Mittelwert

Sind $x_1, ..., x_N$ N Einzelmeßwerte (Stichprobe) einer physikalischen Größe, dann ist der Mittelwert und die Standardabweichung gegeben durch:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k$$

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N\,(N-1)} \sum_{k=1}^{N} (x_k - \bar{x})^2} = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2}$$

Fehlerfortpflanzung nach Gauß

Sind $x, y, .., z$ unabhängige Meßgrößen mit den Meßunsicherheiten $\Delta x, \Delta y, ..., \Delta z$, dann läßt sich die Meßunsicherheit der abgeleiteten Größe $f(x, y, .., z)$ berechnen durch:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + ... + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 (\Delta z)^2}$$

Für die häufig auftretenen Summen und Produkte zweier Meßgrößen gelten folgende Regeln:

$$F(x,y) = x \pm y \quad \longrightarrow \quad \Delta F = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$F(x,y) = x \cdot y \quad \longrightarrow \quad \frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

$$F(x,y) = \frac{x}{y} \quad \longrightarrow \quad \frac{\Delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

$$F(x,n) = x^n \quad \longrightarrow \quad \frac{\Delta F}{F} = n \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

Lineare Regression

Sind $(x_1, y_1 \pm \sigma), (x_2, y_2 \pm \sigma), ..., (x_N, y_N \pm \sigma)$ linear abhängige Meßgrößen, dann lassen sich die Steigung m und der Achsenabschnitt b der Geradengleichung $y = m \cdot x + b$ berechnen durch:

$$\hat{m} = \frac{\overline{x\,y} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \qquad \sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{N(\overline{x^2} - \overline{x}^2)}$$

$$\hat{b} = \overline{y} - \hat{m}\,\overline{x} \qquad \sigma_m^2 = \frac{\sigma^2 \overline{x^2}}{N(\overline{x^2} - \overline{x}^2)}$$