Árboles de Expresión

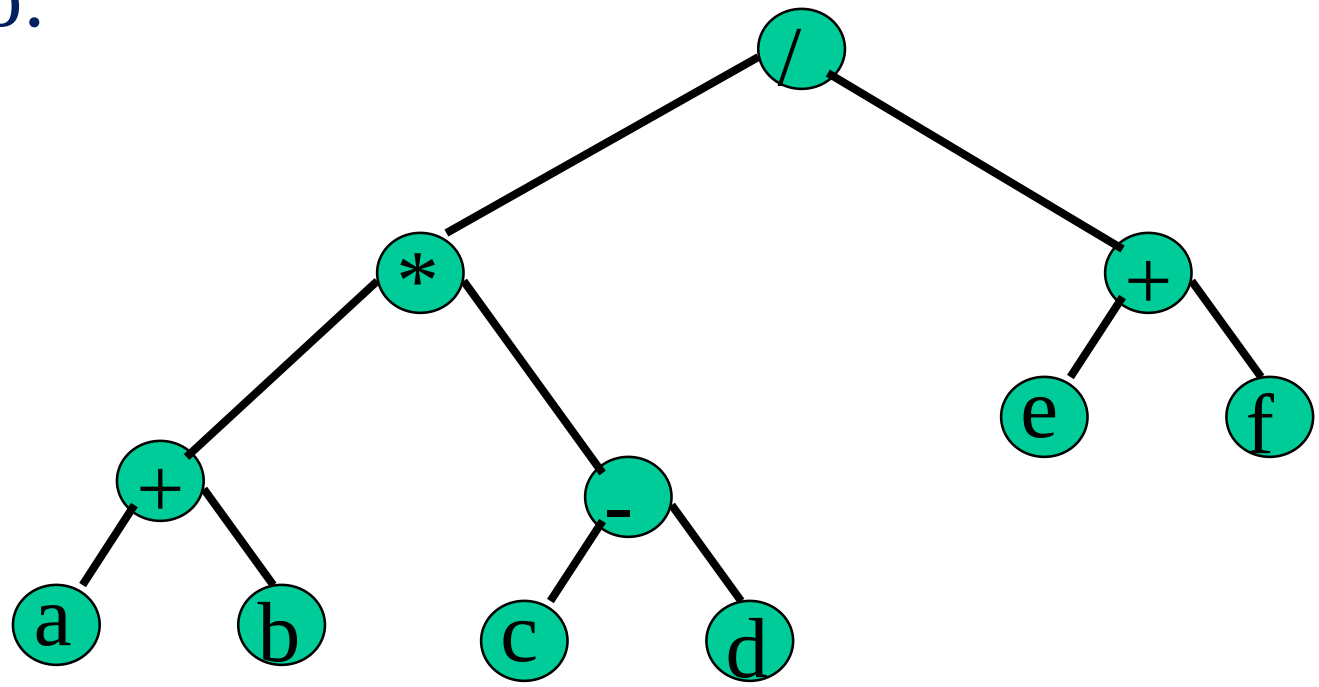
Árbol de Expresión

Es un árbol binario asociado a una expresión aritmética

- Nodos internos representan operadores
- Nodos externos (hojas) representan operandos

Árbol de Expresión

Ejemplo:



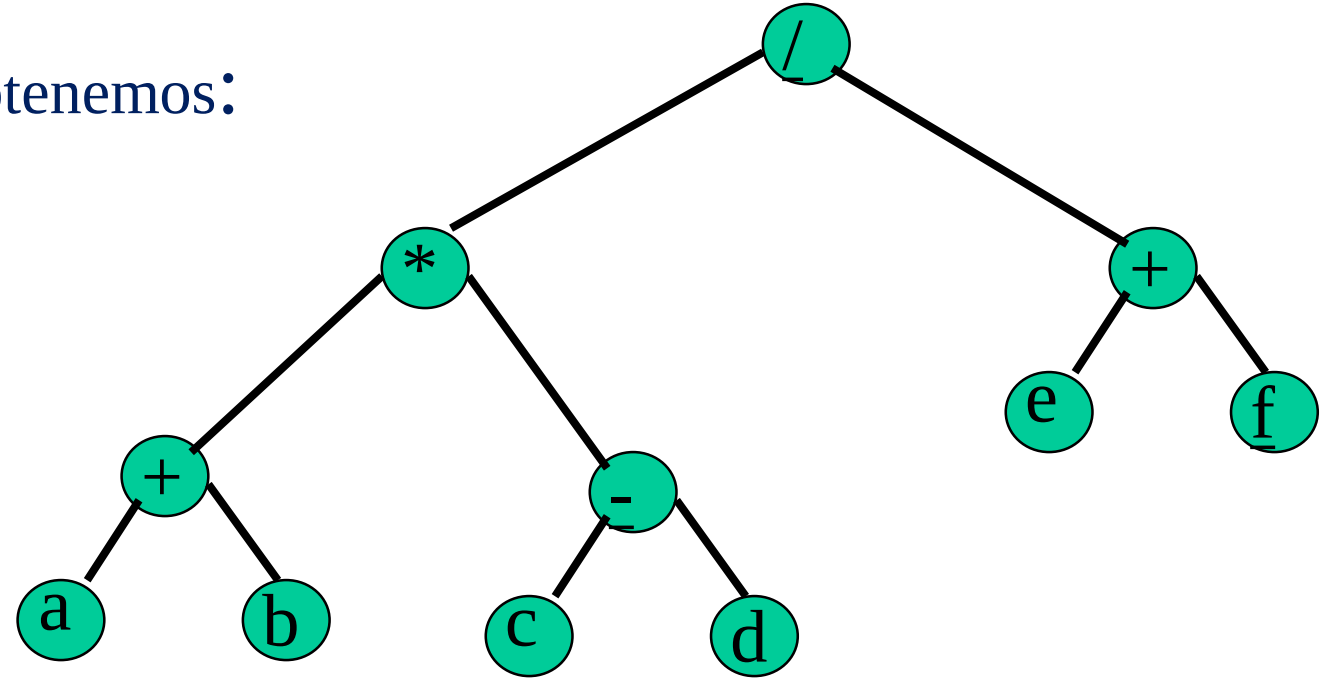
Árbol de Expresión

Aplicaciones:

- En compiladores para analizar, optimizar y traducir programas
- Evaluar expresiones algebraicas o lógicas
  - No se necesita el uso de paréntesis
- Traducir expresiones a notación sufija, prefija e infija

Árbol de Expresión

Recorriendo el árbol, obtenemos:



Inorden: (((a + b) * (c – d)) / (e + f))

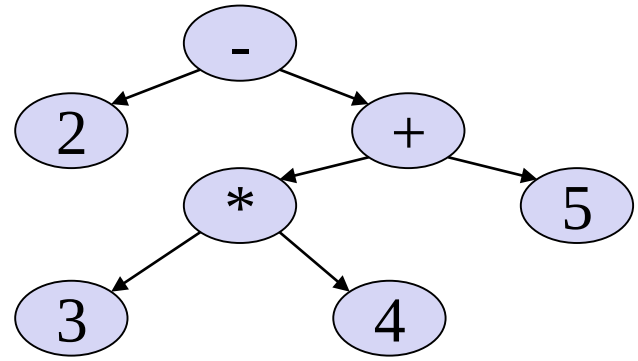
Preorden: /*+ab-cd+ef

Postorden: ab+cd-*ef+/

Construcción de un árbol de expresión

A partir de una:

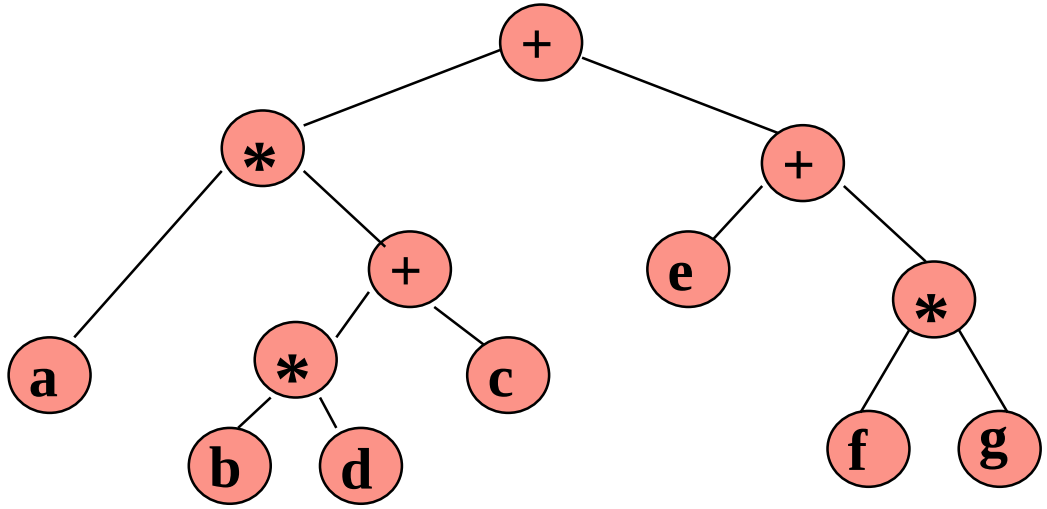
1) Expresión postfija
2) Expresión prefija
3) Expresión infija



Árboles binarios de expresión

Expresión algebraica :

a*(b*d +c) + (e+ f*g)



Expresión **prefija** → + * a + * b d c + e * f g

Expresión **postfija** → a b d * c + * e f g * + +

Expresión **infija** → ((a *((b * d) + c)) + (e + (f * g)))

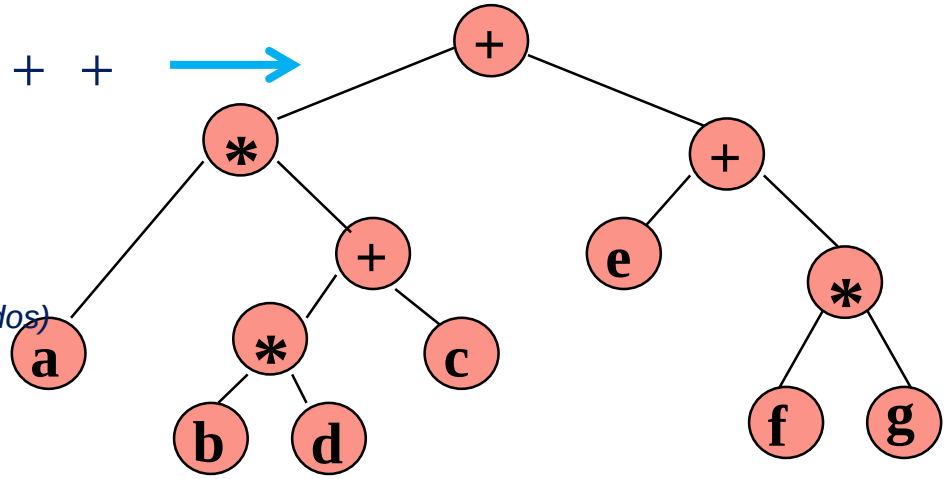
1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→ creo un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
*→ - **creo** un nodo R,*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*
*- **apilo** R.*
tomo otro carácter
fin

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

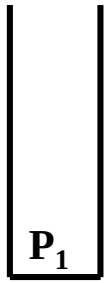
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + + +



Algoritmo:

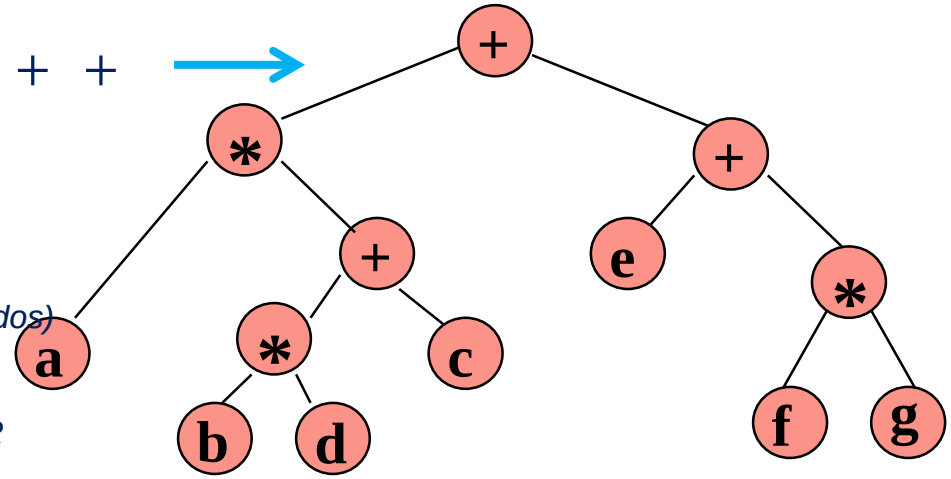
tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

a b d * c + * e f g * + + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

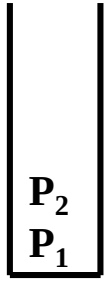
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + + +

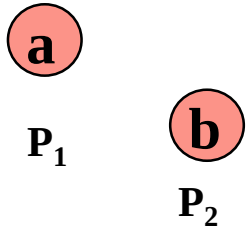


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

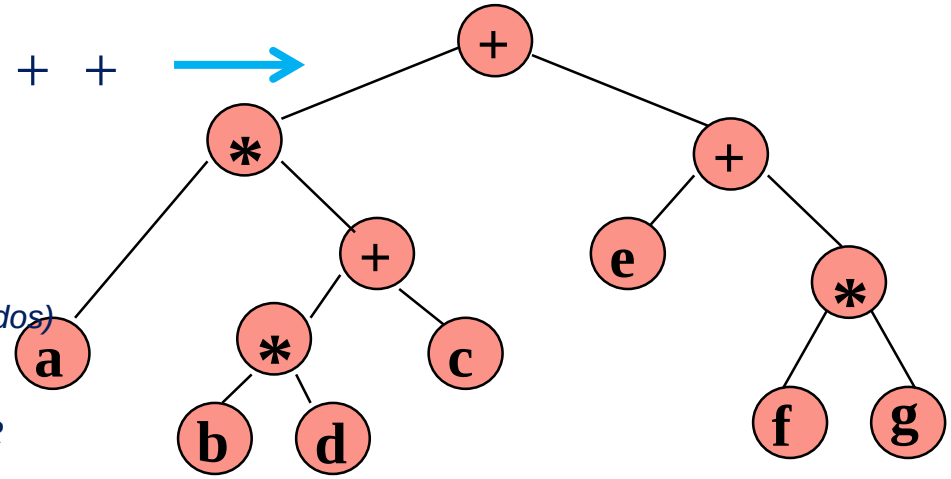
a b d * c + * e f g * + + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

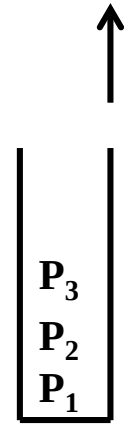
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + + +

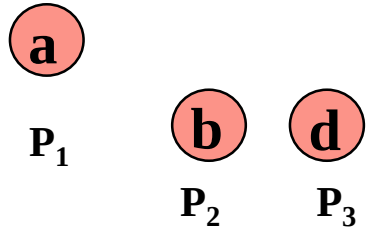


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

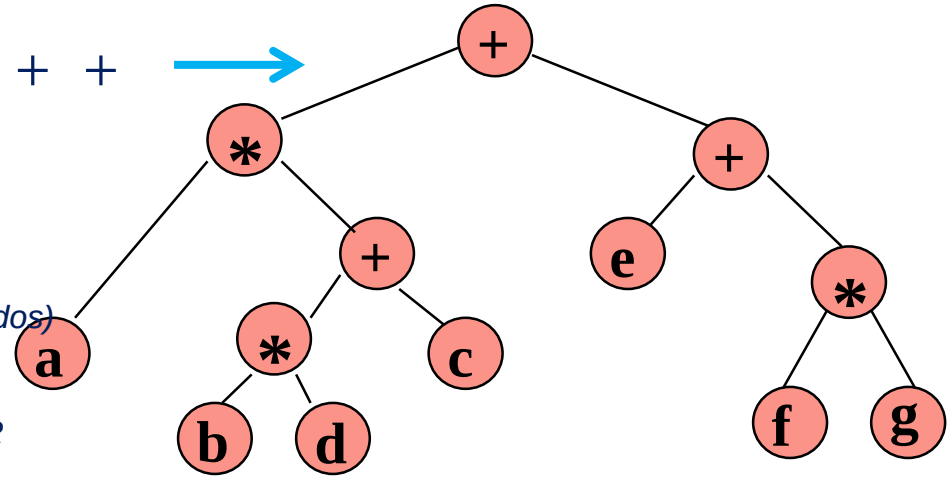
~~a~~ ~~b~~ d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

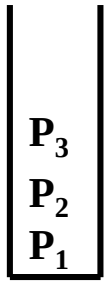
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

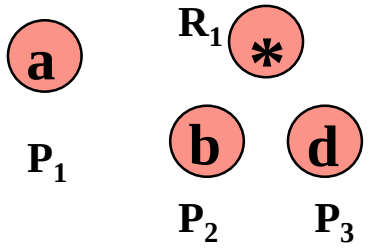


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

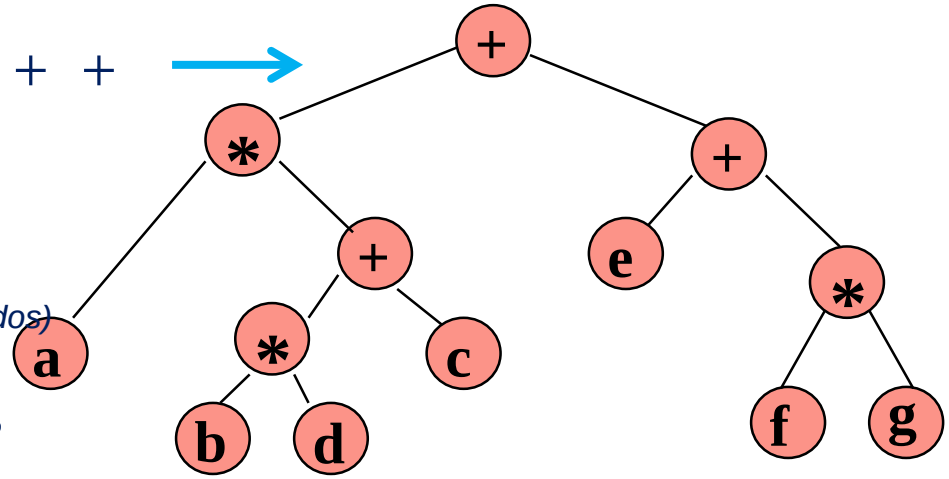
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

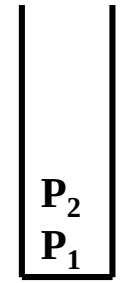
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

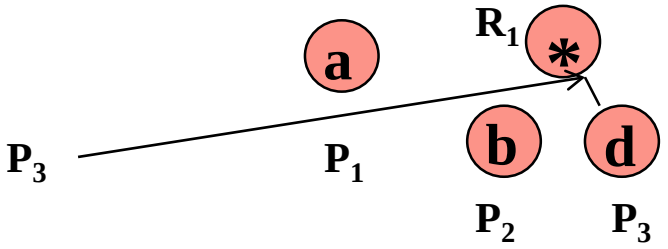


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

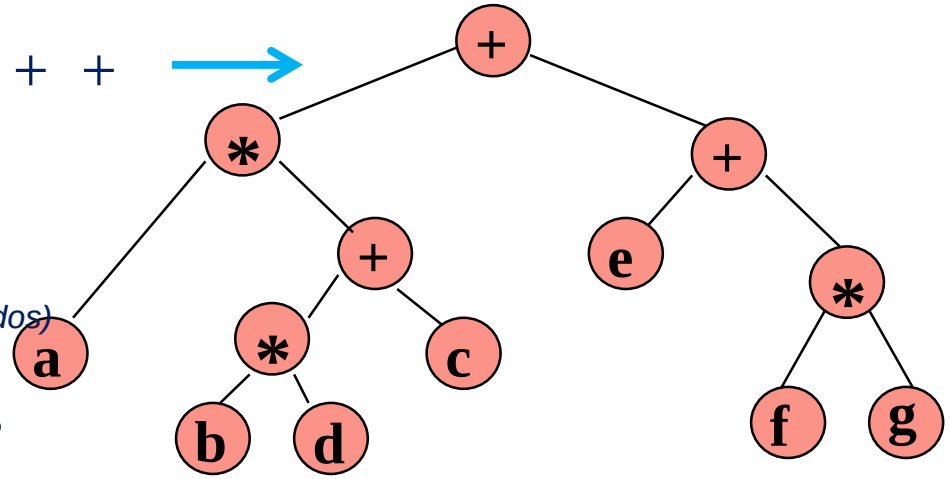
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

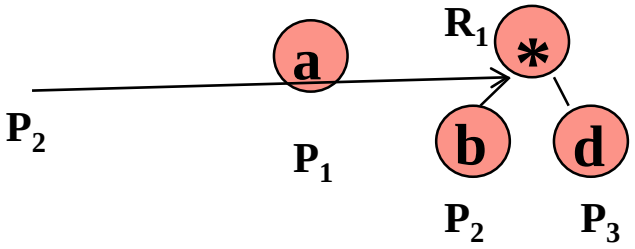
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +



Algoritmo:

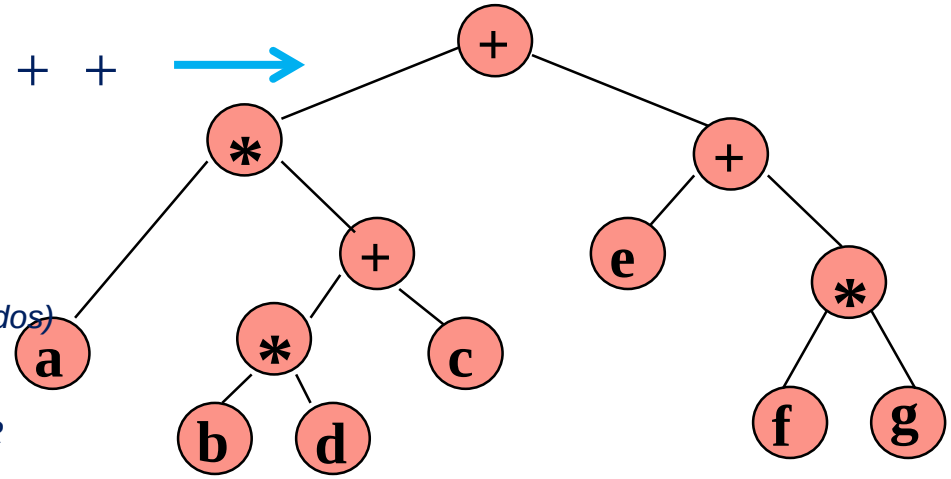
tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
*si es un **operando** → **creo** un nodo y lo apilo.*
*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
*→ - **creo** un nodo R,*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*
*- **apilo** R.*
tomo otro carácter
fin

a b d * c + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

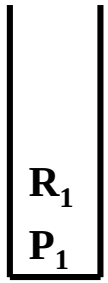
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

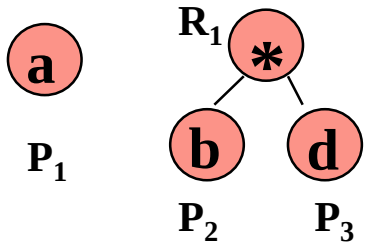


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

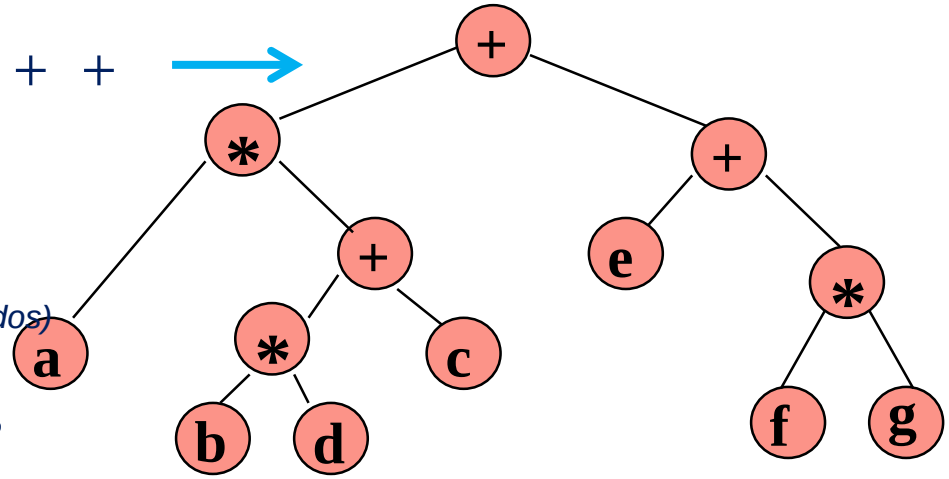
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

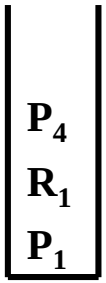
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

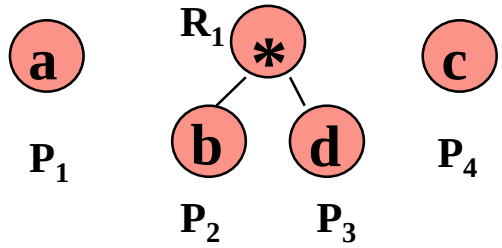


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
*si es un **operando** → **creo** un nodo y lo apilo.*
*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
*→ - **creo** un nodo R,*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*
*- **apilo** R.*
tomo otro carácter
fin

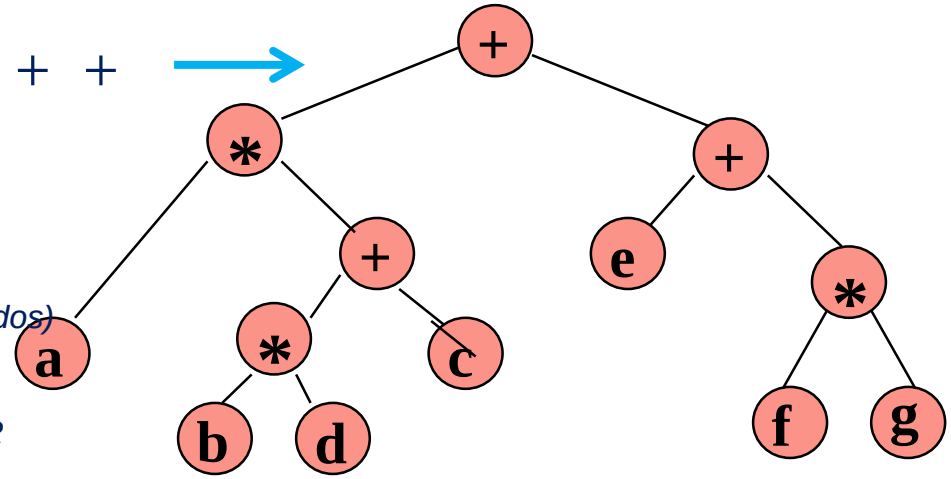
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

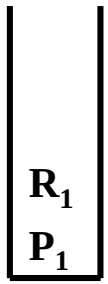
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

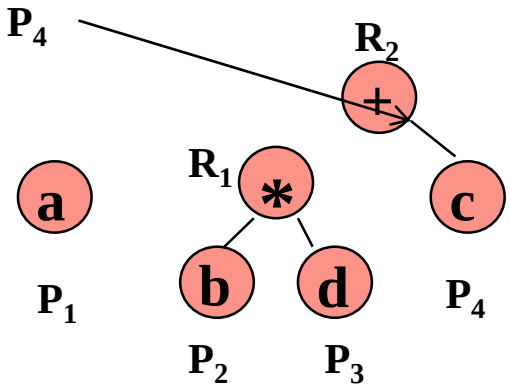


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

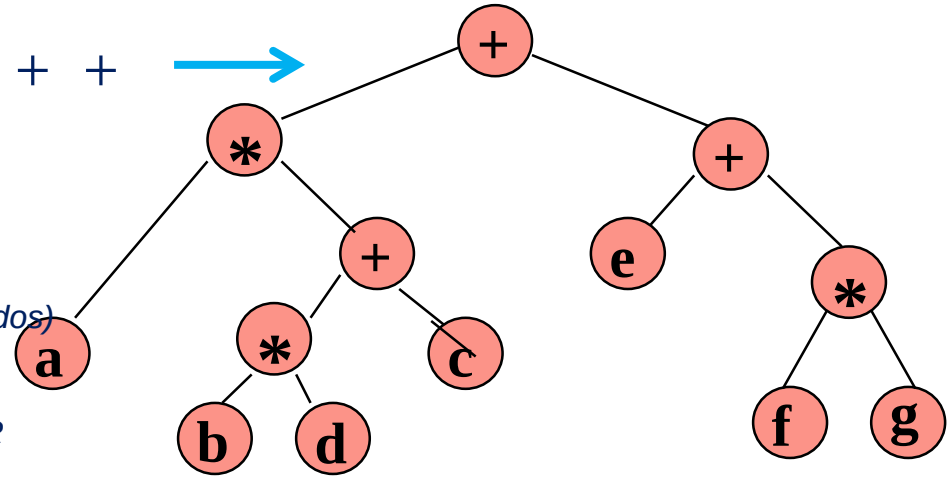
~~a b d * c~~ + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

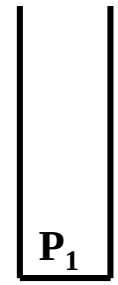
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

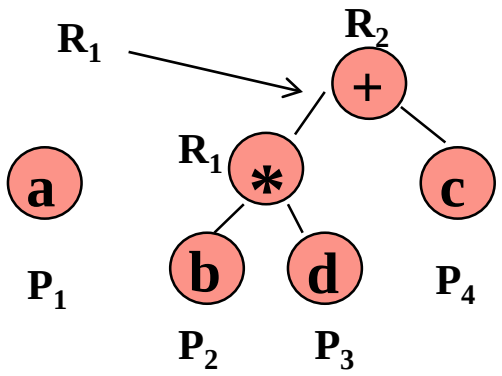


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

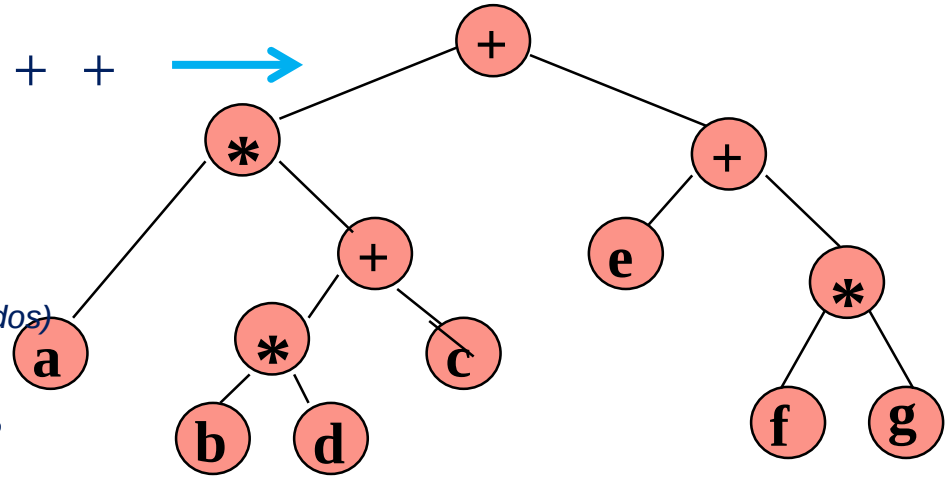
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

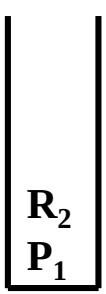
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + + +

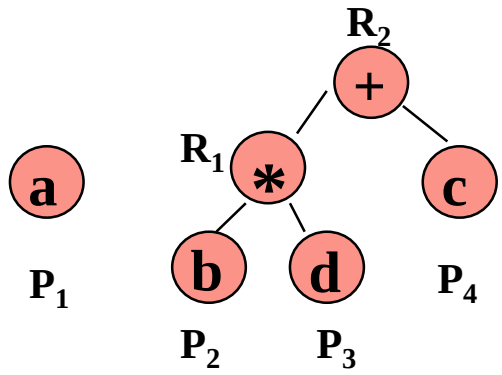


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

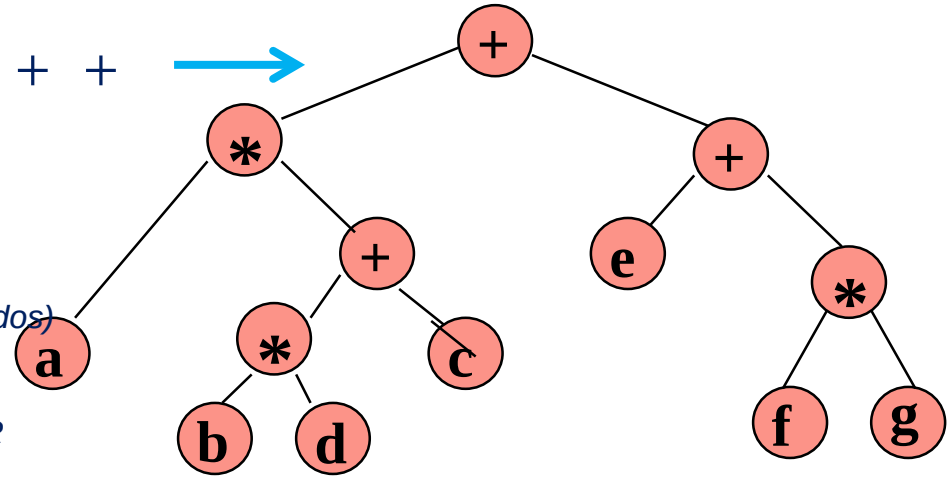
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

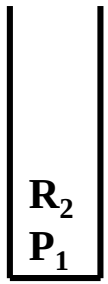
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

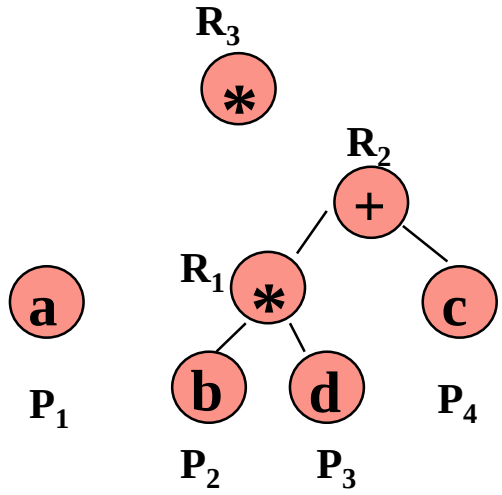


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

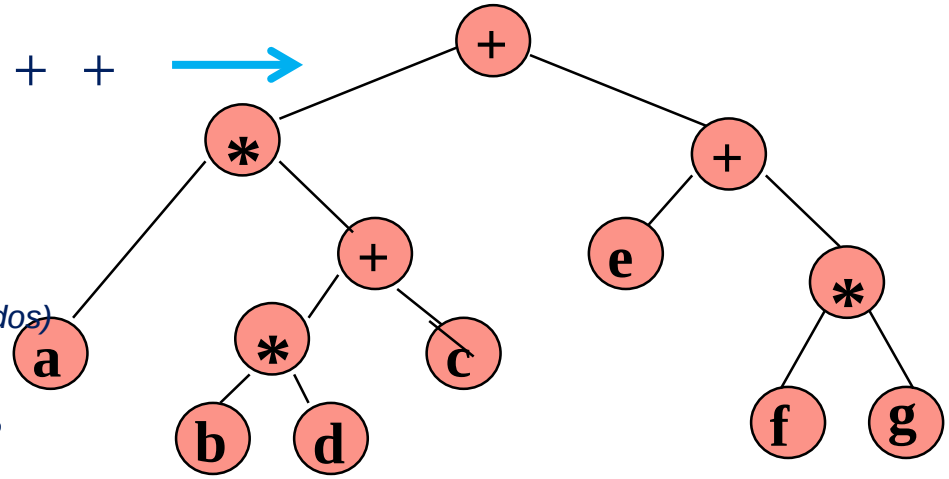
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

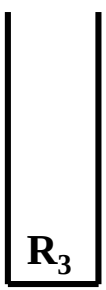
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

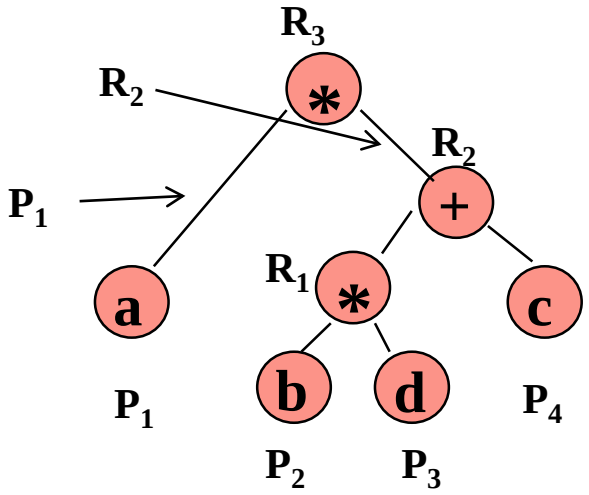


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
si es un ***operando*** *→* ***creo*** *un nodo y lo apilo.*
si es un ***operador*** *(lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
→ - ***creo*** *un nodo R,*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo derecho de R*
- ***desapilo*** *y lo agrego como hijo izquierdo de R*
- ***apilo*** *R.*
tomo otro carácter
fin

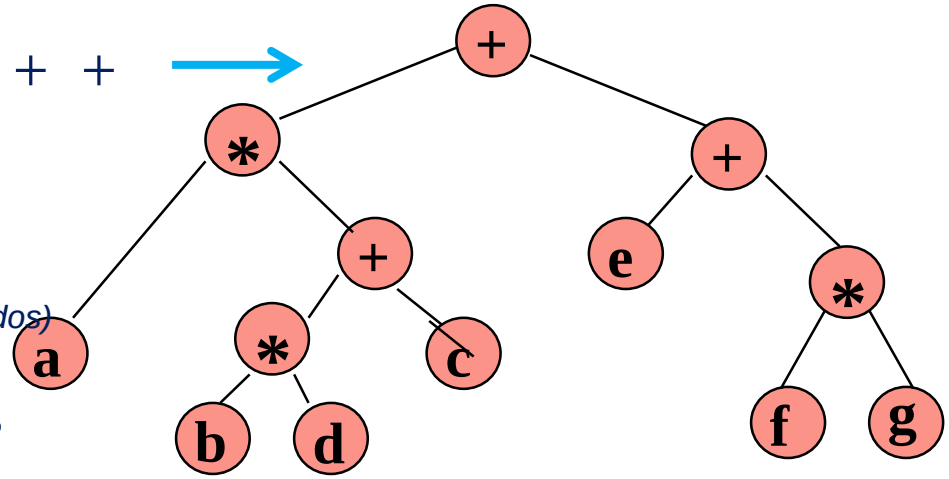
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

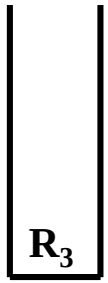
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

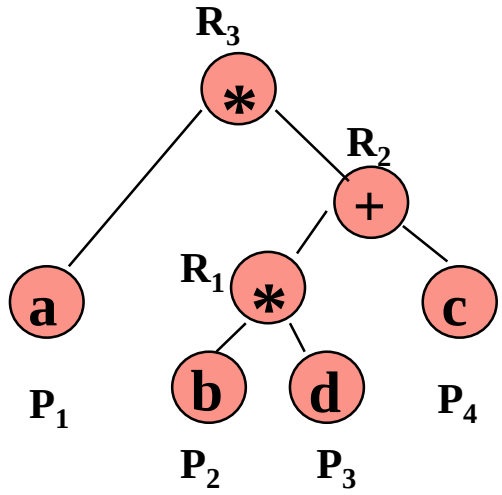


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
*si es un **operando** → **creo** un nodo y lo apilo.*
*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
*→ - **creo** un nodo R,*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*
*- **apilo** R.*
tomo otro carácter
fin

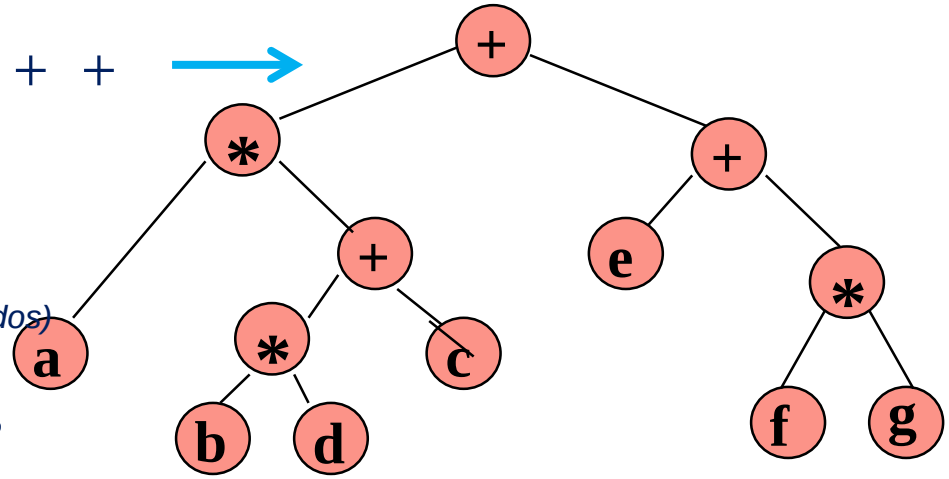
a b d * c + * e f g * + +





1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

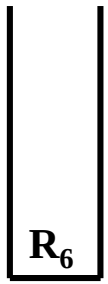
Expresión postfija: a b d * c + * e f g * + +

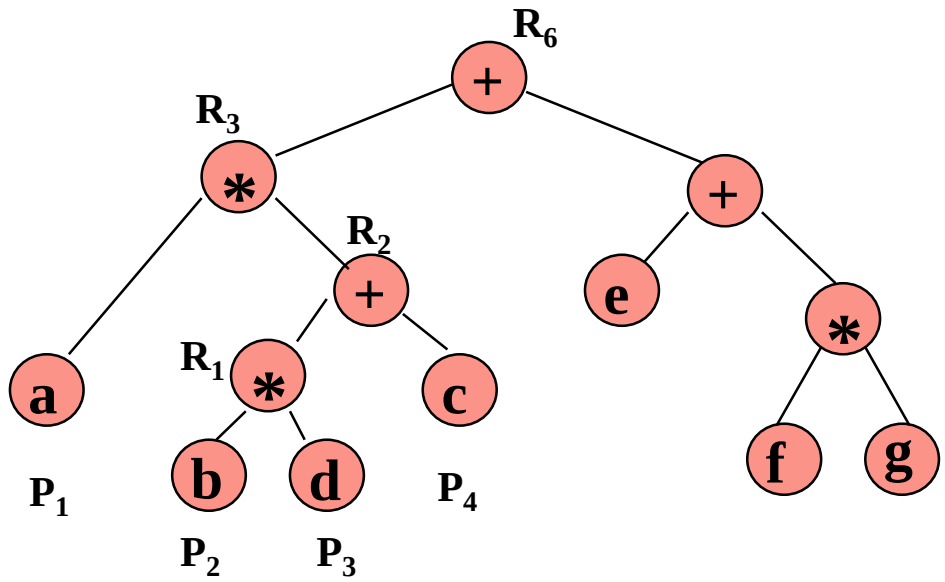


Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer
*si es un **operando** → **creo** un nodo y lo apilo.*
*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*
*→ - **creo** un nodo R,*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*
*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*
*- **apilo** R.*
tomo otro carácter
fin

a b d * c + * e f g * + +





2) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión prefija

Algoritmo:

ArbolExpresión (A: ArbolBin, exp: string)

si exp nulo → nada.
si es un operador → - creo un nodo raíz R
- ArbolExpresión (subArbIzq de R, exp (sin 1° carácter))
- ArbolExpresión (subArbDer de R, exp (sin 1° carácter))
si es un operando → creo un nodo (hoja)

3) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión infija

Expresión infija

(i)

Se usa una pila y se tiene en cuenta la precedencia de los operadores

Expresión postfija

2+5*3+1

253*+1+

3) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión infija

Expresión infija

(i) *Se usa una pila y se tiene en cuenta la precedencia de los operadores*

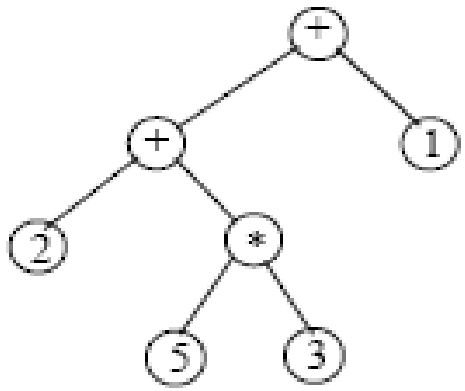
Expresión postfija

(ii) *Se usa la estrategia 1)*

Árbol de Expresión

2+5*3+1

253*+1+



-Convertir una expresión infija en árbol de expresión: se debe convertir la expresión infija en postfija (i) y a partir de ésta, construir el árbol de expresión (ii).

(i) Estrategia del Algoritmo para convertir exp. infija en postfija :

a) si es un operando → se coloca en la salida.
b) si es un operador → se maneja una pila según la prioridad del operador en relación al tope de la pila

operador con > prioridad que el tope –> se apila
operador con <= prioridad que el tope –> se desapila elemento colocándolo en la salida.
Se vuelve a comparar el operador con el tope de la pila

c) si es un "(" , ")" → "(" se apila
")" se desapila todo hasta el "(", incluído éste

d) cuando se llega al final de la expresión, se desapilan todos los elementos llevándolos a la salida, hasta que la pila quede vacía.

Operadores ordenados de mayor a menor según su prioridad:

^ (potencia)

*, / (multiplicación y división)

+, - (suma y resta)

Los " (" siempre se apilan como si tuvieran la mayor prioridad y se desapilan <u>sólo</u> cuando aparece un ") " .

Evaluar un árbol de expresión

Algoritmo:

EvaluarAE (A: ArbolBin)

*si dato es **operador** →*

*EvaluarAE (subArbIzq de A) **operador** EvaluarAE (subArbDer de A)*

si es un operando → Retornar el dato del nodo (hoja)

Evaluar un árbol de expresión

Algoritmo:

Integer EvaluarAE (A: ArbolBin)

*si dato es **operador** //*

valorIzq = EvaluarAE (subArbIzq de A)

valorDer = EvaluarAE (subArbDer de A)

*según el valor **operador** {*

*"**+**" : retornar valorIzq **+** valorDer*

*"**-**" : retornar valorIzq **-** valorDer*

*"*****" : retornar valorIzq ***** valorDer*

*"**/**" : retornar valorIzq **/** valorDer }*

*si es un **operando** → Retornar el dato del nodo (hoja)*

Evaluar una expresión postfija

¿Cómo evaluar una expresión postfija?

mientras (existe carácter) hacer

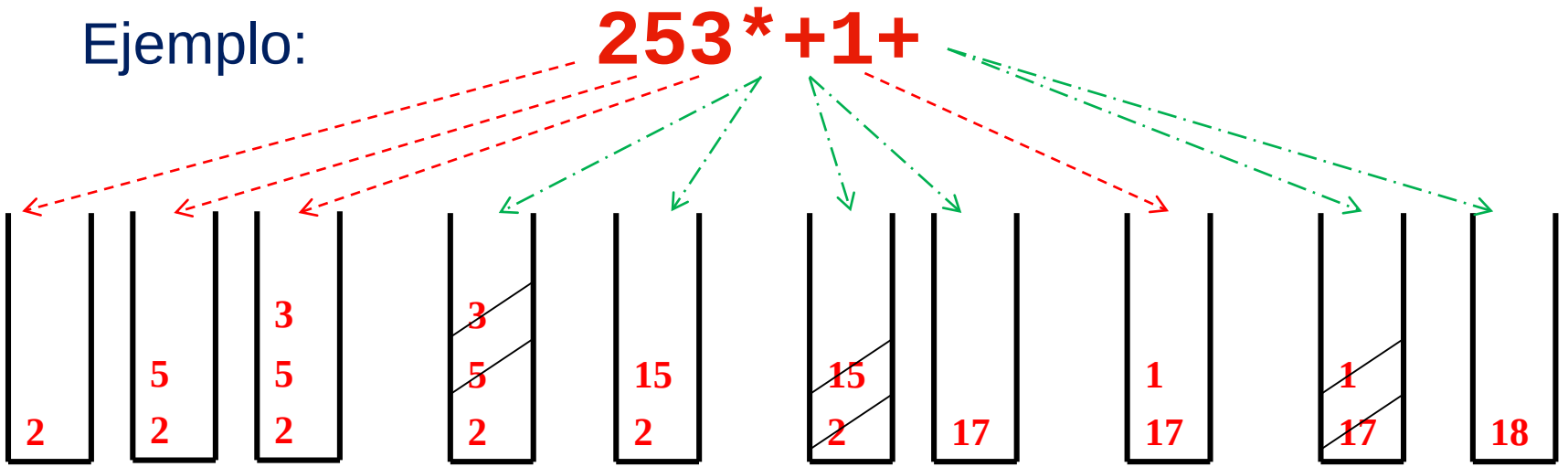
si es un operando → se apila
si es un operador → se desapila el tope (O2)
se desapila el tope (O1)
R1 = O1 ***operador*** *O2*
se apila R1

fin

Evaluar una expresión postfija

¿Cómo evaluar una expresión postfija?

Ejemplo: **253*+1+**



O2 = 3
O1 = 5
R1 = 5 * 3 = 15

O2 = 15
O1 = 2
R1 = 2 + 15 = 17

O2 = 1
O1 = 17
R1 = 17 + 1 = 18

Ejercitación

Árbol binario de expresión

Ejercicio 1.

✓*Dada la siguiente expresión postfija :* ***I J K + + A B * C - ****, dibuje su correspondiente árbol binario de expresión*

✓*Convierta la expresión* ***((a + b) + c * (d + e) + f) * (g + h)*** *en expresión prefija*

Ejercicio 2.

✓*Dada la siguiente expresión prefija :* **** + I + J K - C * A B*** *, dibuje su correspondiente árbol binario de expresión*

✓*Convierta la expresión* ***((a + b) + c * (d + e) + f) * (g + h)*** *en expresión postfija*

Ejercicio: **Expressions** uva.onlinejudge.org/external/112/11234.pdf

Las expresiones aritméticas generalmente están escritas con los operadores entre los operandos (se llama notación infija). Por ejemplo, ***(x + y) * (z – w)*** es una expresión aritmética en notación infija. Sin embargo, es más fácil escribir un programa para evaluar una expresión, si la expresión está escrita en notación postfija (también conocida como notación polaca) . Por ejemplo, ***x y + z w - ** es la notación postfija de la expresión anterior. En este caso, no se requieren paréntesis.

Para evaluar una expresión postfija, se usa un algoritmo que trabaja con una pila (con sus operaciones **apilar y desapilar**).

Ahora imagine que usamos una cola en lugar de una pila. La cola trabaja con las operaciones **encolar y desencolar**.

¿Puede reescribir la expresión dada de manera que el resultado del algoritmo usando la cola sea el mismo que el resultado de la expresión original evaluada usando una pila?

Ejercicio: **Expressions** https://onlinejudge.org/external/112/11234.pdf

Input

La primera línea contiene un número T ($T \leq 200$). Las siguientes T líneas contienen una expresión en notación postfija. Los operadores aritméticos están representados por letras mayúsculas y los números por letras minúsculas. Se puede asumir que la longitud de cada expresión es menor que 10000 caracteres.

Output

Para cada expresión dada, imprima la expresión que devuelva el mismo resultado usando el algoritmo con una cola en lugar de una pila. Para que la solución sea única, no se permite asumir que los operadores son asociativos o conmutativos.

Ejemplo

Input:
2
xyPzwIM
abAcefBCD

Output:
wzyxIPM
feBcbaCAD