R_\infty}E_{K\alpha}} \\ \sigma_3 &= Z - \sqrt{\frac{l^2}{n^2}(Z - \sigma_1)^2 - \frac{l^2}{R_\infty}E_{K\beta}}\end{aligned}$$

bestimmt werden. Mit $n=1$, $m=2$ und $l=3$ ergeben sie sich zu:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 3.3031^\circ \\ \sigma_2 &= 12.3981^\circ \\ \sigma_3 &= 22.3776^\circ\end{aligned}$$

5.3 Das Absorptionsspektrum

Im Folgenden sind die K-Kanten von Zink, Gallium, Brom, Rubidium und Strontium aufgetragen.

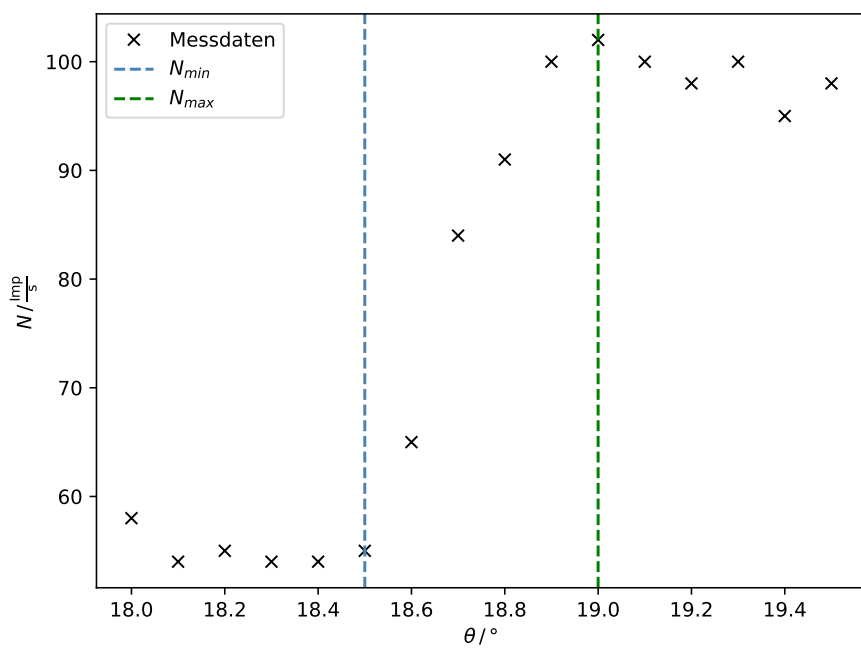


Abbildung 5: Absorptionsspektrum eines Zinkabsorbers.

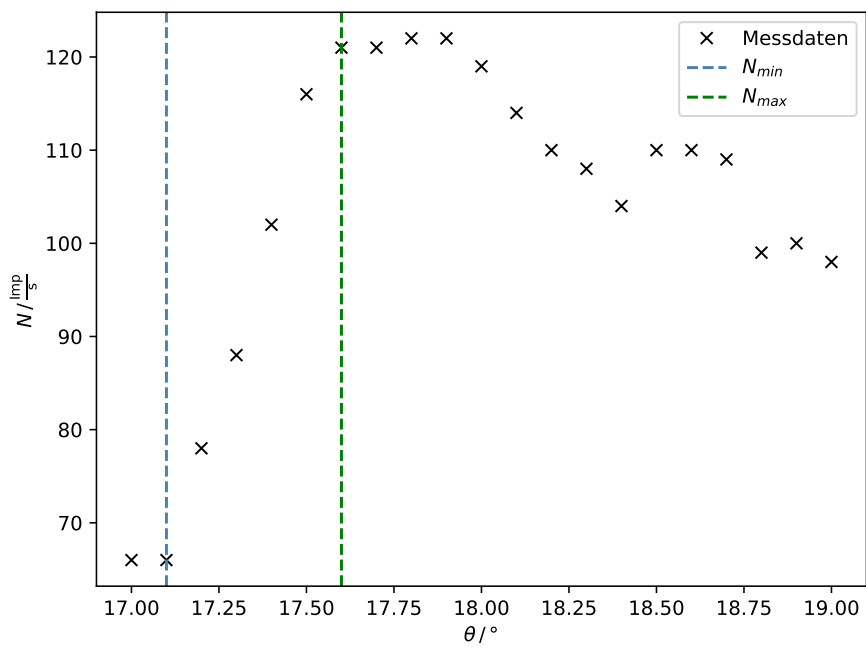


Abbildung 6: Absorptionsspektrum eines Galliumabsorbers.

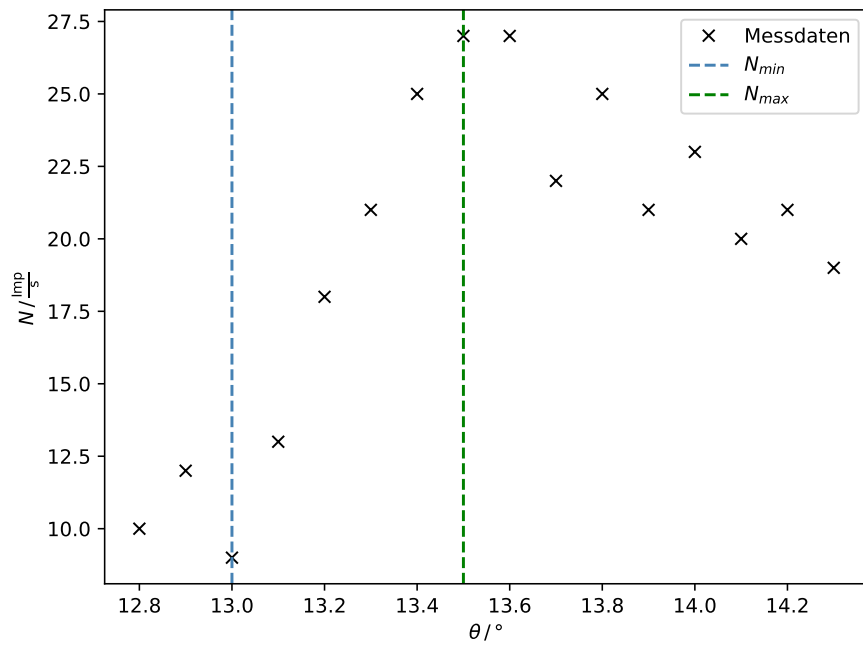


Abbildung 7: Absorptionsspektrum eines Bromabsorbers.

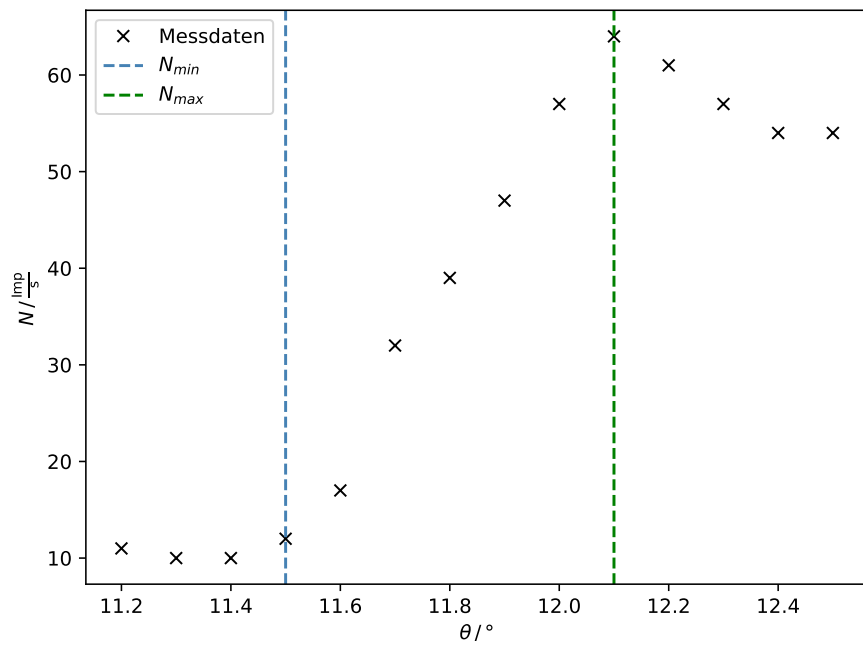


Abbildung 8: Absorptionsspektrum eines Rubidiumabsorbers.

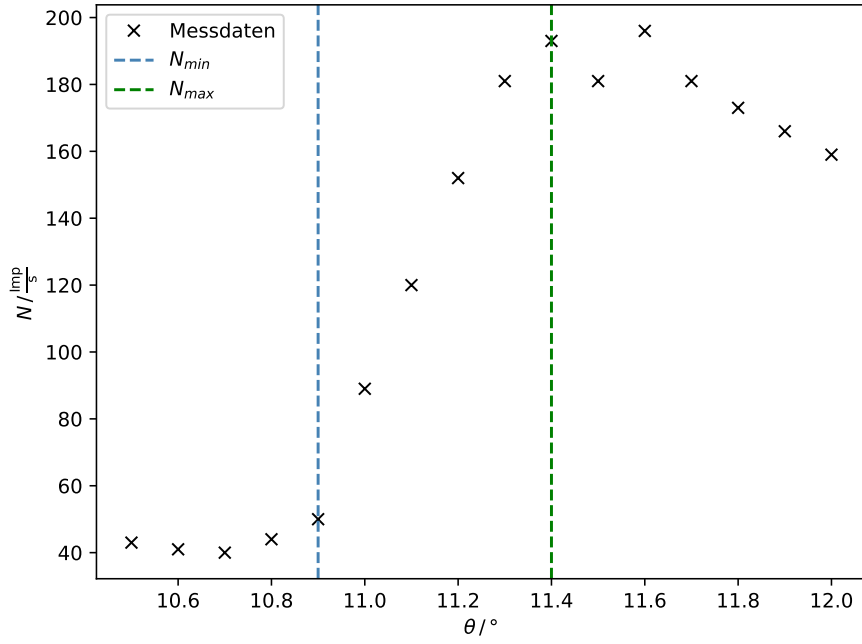


Abbildung 9: Absorptionsspektrum eines Strontiumabsorbers.

Aus den gemessenen K-Kanten lassen sich die Bragg-Winkel θ_K sowie die Energieübergänge bestimmen, woraus sich die Abschirmzahlen σ_K bestimmen lassen.

Tabelle 2: Messwerte der Energieübergänge E_K , Bragg-Winkel θ_K und Abschirmzahlen σ_K

	Z	E_K / keV	$\theta_K / ^\circ$	σ_K
Zn	30	9.6005	18.7	3.6345
Ga	31	10.3508	17.3	3.6359
Br	35	13.4795	13.2	3.8365
Rb	37	15.0519	11.8	4.1091
Sr	38	15.9881	11.1	4.1203

Die Abweichungen zu den Literaturwerten für die Werte für Zink betragen somit:

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{\text{abs}} &= 49.4578 \text{ keV} & \Delta E_{\text{rel}} &= 5.13\% \\
 \Delta \theta_{\text{abs}} &= 0.0996^\circ & \Delta \sigma_{\text{rel}} &= 0.54\% \\
 \Delta \sigma_{\text{abs}} &= 0.0745 & \Delta \sigma_{\text{rel}} &= 2.09\%
 \end{aligned}$$

5.4 Bestimmung der Rydbergkonstante

Aus der Beziehung $E_K \sim Z^2$ nach Moseley kann die Rydbergenergie aus der Steigung des $\sqrt{E_K} - Z$ Diagramms aus (10) bestimmt werden.

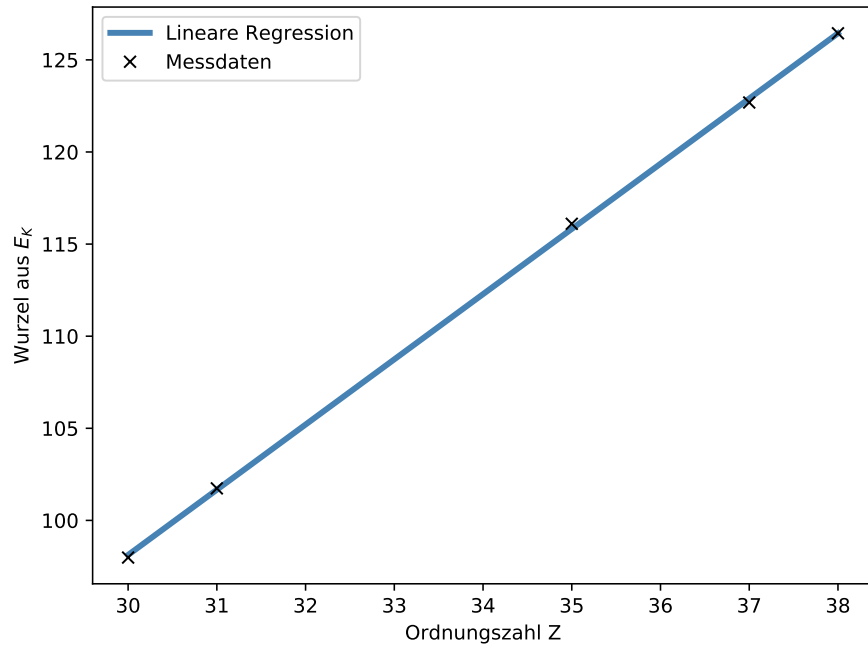


Abbildung 10: $\sqrt{E_K} - Z$ Diagramm.

Aus der Linearen Regression ergibt sich die Ausgleichsgerade

$$g = 3.5394 x - 8.0559.$$

Aus dem Quadrat der Steigung wird nun die Rydbergenergie zu

$$R_\infty = 12.5271 \text{ eV}$$

bestimmt. Daraus kann nun die Rydbergkonstante R_y mit

$$R_y = \frac{R_\infty}{hc}$$

zu

$$R_y = 10103826.71 \frac{1}{\text{m}}.$$

bestimmt werden.

6 Diskussion

Da wir den Versuch nicht selbst durchgeführt, sondern lediglich die Anleitung und die Messdaten bekommen haben, können möglich Fehlerquellen während der Durchführung schwer einschätzen. Jedoch ist eine mögliche Fehlerquelle das bei der Messung die Tür des Gehäuses nicht richtig geschlossen war, wodurch Fehler entstehen können.

Eine weitere Fehlerquelle kann in der Abschätzung zur Berechnung der Abschirmkonstante σ_L liegen, da für die Berechnung dieser die L_I - Kante, aufgrund der fehlenden Auflösung, nicht in die Berechnung mit eingeflossen ist.