Matemática II – Segundo parcial primera fecha **7/12/2009** **Tema 6**

1. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-2}{2x^3}$ determinar:

a) su dominio ; b) intersecciones con los ejes; c) asíntotas verticales, si es que existen; d) comportamiento de ***f(x)*** cuando $x \to \pm\infty$; e) intervalos de crecimiento/decrecimiento; f) máximos y mínimos locales y/o absolutos, si es que existen; g) puntos de inflexión, si es que existen, y concavidad. Graficar de acuerdo con lo obtenido

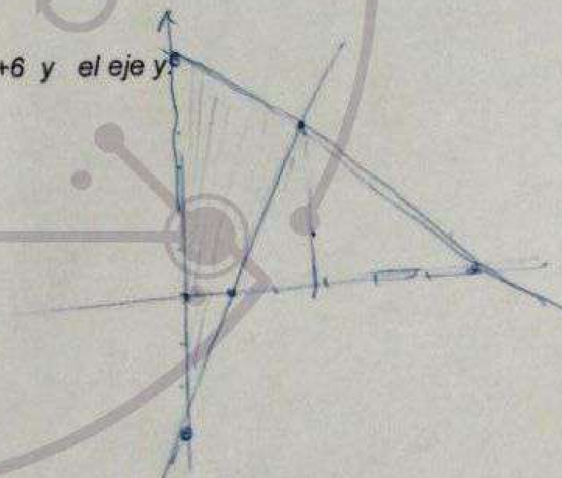
2. a) Halle la derivada de la siguiente función: $f(x)=\dfrac{\cos(x^2-1)}{\sqrt{x-2}}$

b) Sea $f(x)=ax^2-c$, **demuestre** utilizando la definición, que $f'(x)=2ax$

3. a) Enunciar el Teorema de Rolle.

b) Defina qué es la primitiva de una función F(x). Es única? Demuestre lo que afirma.

4. Hallar el área de la región limitada por *y = 3x -3* , *y = -x +6* y *el eje y*.



5. Calcular a) $\displaystyle\int \frac{\cos x+1}{senx+x}dx$ b) $\displaystyle\int xe^x dx$

Tema 7

Matemática II – 1er parcial 1era fecha – 7/10/10

1) a) Defina el dominio de las siguientes funciones: $f(x) = x+5$ $\quad g(x) = \sqrt{2x+1}$

b) Determine las funciones compuestas $g \circ f$ y $f \circ g$ y describa sus dominios

2) a) Dar la definición de función continua en un punto

b) Sea $g(x) = \begin{cases} 1-x & x<1 \\ 1 & x=1 \\ \dfrac{2x}{5}-1 & x>1 \end{cases}$ Dar el conjunto donde la función es continua. Si hay discontinuidades decir si son evitables o escenciales. **Justifique**

3) a) Enunciar el criterio de limites indeterminados para $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ cuando $\lim_{x \to x_0} g(x) = 0$

b) Sea $f(x) = \dfrac{x-5}{x^2-4}$. Analizar los límites del numerador y del denominador, cuando $x \to 2$. Utilizar el criterio de límites indeterminados para indicar el valor de $\lim_{x \to 2} f(x)$ si es que existe.

4) Analizar si la siguiente función es derivable en x=0 $\quad f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x \geq 0 \\ -2x-1 & x<0 \end{cases}$

5) Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique gráficamente si son verdaderas y con un contraejemplo si son falsas:

a) *Si f* es continua en x_0 $\Rightarrow$ *f* es derivable en x_0

b) La función f(x) definida en R y continua en [a,b] cumple que f(a)<0 y f(b) >0 entonces existe un valor en [a,b] donde j(x)= 0

... con los puntos

o no debe ser continua.

Matemática II – Segundo parcial primera fecha 9/12/2013

Tema 4

1. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-9}$ determinar:

a) su dominio ; b) intersecciones con los ejes; c) asíntotas verticales, si es que existen; d) comportamiento de ***f(x)*** cuando $x \to \pm\infty$; e) intervalos de crecimiento/decrecimiento; f) máximos y mínimos locales y/o absolutos, si es que existen; g) puntos de inflexión, si es que existen, y concavidad. Graficar de acuerdo con lo obtenido.

2. La ecuación de la recta tangente a una curva en el punto de coordenadas $(1,3)$ es $y=-x+4$. Si en cualquier punto ***(x,y)*** de la misma es $y''=-6x$, hallar una ecuación de la curva.

3. Hallar: a) $\int x sen 3x dx$; b) $\int \sqrt[20]{(x^3+3x)}.(x^2+1)\, dx$

4. Sea *f* una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b).

Demostrar que si $f'(x)>0$ en cada punto de (a,b) entonces *f* es creciente en $[a,b]$.

(Recordar el Teorema del Valor Medio aplicado a dos puntos del intervalo)

5. Hallar el área de la región limitada por las gráficas de: $y=x^2+3$, $y=2x+6$

pendiente 2.

Tema 6

Matemática II – 1er parcial 3era fecha – 4/11/13

1) a) Determinar el dominio de la siguiente función: $t(x)=\dfrac{x^2-8}{-3x^2+2x^4}$

b) Decir si es par o impar justificando lo que afirma

2) a) Sea $g(x)=\begin{cases}3-2x & x<2\\ 1 & x=2\\ x^3-9 & x>2\end{cases}$ Analizar si existe $\lim_{x\to 2} g(x)$ **justificando la respuesta**

b) Dar el conjunto donde la función es continua. Si hay discontinuidades decir si son evitables o esenciales. **Justifique**

3) Si $f(x)=ax^2+bx+1$, hallar a y b de manera que su gráfica pase por el punto de coordenadas (-1,3) y la recta tangente en dicho punto tenga pendiente -3.

4) Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justifique gráficamente si son verdaderas y con un contraejemplo si son falsas:

a) *Sean* f y g funciones tales que $\lim_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=L$ y $\lim_{x\to x_0} g(x)=0 \Rightarrow \lim_{x\to x_0} f(x)$ no existe

b) La función $j(x)$ definida en $\mathbb{R}$ y continua en [a,b] cumple que $j(a)>0$ y $j(b)<0$ entonces existe un valor en [a,b] donde $j(x)=0$

5) Calcular: **a)** $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x^4+8x^3-1}{x^6+12}$ **b)** $f'(x)$, siendo $f(x)=\dfrac{5x^3-\ln(8x)}{-x^6}$

$\lim_{x\to\infty} 3x^3+x^2+3$

Tema 4 **Matemática II – 1er parcial 2da fecha –15/10/15**

Apellido y nombre: [redacted]

1) a) Definir qué es una función impar.

b) Demostrar que la función $g(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$ es una función impar para cualquier función f.

2) a) Enunciar el teorema del encaje

b) Calcular el $\lim\limits_{x\to 3} g(x)$ si se cumple que $|g(x)+2|\leq 3(x-3)^2$

3) a) Decidir si la siguiente función presenta una asíntota vertical en x=-3: $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+3}$ justifique.

b) Hallar la derivada de $f(x)=\dfrac{(x^3-6)e^{3x-2}}{senx}$

s/h

4) a) Definir continuidad de una función en un punto.

b) Dar el valor de k, para que *f(x)* sea continua en *x=0*. ***Justifique***

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{5-5\cos 2x}{4x} & x\neq 0\\ k-4 & x=0\end{cases}$$

5) Si $f(x)=ax^2+bx-2$, hallar *a* y *b* de manera que la curva pase por (1,3) y la recta tangente en ese punto tenga pendiente 2.

Tema 6

Tema 5 Matemática II – 1er parcial 2da fecha –1 5/10/15

Apellido y nombre:..

1) a) Definir qué es una función par.

b) Demostrar que la función $g(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$ es una función par para cualquier función f.

2) a) Enunciar el teorema del encaje

b) Calcular el $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ si se cumple que $|g(x)-1| \le 5(x-1)^2$

3) a) Decidir si la siguiente función presenta una asíntota vertical en x=-2: $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$ justifique.

b) Hallar la derivada de $f(x)=\dfrac{x sen 3x}{\cos 3x-5x}$

4) a) Definir continuidad de una función en un punto.

b) Dar el valor de k, para que *f(x)* sea continua en *x=0. **Justifique***

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{sen 3x}{15x} & x\neq 0\\ 2k & x=0\end{cases}$$

5) Si $f(x)=ax^2+bx+4$, hallar *a* y *b* de manera que la curva pase por (1,3) y la recta tangente en ese punto tenga pendiente 2.

MATEMÁTICA II 2015 2do Sem

Ejemplo resuelto

Dada la función $f(x)=\begin{cases} bx^2+9x, & x\le 1 \\ 15x-3, & x>1 \end{cases}$

1) Encontrar b para que f sea continua
2) Estudiar si f es o no derivable en x=1.

Solución

1) Las funciones polinómicas son continuas en todo su dominio.
Como cada tramo de esta función es un polinomio, el punto que queda para analizar es x=1.
Para que sea continua en tal punto deben existir $\lim_{x\to 1} f(x)$, $f(1)$ y coincidir.

Existirá el $\lim_{x\to 1} f(x)$ si existen los límites laterales por izquierda y por derecha y ambos son iguales.

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} bx^2+9x = b+9$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 15x-3=12$$

igualando $b+9=12$, resulta $b=3$

Con $b=3$ los límites laterales coinciden, entonces existe $\lim_{x\to 1} f(x)=12$.

La función evaluada en 1 debe dar el mismo valor, $f(1)=3.1^2+9.1=12$.
Con el valor $b=3$ la función es continua en x=1 y, en este caso, en todo su dominio que es $\mathbb{R}$

2) La función $f(x)=\begin{cases} 3x^2+9x, & x\le 1 \\ 15x-3, & x>1 \end{cases}$ tiene una expresión a izquierda de 1 y otra a derecha de 1. Para ver si es o no derivable en **x=1**, se calculan (***por definición***) las derivadas laterales $f'_-(1)$ y $f'_+(1)$.
$f(x)$ será derivable en x=1 ***si y sólo si*** ambas existen y coinciden,

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{3(1+h)^2+9(1+h)-\left[3.1^2+9.1\right]}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{3h^2+15h}{h} =$$
$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{h(3h+15)}{h} = \lim_{h\to 0^-} (3h+15) = 15 = f'_-(1).$$

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{15(1+h)-3-\left[3.1^2+9.1\right]}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{15+15h-3-3-9}{h} =$$
$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{15h}{h} = \lim_{h\to 0^+} 15 = 15 = f'_+(1).$$