

D206

Wärmepumpe

Tahir Kamcili
tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß
authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: 03.11.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
3	Durchführung	6
3.1	Aufgabe a)	6
3.2	Aufgabe b)	7
3.3	Aufgabe c)	7
3.4	Aufgabe d)	9
4	Messwerte	10
5	Auswertung	11
5.1	Aufgabenteil a)	11
5.2	Aufgabenteil b)	12
5.3	Aufgabenteil c)	12
5.4	Aufgabenteil d)	12
5.5	Aufgabenteil e)	12
5.6	Aufgabenteil f)	12
5.7	Aufgabenteil g)	12
6	Diskussion	12

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Relaxationsverhalten des RC-Kreises untersucht. Dazu werden Größen wie die Zeitkonstante, Amplituden der Kondensatorspannung und Phasenverschiebungen gemessen.

2 Theoretische Grundlagen

Eine Relaxationserscheinung tritt auf, wenn ein System aus seinem Ausgangszustand entfernt wird und es nicht-oszillatorisch in den Ausgangszustand zurückkehrt. Wird eine Größe A betrachtet, lässt sich ihre Änderungsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt t darstellen als:

$$\frac{dA}{dt} = c[A(t) - A(\infty)]. \quad (1)$$

Durch Integration vom Zeitpunkt 0 bis t und umstellen ergibt sich dann

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)] e^{ct} \quad (2)$$

mit $c < 0$.

Die Ent- und Aufladevorgänge eines Kondensators über einen Widerstand sind Beispiele für Relaxationsvorgänge, die im Folgenden näher untersucht werden.

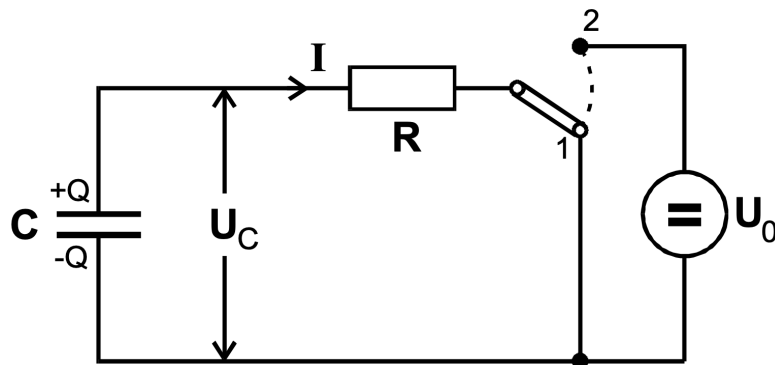


Abbildung 1: Entladung (1) und Aufladung (2) eines Kondensators über einen Widerstand.

1. Entladevorgang

Auf den Platten eines Kondensators mit der Kapazität C und der Ladung Q ist die Spannung zwischen ihnen durch

$$U_C = \frac{Q}{C} \quad (3)$$

gegeben. Mit

$$I = \frac{U_C}{R} \quad (4)$$

und

$$dQ = -Idt \quad (5)$$

lässt sich nun eine Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Ladung auf dem Plattenkondensator aufstellen.

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q(t) \quad (6)$$

Mit der Randbedingung

$$Q(\infty) = 0 \quad (7)$$

lässt sich die DGL (6) lösen zu

$$Q(t) = Q(0)e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (8)$$

2. Aufladevorgang

Mit den Randbedingungen für den Aufladevorgang

$$Q(\infty) = CU_0 \quad (9)$$

und

$$Q(0) = 0 \quad (10)$$

lässt sich die DGL (6) lösen zu

$$Q(t) = CU_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}). \quad (11)$$

Dabei ist der Ausdruck RC die Zeitkonstante, die angibt, wie schnell das System seinen Endzustand $Q(\infty)$ anstrebt. Das bedeutet, dass sich pro Zeitraum $\Delta T = RC$ die Ladung auf dem Plattenkondensator um den Faktor

$$\frac{Q(t = RC)}{Q(0)} = \frac{1}{e} \quad (12)$$

ändert.

Relaxationsphänomene, die unter dem Einfluss einer periodischen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten

Nun wird das Relaxationsphänomen auf einen RC-Kreis mit Wechselspannung nach Abbildung (2) betrachtet.

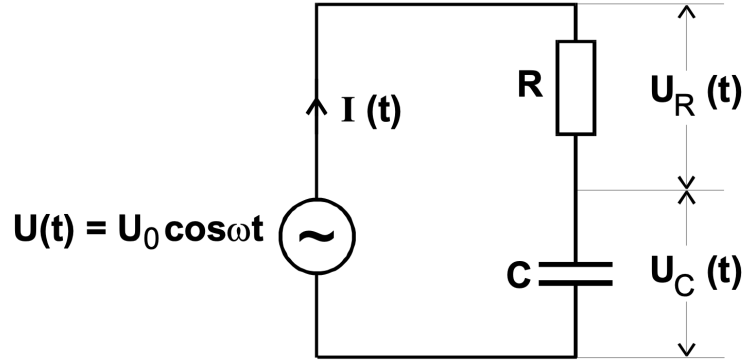


Abbildung 2: RC-Kreis mit Wechselspannung.

Wenn die Kreisfrequenz ω klein genug ist, also $\omega \ll \frac{1}{RC}$ gilt, kann angenommen werden, dass $U(t) = U_C$ gilt. Mit zunehmender Frequenz tritt eine Phasenverschiebung ϕ zwischen den Spannungen $U(t)$ und U_C auf, da die Ent- und aufladung des Kondensators zeitlich hinter der äußeren Spannung zurück bleibt. Mit der Amplitude A ergibt sich der Ansatz:

$$U_C(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \phi) \quad (13)$$

Mithilfe des Maschensatzes lässt sich aus Abbildung (2) folgender Ausdruck formulieren:

$$U_0 \cos(\omega t) = I(t)R + A(\omega) \cos(\omega t + \phi). \quad (14)$$

Mit Gleichung (3) und (5) kann $I(t)$ umgeschrieben werden zu

$$I(t) = C \frac{dU_C}{dt} \quad (15)$$

und kann in (14) eingesetzt werden. Daraus ergibt sich:

$$U_0 \cos(\omega t) = -A\omega RC \sin(\omega t + \phi) + A(\omega) \cos(\omega t + \phi). \quad (16)$$

Wird nun $\omega t = \frac{\pi}{2}$ gewählt und ausgenutzt, dass $\sin(\frac{\pi}{2} + \phi) = \cos(\phi)$ und $\cos(\frac{\pi}{2} + \phi) = -\sin(\phi)$ gilt, folgt aus Gleichung (16)

$$0 = -A\omega RC \cos(\phi) - A(\omega) \sin(\phi) \iff \phi = \arctan(-\omega RC) \quad (17)$$

Weiter folgt aus (16) für $\omega t + \phi = \frac{\pi}{2}$

$$U_0 \cos(\frac{\pi}{2} - \phi) = -A\omega RC \iff A(\omega) = -\frac{\sin \phi}{\omega RC} U_0 \quad (18)$$

Wird nun Gleichung (17) weiter umgeformt zu

$$\sin \phi = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (19)$$

kann dieser Ausdruck in Gleichung (18) eingesetzt werden. Daraus ergibt sich

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (20)$$

Unter bestimmten Voraussetzungen ist es möglich, eine zeitlich veränderte Spannung in einem wie in Abbildung (2) gezeigten System zu integrieren. Zunächst wird die Maschenregel auf die in Abbildung (2) gezeigte Schaltung angewendet. Daraus folgt:

$$U(t) = I(t)R + U_C. \quad (21)$$

Nun wird für $I(t)$ der Ausdruck aus Gleichung (15) eingesetzt.

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C. \quad (22)$$

Unter der Voraussetzung, dass $\omega \gg \frac{1}{RC}$ gilt, ist $|U_C| \ll |U_R|$ und $|U_C| \ll |U|$. Näherungsweise kann die Gleichung (22) nun vereinfacht werden zu

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt}. \quad (23)$$

Umgestellt nach U_C ergibt dies

$$U_C = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt' \quad (24)$$

Gleichung (24) ist zu entnehmen, dass U_C proportional zu $\int U(t)$ ist, wenn $\omega \gg \frac{1}{RC}$ gilt.

3 Durchführung

Es wurden ein Oszilloskop und eine Spannungsquelle zur Verfügung gestellt.

3.1 Aufgabe a)

Um die Zeitkonstante zu bestimmen, wird das Experiment nach Abbildung (3) aufgebaut. Mithilfe des Oszilloskops wird die Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Zeit graphisch dargestellt und ein geeigneter Ausschnitt der Entladekurve betrachtet. Mit dem Cursor werden nun verschiedene Punkte auf der Kurve eingelesen. Diese wurden vermessen, notiert und in Tabelle (??) aufgeführt.

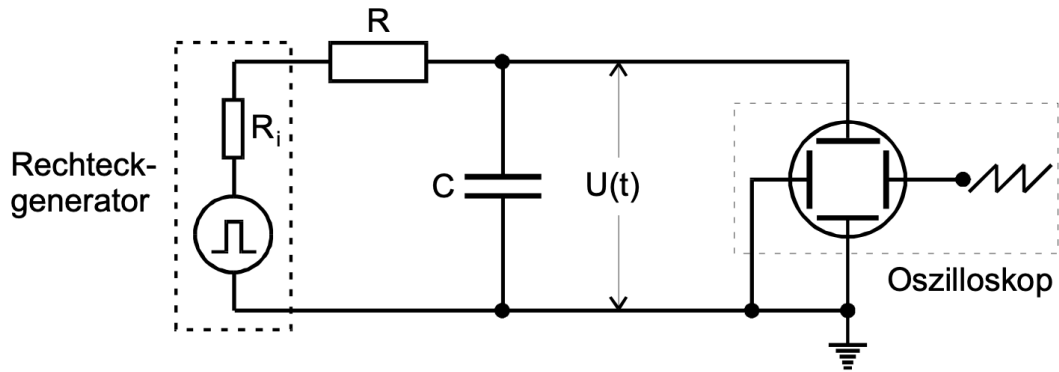


Abbildung 3: Aufbau zur Bestimmung der Zeitkonstante.

3.2 Aufgabe b)

Die Abhängigkeit der Kondensatorsspannungsamplitude von der Frequenz kann mit dem in Abbildung (4) dargestellten Aufbau untersucht werden.

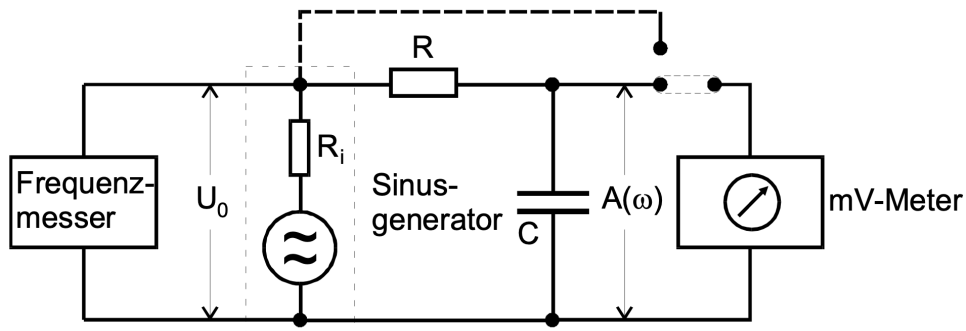


Abbildung 4: Aufbau zur Untersuchung der Abhängigkeit der Kondensatorspannungsamplitude von der Frequenz.

Dazu wird der Spannungsverlauf auf dem Oszilloskop betrachtet und mit dem Cursor vermessen, wobei die Frequenz verändert wird. Die Kondensatorspannungsamplituden werden in Abhängigkeit von verschiedenen Frequenzen $10\text{Hz} < f < 5\text{kHz}$ vermessen, notiert und in Tabelle (??) aufgeführt.

3.3 Aufgabe c)

Um die Phasenverschiebung ϕ zwischen der Generatorspannung und der Kondensatorspannung zu messen, kann der Versuch nach Abbildung (5) aufgebaut werden.

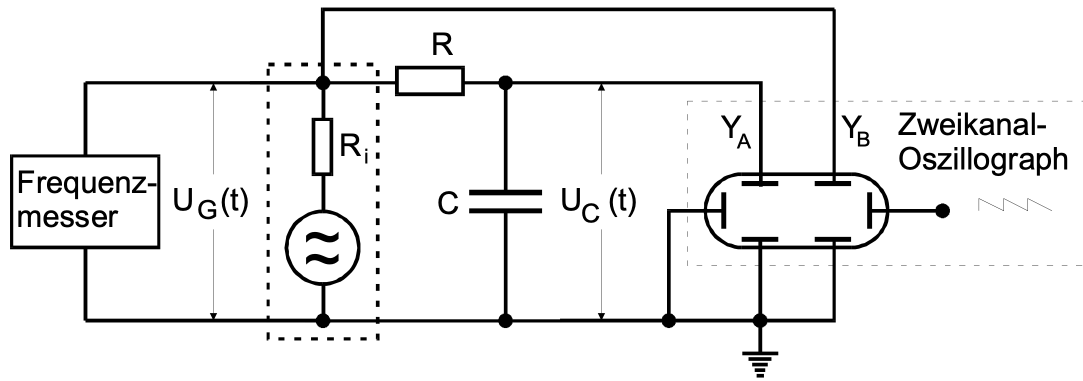


Abbildung 5: Aufbau zur Bestimmung der Phasenverschiebung.

Nun können am Oszilloskop beide Spannungsverläufe gleichzeitig beobachtet werden. Diese werden ähnlich zur Abbildung (6) auf dem Oszilloskop dargestellt:

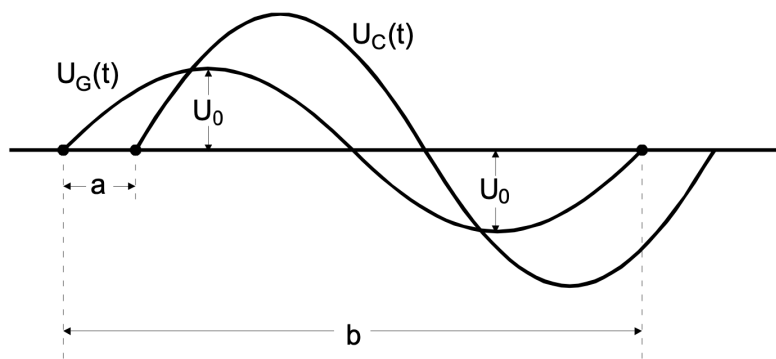


Abbildung 6: Form der beiden Spannungsverläufe am Oszilloskop.

Die Wellenlänge a sowie die Schwingungsdauer b werden für verschiedene Frequenzen mit dem Cursor vermessen, notiert und in Tabelle (??) aufgeführt.

3.4 Aufgabe d)

Um zu zeigen dass ein RC-Kreis auch als Integrator arbeiten kann, wird die Schaltung in Abbildung (5) verwendet. Nun wird nacheinander eine Rechteck-, Sinus- und Dreiecksspannung auf das RC-Glied gegeben von dessen Verlauf auf dem Oszilloskop jeweils ein Foto gemacht wird.

4 Messwerte

Die folgenden Messwerte wurden uns zur Verfügung gestellt:

5 Auswertung

5.1 Aufgabenteil a)

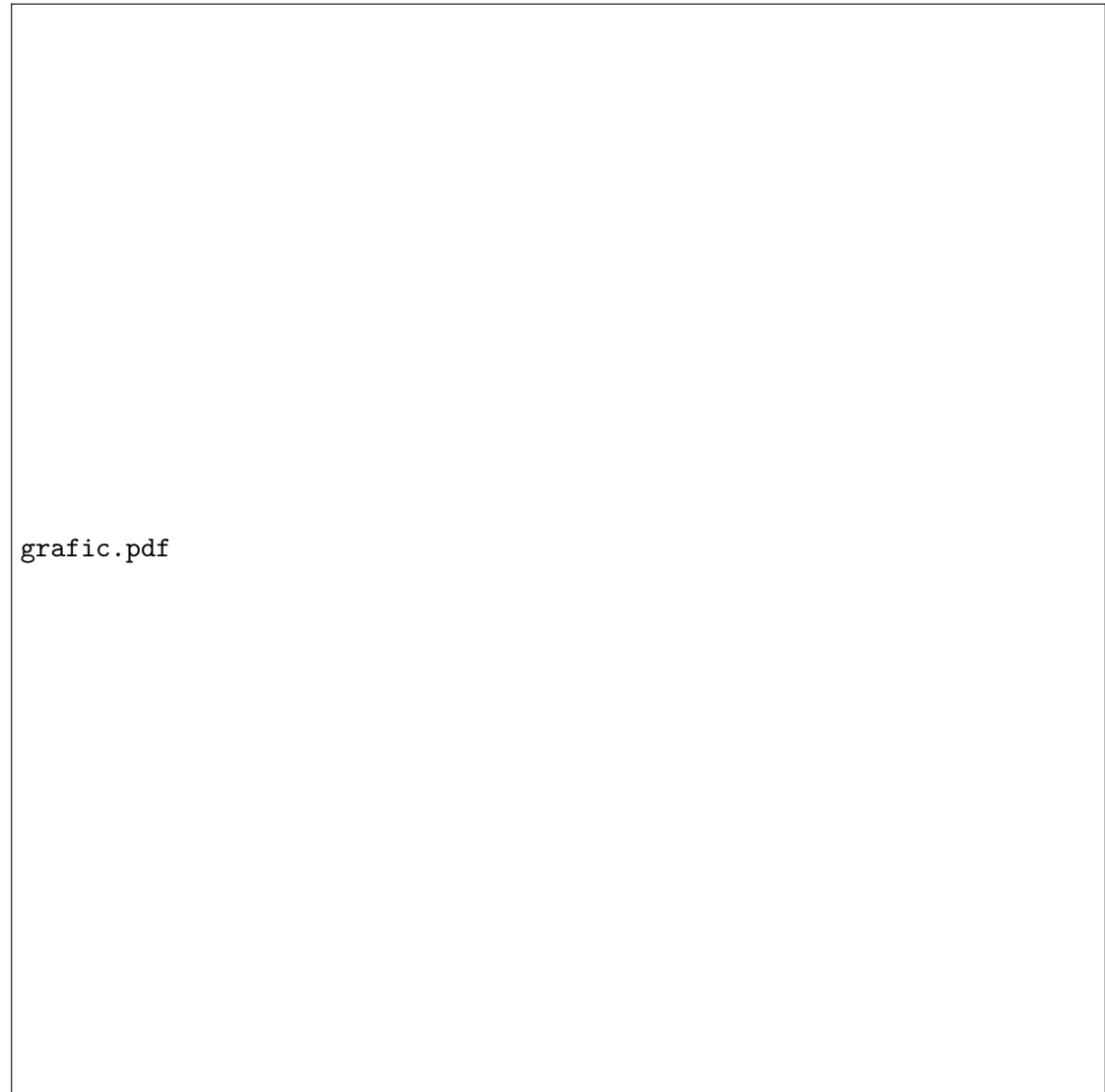


Abbildung 7: Auswertung mit ausgleichsgeraden

5.2 Aufgabenteil b)

5.3 Aufgabenteil c)

5.4 Aufgabenteil d)

5.5 Aufgabenteil e)

5.6 Aufgabenteil f)

5.7 Aufgabenteil g)

6 Diskussion