

D206

## **Wärmepumpe**

Tahir Kamcili  
tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß  
marina.andress@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: 03.11.2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
2.1	Bestimmung der realen Güteziffer . . . . .	3
2.2	Bestimmung des Massendurchsatzes . . . . .	4
2.3	Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{mech}}$ . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Messwerte</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
6.1	Aufgabenteil a) . . . . .	11
6.2	Aufgabenteil b) . . . . .	12
6.3	Aufgabenteil c) . . . . .	12
6.4	Aufgabenteil d) . . . . .	13
6.5	Aufgabenteil e) . . . . .	13
6.6	Aufgabenteil f) . . . . .	14
<b>7</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>

# 1 Zielsetzung

Mit dem Versuch „Wärmepumpe“ soll die Funktionsweise einer Wärmepumpe verstanden und zudem soll eine Aussage über die Gütezahl und den Massendurchsatz, sowie den Wirkungsgrad des Kompressors getroffen werden.

## 2 Theoretische Grundlage

Beobachtungen und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik zeigen, dass der Wärmefluss zwischen zwei gekoppelten Medien (z.B. durch ein Transportmedium), unterschiedlicher Temperatur, immer vom wärmeren zum kälteren zeigt.

Es ist jedoch möglich diesen Wärmefluss umzudrehen. Dafür muss jedoch zusätzliche Energie aufgebracht werden zum Beispiel in Form von mechanischer. Eine Vorrichtung die in der Lage ist dies zu tun ist eine sogenannte Wärmepumpe. Dazu nutzt es einen Kompressor und ein Transportmedium, sowie ein Ventil.

### 2.1 Bestimmung der realen Gütezahl

Das Verhältnis der transportierenden Wärmemenge und der dafür notwendigen Arbeit ( $A$ ) beschreibt die Größe der Gütezahl ( $v$ ) (unter idealisierten Bedingungen). Diese kann aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik hergeleitet werden:

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik besagt, dass Energien ineinander umwandelbar sind, aber nicht gebildet, bzw. vernichtet werden können. Dies bedeutet im Kontext der Wärmepumpe, dass

$$Q_1 = Q_2 + A \quad (1)$$

gilt, wobei  $Q_1$  die Wärme, welche von dem Transportmedium abgegeben wird und  $Q_2$  die Wärme, welche an das Transportmedium abgegeben wird, darstellt. Daraus ergibt sich für die Gütezahl:

$$v = \frac{Q_{\text{transp}}}{A} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} v_{\text{id}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (2)$$

Aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik und der Annahme, dass während der Wärmeübertragung kein Wärmeverlust der beiden Reservoirs stattfindet und die Wärmeübertragung reversibel verläuft, ergibt sich idealisiert:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (3)$$

Da jedoch eine Wärmepumpe in der Realität nicht in der Lage ist den Prozess der Wärmeübertragung vollständig reversibel durchzuführen und dieser Prozess dadurch irreversibel wird, gilt:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0. \quad (4)$$

So ergibt sich für eine reale Wärmepumpe mit (1) und (4):

$$v_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (5)$$

Aus dieser Gleichung (5) folgt, dass die Wärmepumpe umso weniger Arbeit braucht, desto geringer die Differenz der beiden Temperaturen ist.

Des weiteren lässt sich die pro Zeiteinheit gewonnene Wärmemenge  $\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}$  errechnen, indem aus einer Messreihe  $T_1$  als Funktion der Zeit  $t$  die Größe  $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$  für ein geeignet gewähltes Zeitintervall  $\Delta t$  ermittelt wird. Daraus ergibt sich dann

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t}, \quad (6)$$

wobei  $m_1 c_w$  die Wärmekapazität des Wassers im Reservoir 1 und  $m_k c_k$  die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers bedeuten. Für die Güteziffer  $v$  ergibt sich dann

$$v = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t N} \quad (7)$$

mit  $N$  als die vom Wattmeter angezeigte und über das Zeitintervall  $\Delta t$  gemittelte Kompressorleistung.

## 2.2 Bestimmung des Massendurchsatzes

Der Massendurchsatz berechnet sich nach [D206 verlinken, S. 5] über den Differenzquotienten über:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t} \quad (8)$$

und

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (9)$$

mit (8) und (9) folgt:

$$L \frac{\Delta m}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_2}{\Delta t} \iff \frac{\Delta m}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{1}{L} \frac{\Delta T_2}{\Delta t}, \quad (10)$$

falls die Verdampfungswärme  $L$  bekannt ist.

## 2.3 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung $N_{\text{mech}}$

Für die Arbeit  $A_m$  des Kompressors, wenn er das Gasvolumen  $V_a$  auf den Wert  $V_b$  verringert, gilt:

$$A_m = - \int_{V_a}^{V_b} p dV. \quad (11)$$

Näherungsweise wird nun angenommen, dass die Kompression adiabatisch erfolgt. Für den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen gilt die Poissonsche Gleichung

$$p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa = p V^\kappa. \quad (12)$$

Damit erhält man für  $A_m$

$$A_m = -p_a V_a^\kappa \int_{V_a}^{V_b} V^{-\kappa} dV = \frac{1}{\kappa - 1} p_a V_a^\kappa (V_b^{-\kappa+1} - V_a^{-\kappa+1}) = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) V_a \quad (13)$$

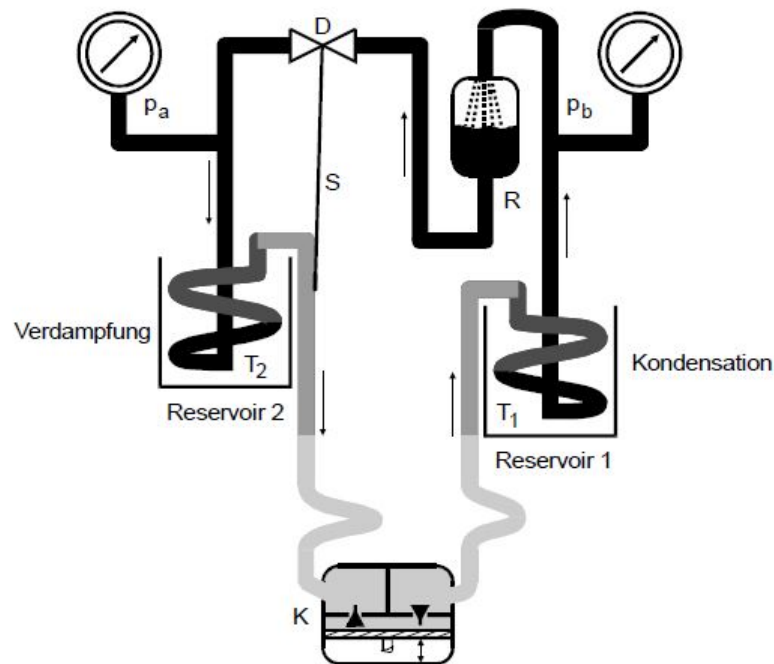
und für die mechanische Kompressorleistung  $N_{\text{mech}}$

$$N_{\text{mech}} = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{\Delta V_a}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t}. \quad (14)$$

$\rho$  ist dabei die Dichte des Transportmediums im gasförmigen Zustand beim Druck  $p_a$ . Das hier benutzte Transportgas ist Dichlordifluormethan ( $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$ ) mit  $\rho_0 = 5,51 \frac{\text{g}}{\text{l}}$ . Mit Hilfe der idealen Gasgleichung kann nun  $\rho$  für Normalbedingungen ( $p = 1 \text{ Bar}$ ,  $T = 0^\circ\text{C}$ ) berechnet werden.

### 3 Prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe

Die Wärmepumpe benutzt als Transportmedium ein reales Gas, welches durch Phasenumwandlung in der Lage ist Wärme zu transportieren. Um dies besonders effizient tun zu können, ist es sinnvoll, ein Gas mit einer möglichst hohen Kondensationswärme zu verwenden. Der schematische Aufbau einer Wärmepumpe ist in Abbildung 1 zu sehen. Der



**Abbildung 1:** Prinzipieller Aufbau einer Wärmepumpe ( $p_b > p_a$ ;  $T_1 > T_2$ )

Kompressor K erzeugt eine annähernd adiabatische Kompression, also eine Kompression ohne Wärmeverluste an die Umgebung. Zusätzlich wird durch diese Kompression ein Mediumskreislauf im System eingeleitet. Durch das Drosselventil D und den hohen Strömungswiderstand baut sich ein Druckunterschied zwischen dem Eingang des Ventils und dessen Ausgang auf ( $p_b - p_a$ ).

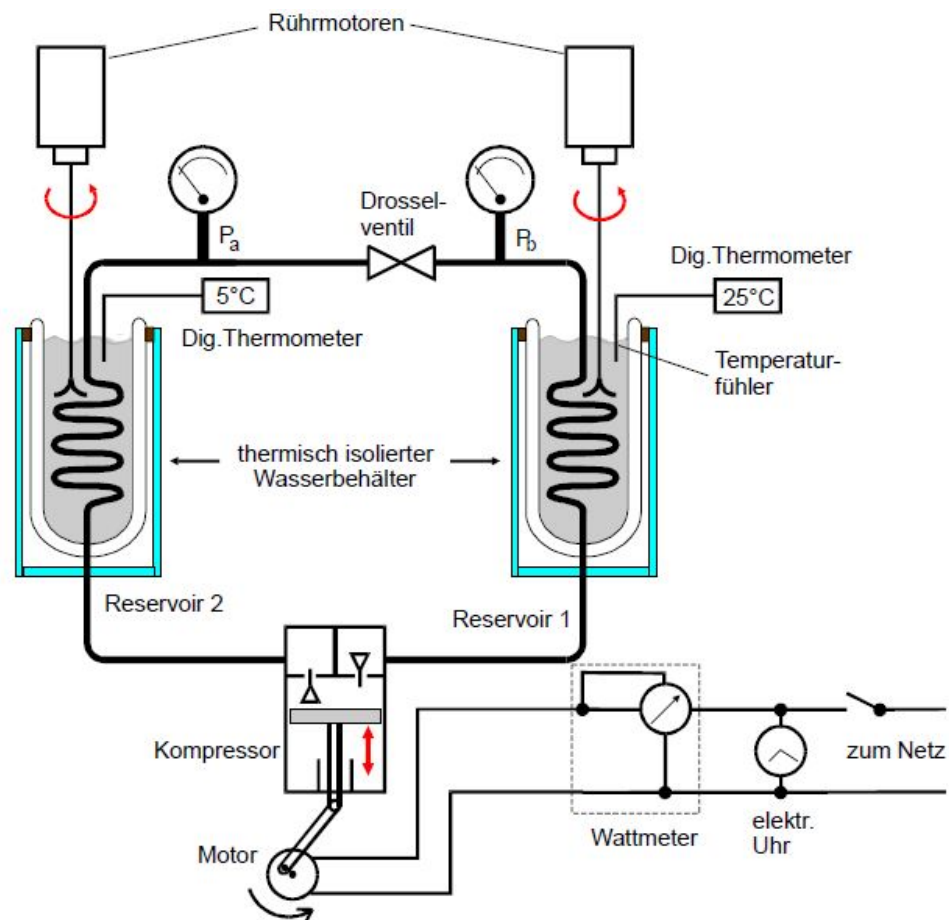
Die Apparatur ist so konzipiert, dass das Gas Reservoir 2 und 1 durchströmt und jeweils sein Zustand in einem der beiden ändert. Dies bedeutet, dass das Gas sich in Reservoir 2 vergasförmigt und in Reservoir 1 durch den erhöhten Druck ( $p_b$ ) wieder verflüssigt und so seine, durch die Vergasung, aufgenommene Wärme wieder abgibt. Die Messgröße der Verdampfungswärme ist  $L$  pro Gramm Substanz. Somit ist Reservoir 1 das wärmere und Reservoir 2 das kältere.

Damit die Apparatur störungsfrei arbeiten kann, ist es notwendig, weitere Armaturen ins System zu integrieren. Diese haben jedoch keinen direkten Einfluss auf die prinzipielle Wirkungsweise. So benutzt man einen sogenannten „Reiniger“ R, welches das verflüssigte Transportmedium von Gasblasen reinigt, sodass eine blasenfreie Flüssigkeitszufuhr zum Drosselventil D gewährleistet werden kann. Zudem wird eine „Steuerungsvorrichtung“

S für das Drosselventil benutzt, sodass die Durchlässigkeit der Drosselventils über die Temperaturdifferenz zwischen Eingang und Ausgang ( $T_2 - T_1$ ) des Reservoirs 2 gesteuert werden kann.

## 4 Durchführung

Der Versuchsbau ist folgendermaßen:



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur

Sobald der Kompressor eingeschaltet wird, werden die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  und die Kompressorleistung  $N$  an den Anzeigegeräten abgelesen. Damit die Zeitabstände beim Ablesen möglichst gleich sind, werden die Größen immer in derselben Reihenfolge notiert. Um die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  zu erhalten, muss noch 1 bar auf die gemessenen Drücke  $p^*_1$  und  $p^*_2$  addiert werden.



## **5 Messwerte**

Die folgenden Messwerte wurden uns zur Verfügung gestellt:

$t / \text{min}$	$T_1 / ^\circ\text{C}$	$p_1 / \text{bar}$	$T_2 / ^\circ\text{C}$	$p_2 / \text{bar}$	$N / \text{W}$
0	21,7	4,0	21,7	4,1	120
1	23,0	5,0	21,7	3,2	120
2	24,3	5,5	21,6	3,4	120
3	25,3	6,0	21,5	3,5	120
4	26,4	6,0	20,8	3,5	120
5	27,5	6,0	20,1	3,4	120
6	28,8	6,5	19,2	3,3	120
7	29,7	6,5	18,5	3,2	120
8	30,9	7,0	17,7	3,2	120
9	31,9	7,0	16,9	3,0	120
10	32,9	7,0	16,2	3,0	120
11	33,9	7,5	15,5	2,9	120
12	34,8	7,5	14,9	2,8	120
13	35,7	8,0	14,2	2,8	120
14	36,7	8,0	13,6	2,7	120
15	37,6	8,0	13,0	2,6	120
16	38,4	8,5	12,4	2,6	120
17	39,2	8,5	11,7	2,6	120
18	40,0	9,0	11,3	2,5	120
19	40,7	9,0	10,9	2,5	120
20	41,4	9,0	10,4	2,4	120
21	42,2	9,0	9,9	2,4	120
22	42,9	9,5	9,5	2,4	120
23	43,6	9,5	9,1	2,4	120
24	44,3	10,0	8,7	2,4	120
25	44,9	10,0	8,3	2,4	120
26	45,5	10,0	8,0	2,3	120
27	46,1	10,0	7,7	2,2	122
28	46,7	10,5	7,4	2,2	122
29	47,3	10,5	7,1	2,2	122
30	47,8	10,75	6,8	2,2	122
31	48,4	11,0	5,6	2,2	122
32	48,9	11,0	4,3	2,2	122
33	49,4	11,0	3,4	2,2	122
34	49,9	11,0	3,0	2,2	122
35	50,3	11,0	2,9	2,2	122

**Tabelle 1:** Messdaten

## 6 Auswertung

### 6.1 Aufgabenteil a)

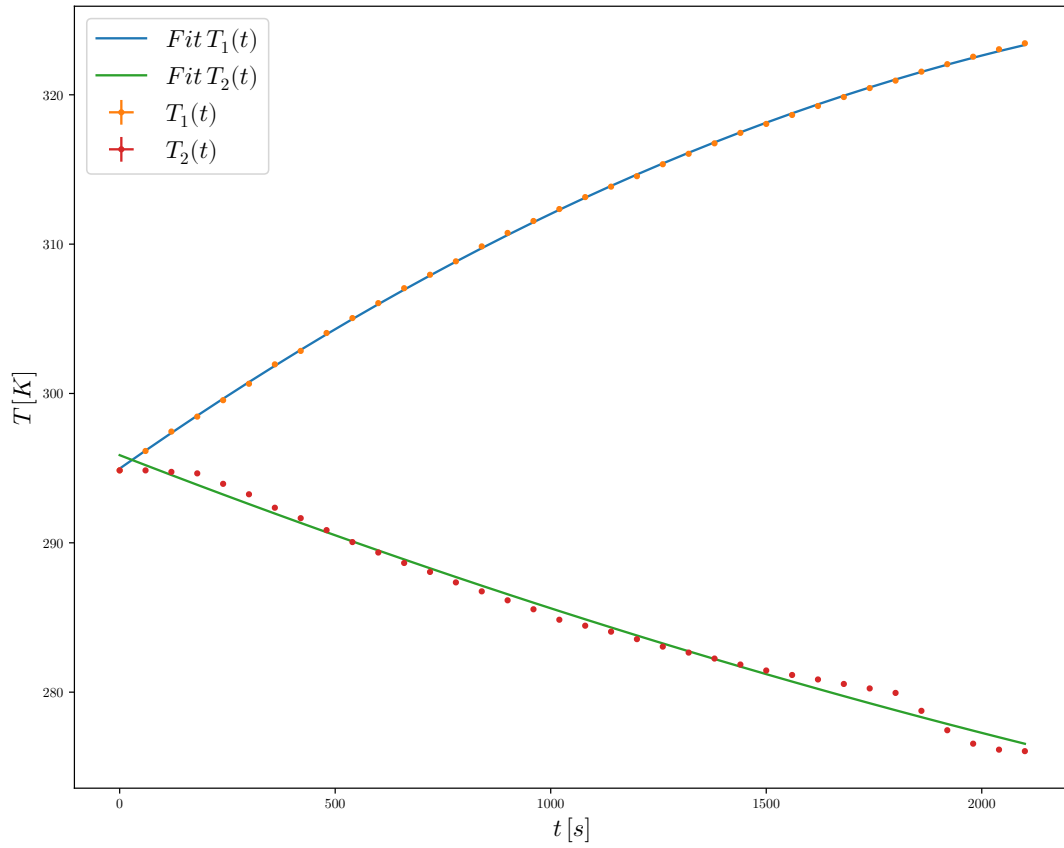


Abbildung 3: Auswertung mit ausgleichsgeraden

## 6.2 Aufgabenteil b)

Eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung der Temperaturverläufe mithilfe der Näherungsfunktion

$$T(t) = At^2 + Bt + C \quad (15)$$

ergibt die folgenden Parameter:

$T$	$A$	$B$	$C$
1	$-0.00000322 \pm 0.00000004$	$0.02027984 \pm 0.00009110$	$294.97008058 \pm 0.04134538$
2	$0.00000096 \pm 0.00000027$	$-0.01120872 \pm 0.00058032$	$295.87018724 \pm 0.26336067$

**Tabelle 2:** Parameter für  $T_1$  und  $T_2$

## 6.3 Aufgabenteil c)

Im folgenden werden die Differentialquotienten  $\frac{dT_1}{dt}$  und  $\frac{dT_2}{dt}$  für vier verschiedene Temperaturen berechnet. Wir haben uns für die Temperaturen bei 8min, 16min, 24min und 32min entschieden. Es werden nun die entsprechenden Steigungen aus der Ableitung der Näherungsfunktion entnommen.

$$\frac{dT}{dt} = 2At + B \quad (16)$$

Daraus ergeben sich folgende Steigungen:

$t / \text{min}$	$\frac{dT_1}{dt} / ^\circ\text{C}$	$\frac{dT_2}{dt} / ^\circ\text{C}$
8	$0.01757091 \pm 0.00012633$	$-0.01040648 \pm 0.00012633$
16	$0.01447498 \pm 0.00016659$	$-0.00948964 \pm 0.00016659$
24	$0.01137906 \pm 0.00020684$	$-0.00857280 \pm 0.00020684$
32	$0.00828314 \pm 0.00024710$	$-0.00765597 \pm 0.00024710$

**Tabelle 3:** Differentialquotienten für  $T_1$  und  $T_2$

## 6.4 Aufgabenteil d)

Nun soll die reale Güteziffer  $v_{\text{real}}$  nach Gleichung (7) und die theoretische Güteziffer  $v_{\text{theorie}}$  nach Gleichung (2) berechnet werden.

$t / \text{min}$	$v_{\text{real}}$	$v_{\text{theorie}}$
8	$2.503 \pm 0.019$	$23.0341 \pm 0.0076$
16	$2.052 \pm 0.025$	$11.9827 \pm 0.0038$
24	$1.601 \pm 0.031$	$8.9171 \pm 0.0028$
32	$1.13 \pm 0.04$	$7.2209 \pm 0.0022$

**Tabelle 4:** Bestimmung der Güteziffer

## 6.5 Aufgabenteil e)

Es gilt:

$$L = -aR \quad (17)$$

mit  $R$  als die universelle Gaskonstante und mit  $a = -1719.8296 \pm 88.3692$  Die Verdampfungswärme berechnet sich dann zu:

$$L = (1.18 \pm 0.06) \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Daraus ergeben sich für den Massendurchsatz folgende Werte:

$t / \text{min}$	$\frac{\Delta m}{\Delta t} / \frac{\text{g}}{\text{s}}$
8	$-0.00152 \pm 0.00008$
16	$-0.00139 \pm 0.00007$
24	$-0.00125 \pm 0.00006$
32	$-0.00111 \pm 0.00006$

**Tabelle 5:** Bestimmung des Massendurchsatzes

## 6.6 Aufgabenteil f)

$N_{\text{mech}}$  lässt sich nach Gleichung (14) bestimmen.  $\kappa$  beträgt in diesem Fall 1.14

$t / \text{min}$	$N_{\text{mech}} / \text{W}$
8	$-0.00586 \pm 0.00013$
16	$-0.00704 \pm 0.00016$
24	$-0.00735 \pm 0.00017$
32	$-0.00701 \pm 0.00016$

**Tabelle 6:** Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

## 7 Diskussion

An eine ideale Wärmepumpe wird die Forderung gestellt, dass die Wärmeübertragung reversibel verlaufen muss. Da das in der Realität nicht möglich ist, kann die vom Transportmedium aufgenommene Wärme und die mechanische Energie nicht jederzeit in einem umgekehrt laufenden Prozess vollständig wieder zurückgewonnen werden. Des weiteren ist zu erwähnen, dass durch die Isolierung der Wärmeaustausch mit der Umgebung nicht vollständig verhindert wird. Somit erfolgt auch die Kompression nicht vollständig adiabatisch. Diese Faktoren wirken sich alle negativ auf die Gütezahl aus.

Da wir den Versuch nicht selber durchführen konnten, können wir keinerlei Urteil über die Empfindlichkeit der Gerätschaften treffen. Es ist dennoch denkbar, dass der gesamte Aufbau durch äußere Einwirkungen beeinflusst werden und dies zu Leistungsabfällen führen kann. Auffällig ist außerdem der Knick der Messwerte von  $T_2$  in Abbildung 3, der durch Fehler beim ablesen oder Messungenauigkeiten verursacht worden sein könnte.