

Plan 2003 - 22/02/2005

1. Análisis completo de $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Graficar. Dar la ecuación de la recta tangente en el punto (1,0). Graficar
2. Sabiendo que $f(x)$ y $g(x)$ son continuas e integrables en $[0, c]$; $f(0) = g(0) = 0$. Demostrar.

$$\int_0^a f(x) g''(x) dx = f'(a) g'(a) - f'(a) g'(a) + \int_0^a f''(x) g(x) dx$$
3. Hallar la primitiva
 - a) $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$
 - b) $\int \frac{3x}{\sqrt{4-x^2}} dx$
4. Buscar y clasificar los puntos críticos de $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2 y + 4$.
5. Con $f(x, y) = e^{xy}$.
 - a) Demostrar que $x f_y(x, y) = y f_x(x, y)$.
 - b) Demostrar que la función admite plano tangente en todo su dominio.
 - c) Dar la ecuación de plano tangente en $(1, 1, e)$.

Plan 2003 - ??/03/2007

1. Dada $f(x) = \begin{cases} 6kx - 1 & \text{si } x \geq 1 \\ 3kx^2 + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$.
 - a) Encontrar los valores de k para que f resulte continua en \mathbb{R} .
 - b) Analizar la derivabilidad en \mathbb{R} .
2. Graficar $f(x) = 2xe^{-x}$ explicando: dominio, punto de discontinuidad, puntos críticos, máximos y mínimos locales y absolutos, regiones de crecimiento y decrecimiento, comportamiento en $+\infty$ y $-\infty$. Regiones de convexidad, puntos de inflexión.
3. Calcular las primitivas de:
 - a) $\int x^3 e^{x^2} dx$
 - b) $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$
4. Sea f una función con derivada continua, demostrar que

$$\int f(x) dx = x f(x) - \int x f'(x) dx$$
5. Calcular el área de la región limitada por el gráfico de $y = \ln x$, los ejes y , $y = 3$. Graficar.

Plan 2003 - 27/10/2008

1. Determinar el dominio de la función y decir si es par o impar:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 9}$$

2.

- a) Dar la definición de una función continua en un punto.

- b) Dar el valor k , para que $f(x)$ sea continua en $x=2$. Justifique.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \geq 2 \\ kx & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

3.

- a) Enunciar el teorema del valor intermedio y dar una interpretación geométrica.

- b) Sea $f(x)$ continua en $[a, b]$ y sea $\text{signo}(f(a)) \neq \text{signo}(f(b))$; ¿puede afirmar que $\exists c, c \in [a, b] \mid f(c) = 0$? Justifique.

4.

- a) Hallar y' usando derivación implícita:

$$x^4 + 2xy + y^2 = 1$$

- b) Hallar la derivada de $f(x) = \frac{\ln(x^3 + \cos x)}{x^5}$.

5. Calcular el siguiente límite $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$.

Plan 2003/2007 - 01/12/2009

1. Dada la función, determinar:

- a) Dominio.
b) Asíntotas.
c) Comportamiento de $f(x)$ cuando $x \rightarrow \pm\infty$.
d) intervalos de crecimiento/decrecimiento
e) concavidad.

Graficar de acuerdo con lo obtenido.

2.

- a) Encontrar b para que $g(x)$ sea continua $g(x) = \begin{cases} 7x - 4 & x < 1 \\ bx^3 - x & x \geq 1 \end{cases}$

- b) Decir si $g(x)$ es o no derivable en $x=1$. Probar lo que afirma

3.

- a) Enunciar el Teorema del Encaje.

- b) Hallar $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ si $|g(x) - 1| \leq 3(x-1)^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

4. Hallar, indicando el método de integración utilizado.

a) $\int \sqrt{\sin x} \cos x \, dx$.

b) $\int \frac{3 \cos(\ln x)}{5x} \, dx$.

5. Si tengo una función continua en $(a, b]$ y derivable en (a, b) . Demostrar que si $f'(x) > 0$ en cada punto de (a, b) , entonces f es creciente en $[a, b]$.
(Utilizar el Teorema del Valor Medio aplicado a dos puntos del intervalo).