

V27

Der Zeeman Effekt

Tahir Kamcili

tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß

marina.andress@udo.edu

Durchführung: 04.07.2022

Abgabe: 08.07.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Zielsetzung | 3 |
| 2 Magnetisches Moment eines Elektrons | 3 |
| 3 Wechselwirkung Drehimpuls | 3 |
| 3.1 LS-Kopplung | 3 |
| 3.2 jj-Kopplung | 4 |
| 3.3 Zeeman-Effekt | 4 |
| 3.4 Auswahlregeln | 5 |
| 3.5 Der normaler Zeeman-Effekt | 5 |
| 3.6 Der anormaler Zeeman-Effekt | 6 |
| 4 Durchführung | 6 |
| 4.1 Messung | 9 |
| 5 Auswertung | 10 |
| 5.1 Eichung des Magnetfeldes | 10 |
| 5.2 Rote Spektrallinie | 11 |
| 5.3 Blaue Spektralalnie | 14 |
| 6 Diskussion | 16 |
| Literatur | 17 |

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es den Zeeman-Effekt anhand von einer Aufspaltung von Spektrallinien von Cadmium und die dabei entstehende Polarisation zu untersuchen.

2 Magnetisches Moment eines Elektrons

Allgemein können gebundenen Elektronen ein Bahndrehimpuls \vec{l} und Spin \vec{s} zugeordnet werden. Da sich die Summen der Drehimpulse in inneren Schalen zu 0 addiert, werden im folgenden nur die äußeren Schalen betrachtet.

Aus den Eigenwertgleichungen der Atome werden die Beträge der Quantenzahlen l und s bestimmt zu

$$|\vec{l}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad |\vec{s}| = \hbar \sqrt{s(s+1)}. \quad (1)$$

- Der Drehimpuls kann ganzzahlige Werte von 0 bis $n-1$ annehmen, wobei n die Hauptquantenzahl darstellt. Der Spin hat den Wert $s = \frac{1}{2}$.

Beiden Quantenzahlen kann ein magnetisches Moment zugeordnet werden, was klassisch gesprochen, durch die Bewegungen des Elektrons entsteht.

$$\vec{\mu}_l = -\frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \vec{l}, \quad |\vec{\mu}_l| = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \quad (2)$$

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \vec{s}, \quad |\vec{\mu}_s| = -g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)}, \quad (3)$$

wobei $\mu_B = -\frac{e_0 \hbar}{2m_0}$ dem Bohrschen Magneton entspricht.

3 Wechselwirkung Drehimpuls

Im allgemeinen kann der Spin und der Drehimpuls eines Teilchens miteinander wechselwirken. Bei gebundenen Teilchen führt diese Wechselwirkung, auch Spin-Bahn-Kopplung oder Spin-Bahn-Wechselwirkung genannt, zu einer Aufspaltung von Energieniveaus.

3.1 LS-Kopplung

Bei Atomen kann die Spin-Bahn-Wechselwirkung mit der LS-Kopplung genähert werden. Das liegt daran, dass L und S näherungsweise mit dem Hamiltonoperator des Systems kommutieren oder anders gesagt, die einzelnen Elektronen sind von anderen Elektronen nicht besonders stark abgeschirmt, sodass diese den Bahndrehimpuls und den Spin voneinander „spüren“. Dabei sind L und S definiert als

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i, \quad |\vec{L}| = \hbar \sqrt{L(L+1)} \quad (4)$$

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i, \quad |\vec{S}| = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad (5)$$

wobei \vec{l}_i den Bahndrehimpuls eines einzelnen Elektrons und \vec{s}_i den Spin eines einzelnen Elektrons beschreibt. (Für den Bahndrehimpuls reicht es lediglich die äußerste Schale zu betrachten, da sich der gesamt Drehimpuls einer vollen Schale aufhebt.) Somit kann der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle bestimmt werden zu

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad |\vec{J}| = \hbar \sqrt{J(J+1)}. \quad (6)$$

L und S können zusätzlich jeweils magnetische Momente zugeordnet werden.

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}, \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (7)$$

Aus diesen kann Analog zum Gesamtdrehimpuls ein magnetisches Moment berechnet werden

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S, \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}. \quad (8)$$

Wichtig bei diesem magnetischen Moment ist dass die Richtungen von \vec{J} und $\vec{\mu}_J$ meist nicht übereinstimmt, sodass nur die zu μ_J parallele J -Komponente berücksichtigt wird. Der Landé-Faktor beträgt

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (9)$$

3.2 jj-Kopplung

Bei Kernen mit einer hohen Ordnungszahl sind die einzelnen Elektronen stärker von einander abgeschirmt. Dies für dazu, dass diese ihren eigenen Drehimpuls und Spin stärker spüren als den der anderen Elektronen.

Dies führt dazu, dass der Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle aus den einzelnen Gesamtdrehimpulsen der Elektronen berechnet wird, sodass gilt

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i. \quad (10)$$

3.3 Zeeman-Effekt

Der Zeeman-Effekt ist in Magnetfeldern zu beobachten. Bei diesem kommt es durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes zu einer äquidistanten Aufspaltung der Energieniveaus der sich im Magnetfeld befindenden Atome. Dies wird somit in deren Spektrallinien sichtbar. Dieser Effekt ist das Hauptmerkmal des Versuches.

Die Verschiebung der Energieniveaus lässt sich mit Hilfe des magnetischen Moments $\vec{\mu}_J$ und des B-Feldes beschreiben zu

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = mg_J \mu_B |\vec{B}|. \quad (11)$$

3.4 Auswahlregeln

Zwischen den einzelnen Energieniveaus ist nicht jeder Übergang erlaubt. Dies wird deutlich, wenn mit Hilfe der Schrödingergleichung und der Lösung zweier ebener Wellen (mit Berücksichtigung des Spins), sowie der Schwingungsfrequenz

$$f_{\alpha\beta} = \frac{E_\alpha - E_\beta}{\hbar} \quad (12)$$

und dem Dipolmoment

$$-e_0 \int x \Psi^* \Psi dV \quad (13)$$

der Poyntingvektor aufgestellt und gelöst wird. Aus dessen Lösung wird folgt, dass alle Beiträge verschwinden, außer wenn m die Zahlenwerte

$$\Delta m = -1, 0, 1 \quad (14)$$

nimmt. Falls Δm dem Wert ± 1 hat, werden linkszirkular σ^+ - oder rechtszirkular σ^- -polarisierte Photonen emittiert, welche eine Drehimpulsänderung des Atoms mit Abführung ihres eigenen Drehimpulses ausgleichen, sodass der Gesamtdrehimpuls erhalten bleibt.

Falls Δm dem Wert 0 annimmt wird linear oder auch π -polarisiertes Licht genannt, emittiert, welches keine Drehimpulsänderung überträgt.

3.5 Der normaler Zeeman-Effekt

Der normale Zeeman Effekt ist eigentlich ein Sonderfall des Zeeman Effektes, obwohl der Name es anders vermuten lässt, denn dieser tritt nur bei Atomen auf, wenn der Gesamtspin der Hüllelektronen $S = 0$ beträgt und somit gilt, dass der Landé-Faktor den Wert $g_J = 1$ besitzt (Dies gilt immer für spinlose Zustände).

Daraus folgt, mithilfe der Gleichung 11, dass die Energieverschiebung

$$\Delta E = m\mu_B |\vec{B}| \quad (15)$$

beträgt. Dies ist ebenfalls in Abbildung 1 zu sehen.

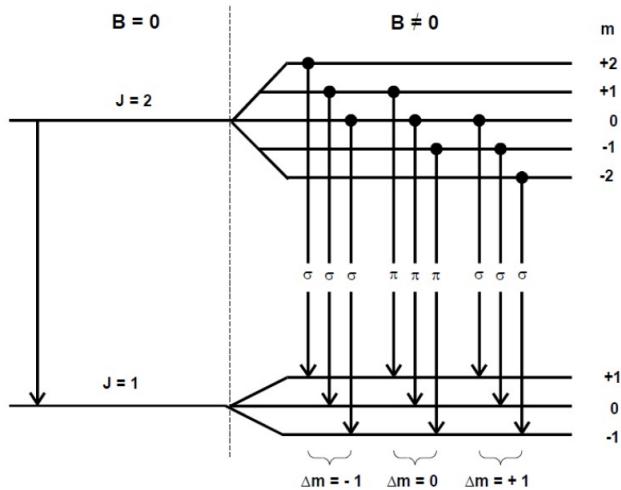


Abbildung 1: Schema beim normalen Zeeman-Effekt [11].

3.6 Der anormaler Zeeman-Effekt

Der anormale Zeeman tritt bei Atomen auf, deren Gesamtspin der Elektronenhülle nicht verschwindet: $S \neq 0$. Da der Landé-Faktor von L, J und S abhängig ist und nun nicht mehr $g_J = const$ gilt, gibt es in der Regel mehr als 3 Übergänge zwischen den Energieniveaus die detektiert werden können. Somit muss die Energieverschiebung berechnet werden durch

$$\Delta E = \mu_B B (m_1 g_1 - m_2 g_2). \quad (16)$$

4 Durchführung

Um eine Zeeman Aufspaltung zu beobachten wird eine Cadmium-Spektrallampe in ein äußeres Magnetfeld gebracht, welches durch 2 Elektromagneten erzeugt wird. Hinter der Spektrallampe befinden sich Linsen und andere optische Aufbauten, mithilfe derer das Licht fokussiert, sowie gerichtet werden kann. Am Ende des Aufbaus ist eine Lummer-Gehrcke-Platte, in welche eine Digital Kamera gerichtet ist. Zusätzlich befindet sich im Aufbau noch ein Polarisationsfilter, ein Platte mit einem Spalt, sowie ein Geradansichtprisma. Der Aufbau ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt.

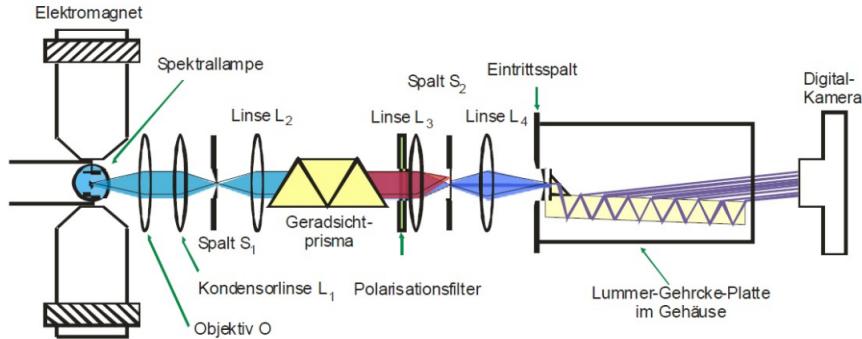


Abbildung 2: schematischer Versuchsaufbau [11].

In \vec{B} -Richtung bzw. longitudinaler Richtung ist das linear π -polarisierte Spektrallicht nicht zu erkennen, jedoch kann die Händigkeit des zirkular σ^+/σ^- -polarisierten Lichtes unterschieden werden. In transversaler Richtung, senkrecht zu \vec{B} ist das π -polarisierte Licht zu sehen, allerdings erscheint zirkular polarisiertes Licht ebenfalls linear polarisiert. Dieser Sachverhalt ist auch in Abbildung 3 dargestellt. Ohne angelegtes Magnetfeld wird nur π -polarisiertes Licht beobachtet.

Im Versuchsaufbau wird nur der Lichtstrahl in senkrechte Richtung zum Magnetfeld analysiert, sodass mithilfe des Polarisationsfilters je nach Stellung entweder das linear oder aber das zirkular polarisierte Licht rausgefiltert wird.

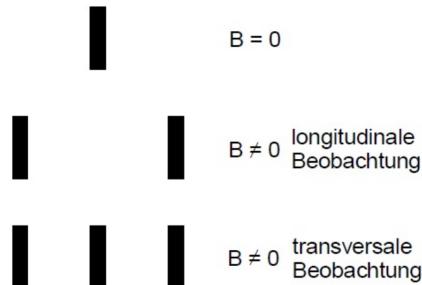


Abbildung 3: Aufspaltungsbilder abhängig vom Beobachtungswinkel [11].

Um eine Aufspaltung des Lichts in seine Spektren zu bekommen ist wie oben schon erwähnt ein Prisma in den Versuchsaufbau inkludiert. Dadurch werden im wesentlichen 3 Spektrallinien sichtbar, rot, blau und grün. Die grüne Spektrallinie wird nur genutzt um den Aufbau zu justieren. Anhand der roten Linie wird der normale Zeeman Effekt untersucht und anhand der blauen der anormale.

Die Lummer-Gehrcke-Platte wird genutzt um ein Interferenzmuster zu erzeugen um mithilfe dessen die Wellenlängenverschiebung der Spektrallinien durch das B-Feld berechnen zu können. Dafür wird mithilfe eines Prismas der Lichtstrahl in eine Glasplatte mit planparallelen Flächen gelenkt. An jeder Grenzfläche der Plaspallte wird das Licht reflektiert, jedoch nicht vollständig, sodass ein Teil dessen die Glasplatte verlässt. Die schematische Darstellung ist in Abbildung 4 dargestellt.

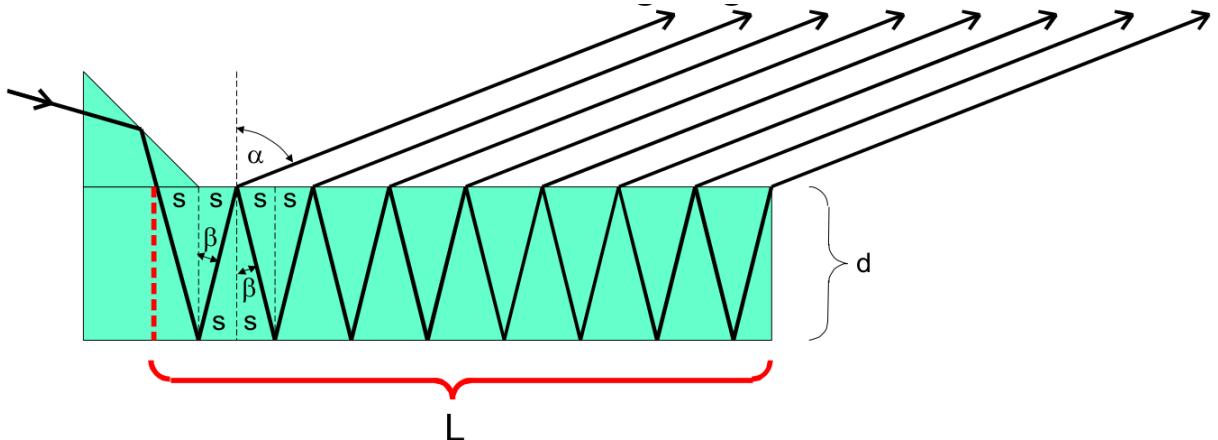


Abbildung 4: Funktionsweise einer Lummer-Gehrcke-Platte [11]

Das Interferenzmuster entsteht aufgrund konstruktiver Interferenz der austretenden Lichtstrahlen. Diese ist zu beobachten, wenn die Bragg-Bedingung

$$2 \cdot d \cdot \cos(\beta) = n \cdot \lambda, \quad n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad (17)$$

erfüllt ist. n gibt dabei den Brechungsindex an.

Durch das Magnetfeld findet eine Verschiebung der Wellenlängen statt, sodass die Interferenzmaxima um den Faktor ∂s verschoben werden.

Die maximalen Differenzen, die zwischen den Wellenlängen zweier Strahlen bestehen darf, ohne dass diese sich überlagern, ist definiert als Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}}. \quad (18)$$

Das Auflösungsvermögen der Platte kann berechnet werden durch

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_D} = \frac{L}{\lambda} (n^2 - 1), \quad (19)$$

wobei dieses den minimalen Abstand zweier Beobachtungsobjekte angibt, welche klar von einander getrennt aufgelöst werden können. Relevant ist dies, da entfernte Punkte nicht als Punkte, sondern als Beugungsscheiben, sogenannte Airy-Scheibchen, mit dem Radius $R = 1,22\lambda \frac{f}{D}$ durch die Platte dargestellt werden. Dabei gibt D den Durchmesser der Linse an.

Damit 2 Objekte getrennt von einander aufgelöst werden können muss das Helligkeitsmaximum der einen Airy-Scheibchen auf dem ersten Helligkeitsminimum des anderen Airy-Scheibchen liegen.¹

¹ *Auflösungsvermögen*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/aufloesungsvermoegen/961> (besucht am 08.07.2022).

4.1 Messung

Für die Aufnahme der Messwerte muss zuerst die Stärke des Magnetfelds bestimmt werden. Dafür wird mittels einer Hallsonde die ins Magnetfeld geschoben wird, die Stärke dessen In 0,5A Schritten von 0A bis 5A durchgemessen.

Danach wird der Aufbau justiert und mittels der Platte mit dem Spalt durch verschieben einmal die rote und einmal die blaue Spektrallinie ausgewählt, da diese durch das Prisma räumlich getrennt wurden.

Es werden jeweils für die rote und die blaue Spektrallinie 2 Fotos mit eingeschaltetem Magnetfeld und 2 ohne eingeschaltetem Magnetfeld aufgenommen. Nach jedem Foto wird der Polarisationsfilter um 90° verdreht.

5 Auswertung

5.1 Eichung des Magnetfeldes

Die bei der Messung aufgenommenen Magnetfeldstärken B bei angelegter Stromstärke I befinden sich in Tabelle 1.

| I / A | B / mT |
|---------|----------|
| 0 | 7.6 |
| 0.5 | 60 |
| 1 | 105.6 |
| 1.5 | 154.1 |
| 2 | 202.3 |
| 2.5 | 255.1 |
| 3 | 298.6 |
| 3.5 | 339.1 |
| 4 | 386.2 |
| 4.5 | 421.3 |
| 5 | 455.7 |

Tabelle 1: Messwerte der Magnetfeldstärke in Abhängigkeit der Stromstärke.

Die Messwerte werden mittels der Funktion `curve_fit` aus dem Paket `scipy.optimize` in Python an eine Funktion dritten Grades gefittet. Für die Fitfunktion

$$B(I) = aI^3 + bI^2 + cI + d$$

werden die folgenden Parameter ermittelt:

$$\begin{aligned}a &= -0.78 \pm 0.25 \frac{\text{mT}}{\text{A}^3} \\b &= 2.70 \pm 1.90 \frac{\text{mT}}{\text{A}^2} \\c &= 95.34 \pm 3.97 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \\d &= 8.90 \pm 2.18 \text{ mT}\end{aligned}$$

Die Messwerte und die Ausgleichskurve sind in Abbildung 5 dargestellt.

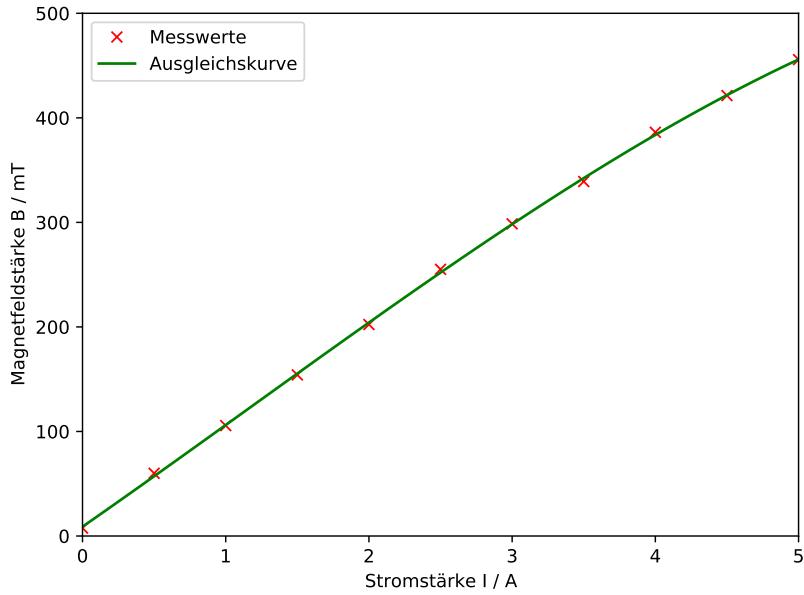


Abbildung 5: Ausgleichskurve durch die Messwerte der Magnetfeldstärke.

5.2 Rote Spektrallinie

In Abbildung 6 sind die Interferenzmuster der Spektrallinie der Wellenlänge $\lambda = 643\text{nm}$ einer Cd-Lampe dargestellt. Dabei wurde Abbildung 7a ohne äußeres Magnetfeld aufgenommen. Bei der Aufnahme von Abbildung 8b wurden die Elektromagneten mit einer maximalen Stromstärke von $I = 5 \text{ A}$ betrieben, was nach der Eichung aus Kapitel 5.1 einem Magnetfeld von $B = 455.87 \pm 60.21 \text{ mT}$ entspricht. Durch die Verwendung eines Polarisationsfilters wird nur die Emission des σ -Übergangs beobachtet. Die Abstände der Interferenzmaxima Δs ohne B-Feld und δs mit B-Feld in Pixeln befinden sich in Tabelle 2.

Da die Abstände manuell abgelesen wurden, wird eine Unsicherheit von $x = 10 \text{ px}$ für alle Messwerte angenommen.



(a) Ohne Magnetfeld.



(b) Magnetfeld von $B = 455.87$ mT.

Abbildung 6: Interferenzmuster der roten Spektrallinie einer Cd-Lampe.

| Ordnung | $\Delta s / \text{px}$ | $\delta s / \text{px}$ |
|---------|------------------------|------------------------|
| 1 | 235 | 78 |
| 2 | 237 | 76 |
| 3 | 238 | 86 |
| 4 | 236 | 81 |
| 5 | 243 | 80 |
| 6 | 248 | 86 |
| 7 | 251 | 84 |
| 8 | 245 | 84 |
| 9 | 247 | 83 |
| 10 | 255 | 86 |

Tabelle 2: Abstände der Interferenzmaxima der roten Spektrallinie.

Mit der Formel

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta s}{\Delta s} \cdot \lambda_D \quad (20)$$

und den Werten aus Tabelle 2 sowie dem Dispersionsgebiet $\lambda_D = 48.91$ pm nach Formel 18, kann nun die Wellenlängenverschiebung

$$\delta\lambda = 8.28 \pm 0.34 \text{ pm}$$

berechnet werden. Wird nun die Energiedifferenz

$$|\Delta E| \approx \left| \frac{\delta E}{\delta \lambda} \right| \cdot |\delta\lambda| = \frac{hc}{\lambda^2} \cdot \delta\lambda \quad (21)$$

in Gleichung 16 eingesetzt, kann der Landé-Faktor mit

$$g = \delta\lambda \frac{hc}{\mu_B B \lambda^2}. \quad (22)$$

bestimmt werden. Somit ergibt sich für die rote σ -Spektrallinie

$$g_{Rot} = 0.94 \pm 0.04.$$

Wird der Polarisationsfilter so gedreht, dass die π -Übergänge beobachtet werden, entstehen die Interferenzmuster aus Abbildung 7.



(a) Ohne Magnetfeld.



(b) Magnetfeld von $B = 455.87$ mT.

Abbildung 7: Interferenzmuster der roten Spektrallinie einer Cd-Lampe.

Wie in Kapitel 4 bereits diskutiert wurde, ist bei dem π -Übergang der roten Spektrallinie keine Aufspaltung zu erwarten.

5.3 Blaue SpektralLinie

In Abbildung 8 sind die Interferenzmuster für die Spektrallinie der Wellenlänge $\lambda = 480$ nm dargestellt, wobei aufgrund des Polarisationsfilters nur die Emission des σ -Übergangs beobachtet wird. Die Stromstärke an den Elektromagneten beträgt $I = 3.2$ A, was nach Kapitel 5.1 einem Magnetfeld von $B = 316.16 \pm 24.72$ mT entspricht. Die bestimmten Abstände mit der Unsicherheit $x = 10$ px befinden sich in Tabelle 3.



(a) Ohne Magnetfeld.



(b) Magnetfeld von $B = 316.16$ mT.

Abbildung 8: Interferenzmuster der blauen Spektrallinie einer Cd-Lampe.

| Ordnung | $\Delta s / \text{px}$ | $\delta s / \text{px}$ |
|---------|------------------------|------------------------|
| 1 | 134 | 47 |
| 2 | 129 | 42 |
| 3 | 133 | 43 |
| 4 | 131 | 44 |
| 5 | 130 | 46 |
| 6 | 131 | 48 |
| 7 | 133 | 46 |
| 8 | 128 | 43 |
| 9 | 129 | 45 |
| 10 | 131 | 49 |

Tabelle 3: Abstände der Interferenzmaxima der blauen Spektrallinie.

Mit dem Dispersionsgebiet $\lambda_D = 26.95$ pm und Formel 20 ergibt sich für die Wellenlän-

genverschiebung

$$\delta\lambda = 4.66 \pm 0.34 \text{ pm}$$

und somit der Landé-Faktor der blauen σ -Spektrallinie nach Formel 22:

$$g_{Blau} = 1.37 \pm 0.10$$

6 Diskussion

Ein systematischer Fehler ist die Ungenauigkeit bei der Abstandsmessung der Interferenzmaxima die auf $x = 10$ px geschätzt wurde. Der experimentell bestimmte Landé-Faktor der roten σ -Spektrallinie $g_{Rot}^{exp} = 0.94 \pm 0.04$ weicht um 6% von dem theoretischen Wert von $g_{Rot}^{theo} = 1$ ab. Bei der blauen σ -Spektrallinie ergibt sich der theoretische Wert aus den beiden Faktoren $g_1 = 1.5$ und $g_2 = 2$ zu $g_{Blau}^{theo} = 1.75$. Somit liegt eine Abweichung von 21% zum experimentell bestimmten Landé-Faktor von $g_{Blau}^{exp} = 1.37 \pm 0.10$. Da die Auflösung der Lummer-Gehrcke-Platte zu gering ist um die kleine Aufspaltung sichtbar zu machen, wird der Mittelwert der Landé-Faktoren als Theoriewert angenommen. Diese Abweichungen können unter anderem durch die nicht exakte Bestimmung des verwendeten Magnetfelds hervorgerufen werden. Mit

$$B = \frac{hc}{4\lambda^4} \frac{\lambda_D}{\mu_B g}$$

kann die ideale Magnetfeldstärke für die Beobachtung der Aufspaltung der verschiedenen Spektrallinien bestimmt werden. Für die rote σ -Linie liegt diese bei $B = 632$ mT, die selbst bei einer maximalen Stromstärke von $I = 5$ A nicht erreicht werden konnte. Die Interferenzmuster der blauen π -Linie sind in Abbildung 9 dargestellt. Da in Abbildung 9b keine Aufspaltung zu erkennen ist, ist eine Auswertung aufgrund der unzureichenden Auflösung nicht sinnvoll. Ein Grund dafür könnte die zu hohe optimale Magnetfeldstärke sein, denn diese beträgt nach Gleichung 6 1.253 T. Die Magnetfeldstärke betrug bei der Durchführung 316.16 ± 24.72 mT und somit wurde die ideale Magnetfeldstärke bei weitem nicht erreicht.



(a) Ohne Magnetfeld.



(b) Magnetfeld von $B = 316.16$ mT.

Abbildung 9: Interferenzmuster der blauen Spektrallinie einer Cd-Lampe.

Literatur

- [1] *Abbildung für den Zerfall von Cs-137*. 2022. URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaet-fortfuehrung/versuche/gammaspektrum-von-cs-137>.
- [2] Rick Astley. *Rick Astley - Never Gonna Give You Up (Official Music Video)*. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=dQw4w9WgXcQ> (besucht am 25.10.2009).
- [3] *Auflösungsvermögen*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/aufloesungsvermoegen/961> (besucht am 08.07.2022).
- [4] Reichelt Chemietechnik GmbH. *polyoxymethylene*. URL: <https://www.rct-online.de/de/RctGlossar/detail/id/17> (besucht am 04.11.2022).
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.

- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [7] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [8] *Literaturwert für spezifische Wärmekapazität von Wasser*. 2020. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%5C%C3%5C%A4rmekapazit%5C%C3%5C%A4t.html (besucht am 01.11.2020).
- [9] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [10] HUG Technik. *Metallische Werkstoffe, Physikalische Eigenschaften*. URL: <https://www.hug-technik.com/inhalt/ta/metall.htm> (besucht am 04.11.2022).
- [11] *Versuchsanleitung zu Versuch V27*. Fakultät Phyik, TU Dortmund. 2022.