

# Самостоятельная работа, Формальные языки

Родионычев Михаил

9 октября 2022 г.

1.  $\{a^{2n}b^m | 1 \leq 3n \leq m \leq 4n\}$

Язык – строки из символов  $a$  и  $b$ , где сначала идёт чётное число  $k \in \mathbb{N}$  символов  $a$ , а затем  $p \in \mathbb{N}$  символов  $b$ , где  $\frac{3}{2}k \leq p \leq 2k$ .

$V = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$

$V_T = \{a, b\}, V_N = \{S, A\}$

$P = \{$

$S \rightarrow aaAbbb \mid aaAbbbb$

$A \rightarrow aaAbbb \mid aaAbbbb \mid \varepsilon$

$\}$

Заметим, что пустая строка не входит в язык, поэтому нужно гарантировать, что у нас есть хотя бы минимальная строка  $aabbb$  или  $aabbbb$

2. 3 минимальные строки в порядке возрастания:  $aabbb, aabbbb, aaaaabbbbb$ .

$aabbb : S \rightarrow aaAbbb \rightarrow aabbb$

$aabbbb : S \rightarrow aaAbbbb \rightarrow aabbbb$

$aaaaabbbbb : S \rightarrow aaAbbb \rightarrow aaaaAbbbbb \rightarrow aaaaabbbbb$

3. Грамматика не является  $LL(1)$ -грамматикой. Чтобы доказать это, построим таблицу алгоритма распознавания и покажем, что возникает FIRST-FIRST конфликт.

$FIRST(S) = FIRST(aaAbbb) \cup FIRST(aaAbbbb) = \{a\}$

$FIRST(A) = FIRST(aaAbbb) \cup FIRST(aaAbbbb) \cup FIRST(\varepsilon) = \{a, \varepsilon\}$

$FIRST(aaAbbb) = FIRST(aaAbbbb) = \{a\}$

Для полноты картины ещё найдём множества FOLLOW:

$FOLLOW(S) = \{\$ \} \cup FIRST(bb) \cup FIRST(bbb) = \{b, \$ \}$

$FOLLOW(A) = FOLLOW(A) \cup (FIRST(bb) \setminus \{\varepsilon\}) \cup (FIRST(bbb) \setminus \{\varepsilon\}) = \{b\}$

NT	FIRST	FOLLOW	a	b	\$
S	{a}	{b, \$}			
A	{a, \varepsilon}	{b}			

Рассмотрим ячейку  $[S][a]$  – у нас имеется правило  $\{S \rightarrow aaAbbb \mid aaAbbbb\}$ . Из рассуждений выше знаем, что  $FIRST(aaAbbb) = FIRST(aaAbbbb) = \{a\}$ , то есть  $a \in FIRST \dots \cup FIRST \dots$ . Получили неоднозначность, значит грамматика не  $LL(1)$ .

4. Сначала приведём грамматику в нормальную форму Хомского.

Заменяем правила для  $S$ :

$$S \rightarrow aaAbbb \mapsto S \rightarrow C_1 C_1 A C_2 C_2 C_2$$

$$S \rightarrow aaAbbbb \mapsto C_1 C_1 A C_2 C_2 C_2 C_2,$$

где  $C_1 \rightarrow a, C_2 \rightarrow b$

Правила для  $A$  выглядят аналогично. Далее начинаем избавляться от длинных правил:

$$S \rightarrow C_1 D_1, A \rightarrow C_1 D_1 \mid \varepsilon$$

$$D_1 \rightarrow C_1 D_2$$

$$D_2 \rightarrow A D_3$$

$$D_3 \rightarrow C_2 D_4$$

$$D_4 \rightarrow C_2 D_5$$

$$D_5 \rightarrow C_2 \mid C_2 C_2 - \text{здесь сразу можем заменить неудобное первое правило: } D_5 \rightarrow b \mid C_2 C_2$$

Избавимся теперь от непродуктивного правила для  $A$ :  $A \rightarrow C_1 D_1$

$$D_2 \rightarrow A D_3 \mid C_2 D_4$$

Итоговый набор правил в НФХ:

$$S \rightarrow C_1 D_1$$

$$A \rightarrow C_1 D_1$$

$$D_1 \rightarrow C_1 D_2$$

$$D_2 \rightarrow A D_3$$

$$D_2 \rightarrow C_2 D_4$$

$$D_3 \rightarrow C_2 D_4$$

$$D_4 \rightarrow C_2 D_5$$

$$D_5 \rightarrow C_2 C_2$$

$$D_5 \rightarrow b$$

$$C_2 \rightarrow b$$

$$C_1 \rightarrow a$$

Теперь можем применить алгоритм  $CYK$ .

Для строки  $aaaabbbbb$  таблица анализатора:

d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$C_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$A, S$	$A, S$	$\emptyset$	$A, S$
2		$C_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$D_1$	$D_1$	$\emptyset$	$D_1$
3			$C_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$A, S$	$A, S$	$\emptyset$	$D_2$
4				$C_1$	$\emptyset$	$\emptyset$	$D_1$	$D_1$	$\emptyset$	$\emptyset$
5					$C_2, D_5$	$D_5$	$D_4$	$D_3$	$\emptyset$	$\emptyset$
6						$C_2, D_5$	$D_5$	$D_4$	$D_3$	$\emptyset$
7							$C_2, D_5$	$D_5$	$D_4$	$D_3$
8								$C_2, D_5$	$D_5$	$D_4$
9									$C_2, D_5$	$D_5$
10										$C_2, D_5$

Дерево вывода:

