CAPÍTULO

A1 NÚMEROS REAIS, POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Até o século IV antes de Cristo, Pitágoras e seus seguidores reconheciam como números apenas os números naturais e as razões entre eles (números racionais).

Os pitagóricos acreditavam que dois segmentos de reta sempre seriam comensuráveis, ou seja, era possível encontrar um segmento unitário que coubesse um número exato de vezes em cada um deles.

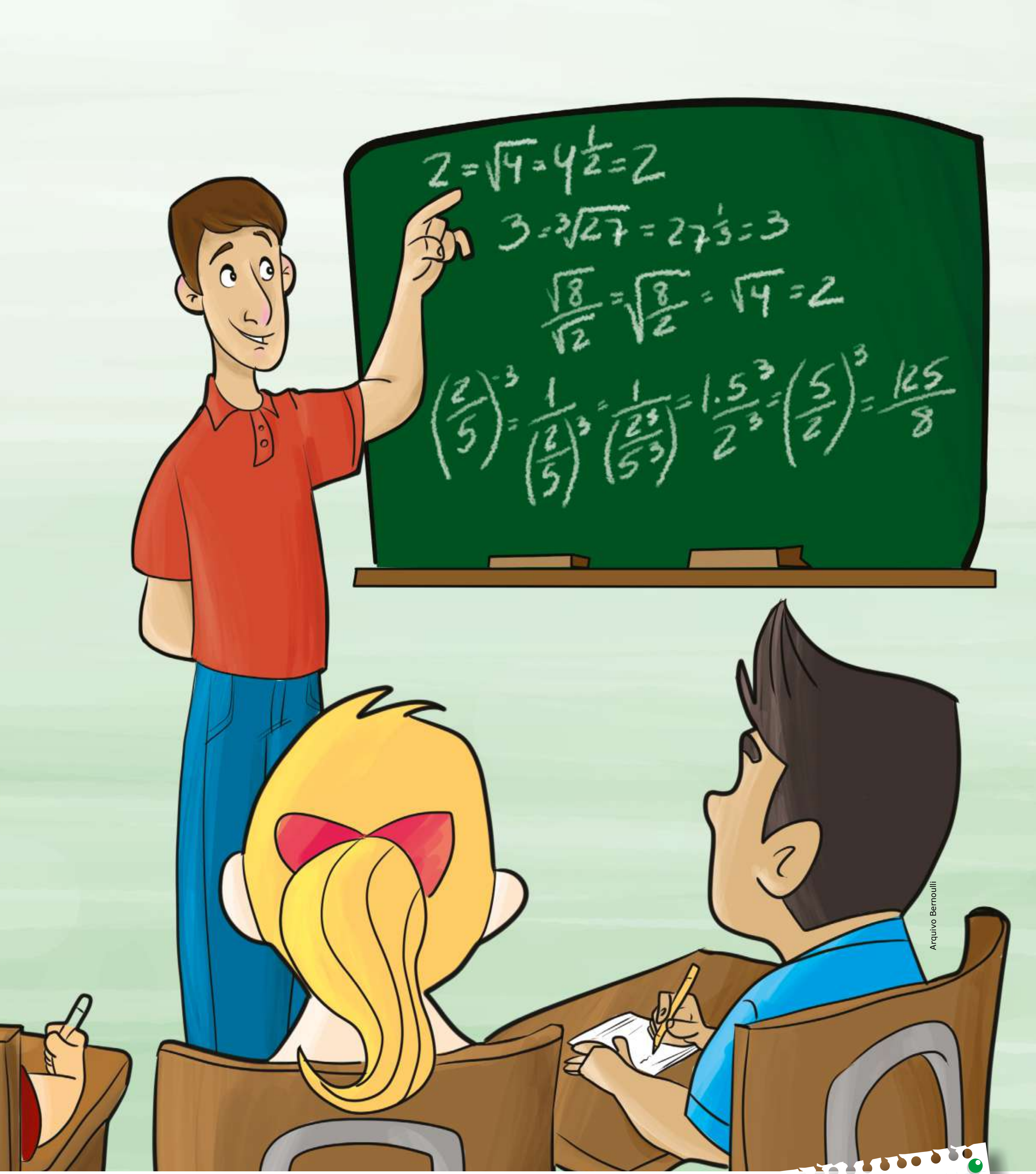
Uma observação feita por um dos discípulos de Pitágoras abalou os alicerces da Matemática no período: "o lado e a diagonal de um quadrado são segmentos de reta incomensuráveis".

Essa observação mostrou que os números naturais mais as frações eram insuficientes para medir todos os segmentos de reta. Se mostrou necessária a ampliação do conceito de números, ocorrendo a introdução dos chamados números irracionais!

Nesse capítulo, aprofundaremos o nosso estudo sobre os números irracionais, principalmente as raízes não exatas, os quais compõem, com os números racionais ($\mathbb{Q}$) o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$).

PARA COMPLETAR

PALAVRAS-CHAVE



Arquivo Bernoulli

PRECISO REVER OS EXERCÍCIOS:

TÓPICOS E EXERCÍCIOS

- FÁCIL: CONSEGUI INTERPRETAR SEM DIFICULDADES.
- MÉDIO: PRECISEI CONSULTAR ALGUM MATERIAL.
- DIFÍCIL: PRECISEI DA AJUDA DE UM(A) COLEGA E / OU PROFESSOR(A).

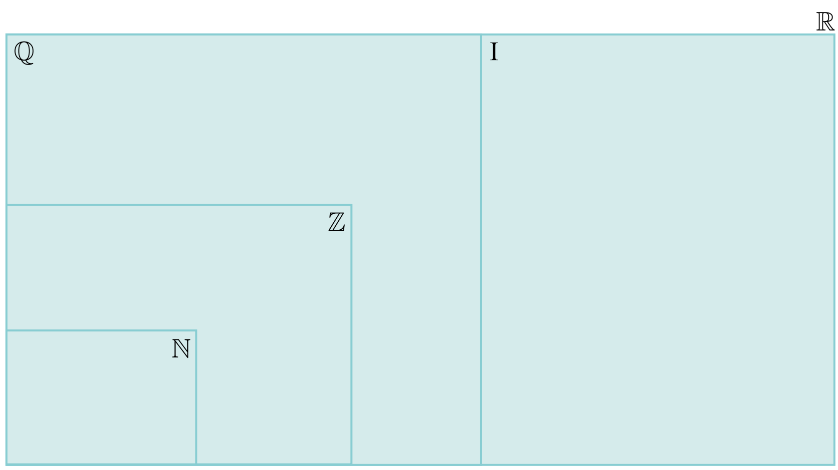
1. Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)

1.1. Conjuntos numéricos

Neste ano, aprofundaremos o estudo sobre os números reais. Então, vamos recordar alguns conjuntos numéricos antes de prosseguir?

- Conjunto dos números naturais: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$.
- Conjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2...\}$.
- Conjunto dos números racionais: $\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b}, \text{ a, b} \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\right\}$.
- Conjunto dos números irracionais: pertencem a esse conjunto os números decimais infinitos e aperiódicos. Exemplos: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \pi$.
- Conjunto dos números reais: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathrm{I}$, em que I é o conjunto dos números irracionais.

Podemos representar o conjunto dos números reais por meio do diagrama a seguir:



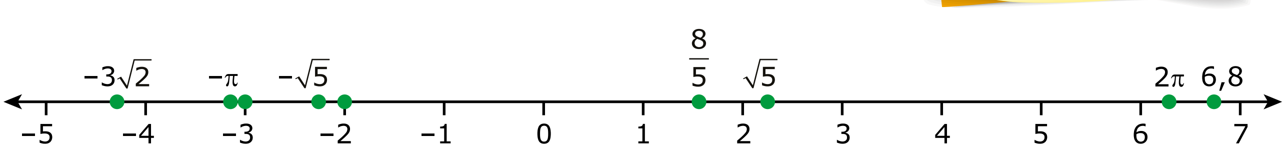
$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathrm{I}$, sendo que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

1.2. Reta numérica real

Podemos associar cada ponto da reta real a um número real, de modo que cada número esteja associado a um único ponto da reta. Por isso, dizemos que o conjunto dos números reais e os pontos da reta estão em **correspondência biunívoca**.

Correspondência biunívoca: relação que associa cada elemento de um conjunto com um único elemento de outro conjunto e vice-versa.

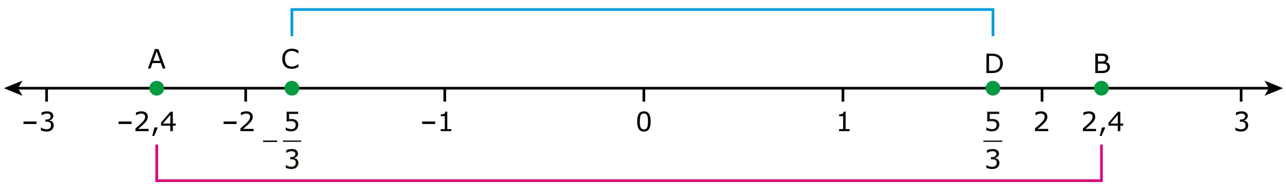
Alguns pontos e seus respectivos valores estão representados na reta seguinte.



Dizemos que a reta numérica real é densa, ou seja, não possui "buraco".

Números reais opostos ou simétricos

Dois números reais são simétricos quando estão à mesma distância da origem.



Módulo ou valor absoluto

Para indicar a distância de um número até a origem, utilizamos duas barras verticais (| |). Essa distância é chamada de **módulo** ou **valor absoluto**.

Comparação entre números reais

Para comparar dois números reais, podemos recorrer às suas posições na reta numérica. O número maior é sempre aquele que está mais à direita.

Por exemplo:

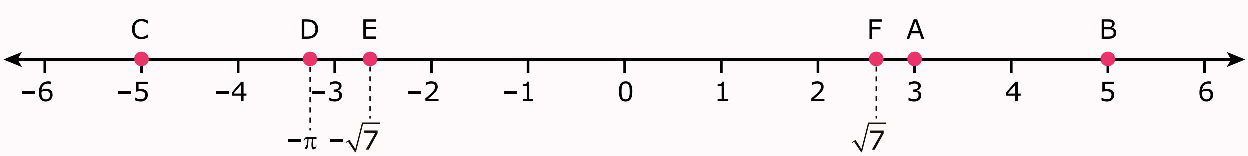
- $-3 < -2$, pois -3 está à esquerda de -2.
- $\sqrt{2} > -\sqrt{5}$, pois $\sqrt{2}$ está à direita de $-\sqrt{5}$.

Quando comparamos um número real positivo com um número real negativo, o número positivo é sempre maior.

Quando comparamos dois números reais negativos, o maior número será aquele de menor módulo, ou seja, o que está mais próximo da origem.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Considere os pontos representados na reta numérica a seguir e responda às questões:



A) Quais pontos correspondem a valores simétricos?

B) Qual ponto corresponde ao | -3|?

C) Considere os pares de números $-\pi$ e -5, $-\pi$ e $-\sqrt{7}$, $\sqrt{7}$ e 3 e compare-os.

Resolução:

A) Dois valores são simétricos quando estão à mesma distância da origem. Assim, dentre os pontos representados, correspondem a valores simétricos os pontos B e C e também E e F.

B) Como $|-3| = 3$, o ponto correspondente é o ponto A.

C) Os números são representados na reta numérica em ordem crescente da esquerda para a direita. Assim, quando comparamos dois números, o maior é aquele que está mais à direita. Logo, $-\pi > -5$, $-\pi < -\sqrt{7}$ e $\sqrt{7} < 3$.

Como representar um número irracional na reta numérica?

Os números irracionais são decimais infinitos e aperiódicos. Assim, para representá-los na reta numérica, podemos aproximá-los por um número racional.

- Vamos determinar uma aproximação para $\sqrt{7}$.

Primeiro podemos identificar entre quais números racionais o valor se encontra, utilizando os dois quadrados perfeitos entre os quais se encontra $\sqrt{7}$.

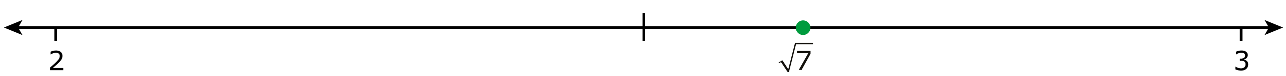
$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

Assim, $2 < \sqrt{7} < 3$.

- Vamos aproximar $\sqrt{7}$ por um número racional com uma casa decimal.

$2,1^2 = 4,41$	$2,3^2 = 5,29$	$2,5^2 = 6,25$	$2,7^2 = 7,29$
$2,2^2 = 4,84$	$2,4^2 = 5,76$	$2,6^2 = 6,86$	

A partir dos cálculos anteriores, verificamos que $\sqrt{7} \cong 2,6$. Dizemos que o valor de $\sqrt{7}$ com **erro** menor que 0,1 é 2,6. Na reta numérica, temos:



- Para determinar o valor de $\sqrt{7}$ com erro menor que 0,01, devemos utilizar um número racional com duas casas decimais.

Como já sabemos que $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, temos:

$2,61^2 = 6,8121$	$2,64^2 = 6,9696$
$2,62^2 = 6,8644$	$2,65^2 = 7,0225$
$2,63^2 = 6,9169$	

O valor de $\sqrt{7}$ com erro menor que 0,01 é 2,64.

> O valor aproximado de uma raiz não exata é aquele mais próximo que não excede o valor da raiz. Logo, $\sqrt{7} \cong 2,64$ e não 2,65.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

02. Represente na reta numérica os números $\sqrt{2}$ e 1,44444...

Resolução:

Como $\sqrt{2}$ é um número irracional, devemos aproximá-lo por um número racional. Temos que $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$, ou seja, $1 < \sqrt{2} < 2$.

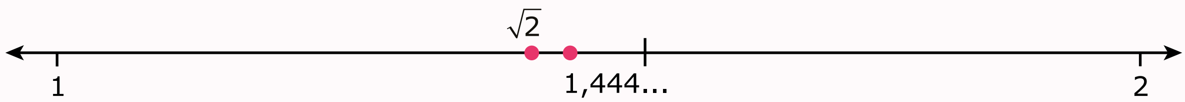
$1,1^2 = 1,21$	$1,2^2 = 1,44$	$1,3^2 = 1,69$	$1,4^2 = 1,96$

Assim, $\sqrt{2} \cong 1,4$.

Para representar $1,\overline{4}$, podemos determinar a fração geratriz ou utilizar uma aproximação. A fração geratriz da dízima periódica 1,4 é $\frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$. Se utilizarmos uma aproximação com erro menor que 0,1, $1,\overline{4} \cong 1,4$, ou seja, teremos o mesmo ponto que $\sqrt{2}$.

Como $\sqrt{2}$ e $1,\overline{4}$ não são exatamente 1,4, utilizar uma segunda casa decimal para a aproximação de $\sqrt{2}$ permitirá uma melhor representação desses valores na reta numérica. Temos que $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$, $1,41^2 = 1,9881$ e $1,42^2 = 2,0164$. Portanto, $\sqrt{2} \cong 1,41$.

Logo, $\sqrt{2}$ está à esquerda de 1,4. Sendo $A = \sqrt{2}$ e $B = 1,\overline{4}$, a representação desses valores será então:



1.3. Operações em $\mathbb{R}$

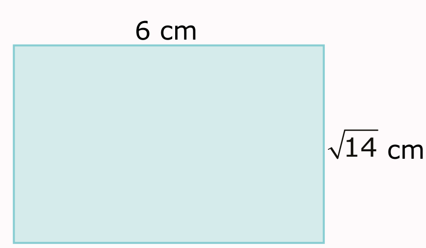
O conjunto $\mathbb{R}$ é fechado em relação às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão (com divisor diferente de zero).

Assim, o resultado obtido em qualquer uma das operações será um número real, ou seja, todas as propriedades das operações são válidas em $\mathbb{R}$.

Comutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Associativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Elemento neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Elemento simétrico	$a + (-a) = 0$	-
Elemento inverso	-	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$
Distributiva em relação à adição e à subtração	$a(b + c) = ab + ac$ $a(b - c) = ab - ac$	-

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

03. Considere o retângulo representado e determine:



A) o perímetro do retângulo com erro menor que um décimo.

B) a área do retângulo com erro menor que 0,01.

Resolução:

A) O perímetro do retângulo é $2p = (2 \cdot 6 + 2 \cdot \sqrt{14})$ cm.

Temos que $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$. Assim, $3 < \sqrt{14} < 4$. Testando:

$3,5^2 = 3,5 \cdot 3,5 = 12,25$ $\quad$ $3,7^2 = 3,7 \cdot 3,7 = 13,69$

$3,6^2 = 3,6 \cdot 3,6 = 12,96$ $\quad$ $3,8^2 = 3,8 \cdot 3,8 = 14,44$

Logo, $\sqrt{14} \cong 3,7$ e $2p \cong (12 + 7,4)$ cm $= 19,4$ cm.

B) Considerando os cálculos anteriores, temos que $3,7 < \sqrt{14} < 3,8$.

$3,75^2 = 14,06$ $\quad$ $3,74^2 = 13,99$

Assim, $\sqrt{14} \cong 3,74$ e a área do retângulo é $S \cong 6 \cdot 3,74 = 22,44$ cm^2.

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. Coloque em ordem crescente os seguintes números reais:
V9HR

$$-\frac{3}{4};\ 3\pi;\ \sqrt{17};\ 11;\ \frac{9}{7};\ -3,222...$$

02. Usando os símbolos <, > e =, estabeleça uma relação entre os pares de números:

A) -8 e -5

B) $\frac{5}{9}$ e 0,55

C) $\frac{11}{12}$ e 0,4333...

D) $\sqrt{5}$ e 2,2360679...

E) $\frac{1}{16}$ e 0,0625

03. **CALCULE**, utilizando aproximação de duas casas decimais:
43YE

A) $\sqrt{11} + \sqrt{19}$

B) $4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 1$

C) $\sqrt{50} - 3$

D) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

04. **CALCULE** o valor de $\sqrt{2,777...}$

2. Recordando as potências

2.1. Potência de um número real e expoente natural

Sejam **a** um número real e **n** um número natural. Definimos a potência de um número real e expoente natural como:

$$\begin{cases} a^0 = 1 \\ a^1 = a \\ a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\,...\,.\, a \,.\, a}_{\textbf{n}\text{ vezes}},\ \text{com } n > 1 \end{cases}$$

Ao efetuar as operações, determinamos um número real **b** como resultado.

Expoente

$a^n = b \rightarrow$ Resultado da potência

Base

Exemplos:

- $5^3 = 5 \,.\, 5 \,.\, 5 = 125$
- $(0,2)^4 = 0,2 \,.\, 0,2 \,.\, 0,2 \,.\, 0,2 = 0,0016$

  ou $\left(\frac{2}{10}\right).\left(\frac{2}{10}\right).\left(\frac{2}{10}\right).\left(\frac{2}{10}\right) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{16}{10\,000} = 0,0016$

  ou ainda $\left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625} = 0,0016$
- $\left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{(-4)^2}{3^2} = \frac{4^2}{(-3)^2} = \frac{16}{9}$
- $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{5^3} = \frac{3^3}{(-5)^3} = -\frac{27}{125}$

Em relação às potências cujas bases são números reais negativos, podemos dizer que:

Se a base é negativa e o expoente é par, então o resultado será positivo: $\underbrace{(-1).(-1)\ldots(-1)}_{\substack{\textbf{n} \text{ vezes sendo} \\ \textbf{n} \text{ par}}} = +1$

Se a base é negativa e o expoente é ímpar, então o resultado será negativo: $\underbrace{(-1).(-1)\ldots(-1)}_{\substack{\textbf{n} \text{ vezes sendo} \\ \textbf{n} \text{ ímpar}}} = -1$

Temos ainda que:

- $a^0 = 1$, com $a \neq 0 \rightarrow$ todo número não nulo elevado a zero é igual a 1.
- $0^n = 0$, com $n \neq 0 \rightarrow$ zero elevado a qualquer expoente não nulo é igual a zero.
- $a^1 = a \rightarrow$ todo número elevado a 1 é igual a ele mesmo.
- $1^n = 1 \rightarrow$ 1 elevado a qualquer expoente é igual a 1.
- $(-1)^n = 1$, se **n** for par $\rightarrow$ −1 elevado a qualquer expoente par é igual a 1.
- $(-1)^n = -1$, se **n** for ímpar $\rightarrow$ − 1 elevado a qualquer expoente ímpar é igual a −1.

Atenção:

$$-2^4 \neq (-2)^4, \text{ pois}$$
$$-(2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2) \neq (-2).(-2).(-2).(-2)$$
$$-16 \neq 16$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

04. Calcular o valor de $\sum_{n=1}^{5}(-2)^n$.

Resolução:

A letra grega Σ (sigma) representa a soma de parcelas que possuem variação em relação a **n**, ou seja, **n** varia de 1 a 5, conforme indicado.

Então: $\sum_{n=1}^{5}(-2)^n = (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 + (-2)^4 + (-2)^5 = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 = -42 + 20 = -22$

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

05. Efetue as potências:

A) 3^5

B) $(-4)^3$

C) $(0,1)^4$

D) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$

E) $(\sqrt{2})^0$

F) 0^{200}

G) $1^{1\,500}$

H) $(0,3)^3$

I) -5^3

J) $(-1)^{203}$

K) -15^2

L) $\left(-\frac{5}{7}\right)^4$

06. X749 **RESOLVA** as expressões:

A) $-5^2 + [(-0,2)^3 + 3.(-4)^2]^0$

B) $(-3,2)^2 + 4.\left(-\frac{3}{10}\right)^2 - 16:(-2)^3$

07. Seja a expressão $\frac{x^2 - y^3}{x^3 + y^2}$. **CALCULE** o valor da expressão para x = −2 e y = 2.

08. PBB4 Sendo **n** um número natural par não nulo, **CALCULE** o valor de:

$$(-1)^{2n} + (-1)^n + (-1)^{2n+1} - (-1)^{n+1}$$

2.2. Potência de um número real e expoente inteiro

Para compreendermos melhor o significado do expoente negativo, começaremos estudando as potências de base 10.

Como já foi estudado, o nosso sistema de numeração é decimal, ou seja, o registro de uma contagem é baseado em agrupamentos de 10 em 10. Assim, o número 342 159 pode ser escrito como:

$$300\,000 + 40\,000 + 2\,000 + 100 + 50 + 9$$

$$3 \,.\, 100\,000 + 4 \,.\, 10\,000 + 2 \,.\, 1\,000 + 1 \,.\, 100 + 5 \,.\, 10 + 9$$

$$3 \,.\, 10^5 + 4 \,.\, 10^4 + 2 \,.\, 10^3 + 1 \,.\, 10^2 + 5 \,.\, 10^1 + 9 \,.\, 10^0$$

Essa última escrita é chamada de **forma polinomial** do número 342 159, e cada ordem descreve uma potência de 10.

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$\vdots$$

$$10^n = 1\,\underbrace{000...00...0}_{\textbf{n}\text{ zeros}}$$

Usando o mesmo raciocínio, vamos escrever o número 342 159,762 na forma polinomial:

$$3 \,.\, 10^5 + 4 \,.\, 10^4 + 2 \,.\, 10^3 + 1 \,.\, 10^2 + 5 \,.\, 10^1 + 9 \,.\, 10^0 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100} + \frac{2}{1\,000}$$

Então, ao dividirmos a unidade também em grupos de 10 em 10, os expoentes da forma polinomial continuam decrescendo, sugerindo, assim, o significado do expoente negativo.

$3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$

Podemos dizer que ter uma potência de base 10 e expoente negativo significa dividir por 10 a unidade tantas vezes quantas estiver indicando o módulo do expoente.

Formalizando:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} \text{ Em decimal}: 0{,}1$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} \text{ Em decimal}: 0{,}01$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} \text{ Em decimal}: 0{,}001$$
$$\vdots$$
$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}, \text{ em decimal}: 0{,}\underbrace{00\ldots01}_{\substack{\mathbf{n}\text{ casas decimais}\\ \text{sendo } n\, \in\, \mathbb{N}}}$$

Essa construção se aplicaria a qualquer outro sistema de numeração e não só ao decimal, já que o processo de divisão da unidade é o mesmo. Observe o seguinte exemplo com o número 2:

$$2^{-1} = \frac{1}{2}. \text{ Em decimal}: 0{,}5$$
$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}. \text{ Em decimal}: 0{,}25$$
$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}. \text{ Em decimal}: 0{,}125$$

E assim por diante.

Sendo **n** um número natural e **a** um número real não nulo, temos que a^{-n} é igual ao inverso de a^n.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemplos:

- $6^{-3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$
- $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$

Quando o número estiver escrito na forma fracionária, procederemos da mesma forma:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = \frac{1}{\frac{2^3}{5^3}} = 1.\frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8}$$

Assim, a potência de expoente negativo para dois números **a** e **b** reais não nulos e **n**, um inteiro positivo, será:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}, \text{ pois } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

PARA SABER MAIS

As potências já são estudadas há muito tempo, desde os estudos de sistemas de numeração, passando pela Astronomia, Economia, até o crescimento e decréscimo de populações.

O matemático Jacques Bernoulli (1654-1705) estudou a expansão de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ para resolver o seguinte problema: "Como calcular o crescimento de uma quantia emprestada a juros compostos, isto é, juros sobre juros, contados em cada instante?"

O que Bernoulli queria saber é se existe um valor limite para o crescimento de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ à medida que **n** cresce. Essa potência leva à determinação de um número irracional denominado **e**.

Observe a tabela seguinte: à medida que **n** cresce, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ se aproxima de 2,718281... .

n	10	10^2	10^3	10^4	10^5	...	10^8
$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$	2,59374...	2,70481...	2,71692...	2,71814...	2,71826...	...	2,71828...

De acordo com os dados da tabela, existe um limite para essa potência: é o famoso número irracional e = 2,7182818284590452 35...

Bernoulli, devido ao seu interesse por estudar as expansões, interessou-se também pelo desenvolvimento de $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}+\ldots$ Essa e outras séries aparecem na obra *Ars conjectandi* ("Arte de conjecturar", em tradução livre para o português).

Domínio Público

Nenhuma família teve tantos matemáticos célebres quanto a família Bernoulli. Cerca de uma dúzia de membros dessa família conseguiu renome na Matemática e também na Física. O primeiro a atingir proeminência no campo da Matemática foi Jacques Bernoulli (também chamado de Jacob).

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

09. **CALCULE** o valor das potências a seguir:

A) $(2^3)^2$

B) $-(3^4)$

C) $(-3)^4$

D) $(-2)^5$

10. **CALCULE** o valor das expressões:

A) $x^2 - 3x + 4$, para $x = 1$.

B) $x^2 - 3x + 4$, para $x = -1$.

C) $x^2 + 4x$, para $x = 2$.

11. **CALCULE** o valor das somas seguintes:

A) $2^3 + (-1)^{10} + (-3)^2$

B) $(-1)^{11} + 2^3 + (-4)^3$

12. Y4SR Dê o valor das seguintes expressões:

A) $x^2 + 2x$, para $x = 0{,}5$.

B) $x^3 + y^2 - 3$, para $x = -2$ e $y = 3$.

13. **EFETUE**:

A) $(-5)^{-3}$

B) $(0{,}3)^{-1}$

C) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

D) -4^{-2}

E) $\left(\frac{1}{0{,}3}\right)^{-2}$

F) 10^{-5}

G) 9^{-2}

H) $(1{,}2)^{-1}$

14. **DETERMINE** o valor de cada uma das expressões:

A) $\dfrac{-3^{-3} + 2^{-2}}{2^{-3}}$

B) $3^{-1} + 3^{-2} - (-3)^{-3}$

15. Escreva na forma de número inteiro ou de número decimal:

A) 10^6

B) 10^{-7}

C) 10^4

D) 10^{-3}

E) 10^{12}

16. **CALCULE** o valor numérico da expressão $\dfrac{3x - 2}{x}$ para $x = 2^{-2}$.

17. 4X41 Escreva na forma de potência de base 10:

A) 0,000000001

B) 100 000 000 000

C) 0,00000000000001

D) 1 000 000 000 000 000

18. **CALCULE** o valor de **x** na equação $3^{4x-3} = 27$.

19. A potência pode ser usada para facilitar a escrita de alguns números grandes com os quais lidamos no nosso cotidiano. Observe, a seguir, um problema ocorrido no estado do Rio de Janeiro em março de 2013:

A Companhia Municipal de Limpeza Urbana (COMLURB) efetuou a retirada de 72 mil quilos de peixes mortos da Lagoa Rodrigo de Freitas. Um biólogo percebeu que a maior parte dos peixes era da espécie savelha, não possuía o desenvolvimento completo e, em média, tinha 1,5 quilo.

Com base nos dados apresentados, escreva o número de peixes recolhidos pela COMLURB na forma $48 \cdot 10^a$. **DETERMINE** o valor de **a** na relação.

2.3. Notação científica

Uma das aplicações da potenciação e das potências de base 10 é a escrita de um número em notação científica.

O quadro que se segue nos fornece os múltiplos e os submúltiplos decimais do Sistema Internacional.

10^n	Prefixo	Símbolo	Escala curta	Equivalente decimal
10^{24}	yotta	Y	Septilhão	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta	Z	Sextilhão	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	Quintilhão	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	Quatrilhão	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	Trilhão	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	Bilhão	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	Milhão	1 000 000
10^{3}	kilo	k	Milhar	1 000
10^{2}	hecto	h	Centena	100
10^{1}	deca	da / D	Dezena	10
10^{0}	–	–	Unidade	1
10^{-1}	deci	d	Décimo	0,1
10^{-2}	centi	c	Centésimo	0,01
10^{-3}	mili	m	Milésimo	0,001
10^{-6}	micro	μ	Milionésimo	0,000001
10^{-9}	nano	n	Bilionésimo	0,000000001
10^{-12}	pico	p	Trilionésimo	0,000000000001
10^{-15}	femto	f	Quatrilionésimo	0,000000000000001
10^{-18}	atto	a	Quintilionésimo	0,000000000000000001
10^{-21}	zepto	z	Sextilionésimo	0,000000000000000000001
10^{-24}	yocto	y	Septilionésimo	0,000000000000000000000001

É importante ressaltar que esses prefixos representam, estritamente, potências de 10. Eles não devem ser utilizados para exprimir múltiplos de 2, por exemplo.

Tomemos, agora, o número 0,000000745.

- $\dfrac{745}{1\ 000\ 000\ 000} = \dfrac{745}{10^9} = 745 \,.\, 10^{-9}$
- $\dfrac{74,5}{100\ 000\ 000} = \dfrac{74,5}{10^8} = 74,5 \,.\, 10^{-8}$
- $\dfrac{7,45}{10\ 000\ 000} = \dfrac{7,45}{10^7} = \boxed{7,45 \,.\, 10^{-7}}$
- $\dfrac{0,745}{1\ 000\ 000} = \dfrac{0,745}{10^6} = 0,745 \,.\, 10^{-6}$

Todas as formas representam o mesmo número, entretanto somente a forma destacada é a notação científica.

Na notação ciêntifica, há duas partes: um fator decimal e outro fator em potência de 10.

Generaliza-se assim:

$$N \,.\, 10^n$$
$$1 \leq N < 10 \text{ e } n \in \mathbb{Z}$$

Uma forma de entender e de recordar essa generalização é perceber que **N** (número decimal) só possui a ordem das unidades e seus submúltiplos (décimo, centésimo, milésimo...), acompanhada da potência de 10.

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

20. Escreva os números a seguir em notação científica:

A) 577 000 000 000 000
B) 3 980 000 000
C) 200 000 000 000
D) 0,0000056
E) 0,0000000000395
F) 0,0000000000000000462

21. Dados os números em notação científica, reescreva-os na forma decimal ou na forma inteira.

A) $9,3 \,.\, 10^5$
B) $3,684 \,.\, 10^9$
C) $3 \,.\, 10^7$
D) $5,4 \,.\, 10^{-6}$
E) $5,87 \,.\, 10^{-8}$
F) $2 \,.\, 10^{-11}$

22. Efetue as operações e dê o resultado em notação científica.

A) $(4,21 \,.\, 10^9).(2,2 \,.\, 10^5)$
B) $(6,4 \,.\, 10^{-3}) : (3,2 \,.\, 10^{11})$
C) $(5,3 \,.\, 10^{-4}) - (4,7 \,.\, 10^{-4})$
D) $(9,8 \,.\, 10^{13}) + (11,4 \,.\, 10^{11})$

23. Cientistas estabeleceram que o comprimento da Terra no plano do Equador é da ordem de 40 000 000 metros. **REPRESENTE**, em notação científica, o comprimento dado.

24. Segundo dados da Agência Internacional de Energia, a China planejou produzir, para o ano de 2015, somente com aerogeradores, 190 000 bilhões de watts por hora. **REPRESENTE** essa quantidade de energia, em notação científica.

25. DRLO Uma bactéria possui tamanho médio de 0,000005 metro. Recentemente, foi encontrada, no Mar Vermelho e na costa da Austrália, no intestino de um peixe, a maior bactéria existente, que mede $6 \cdot 10^{-4}$ metro. Com base nos dados e usando a notação científica, responda:

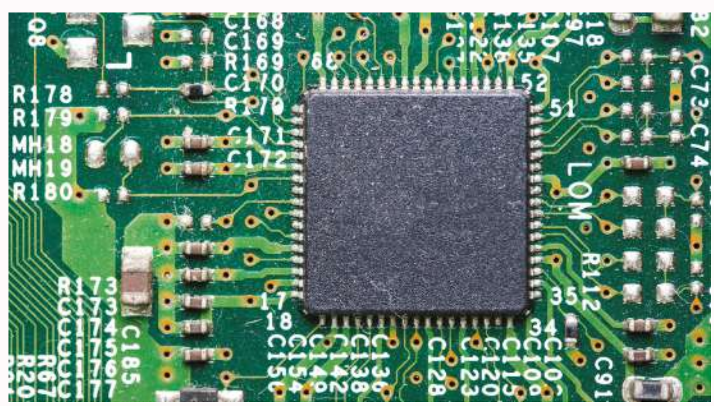
A) Qual o tamanho médio de uma bactéria em notação científica?

B) Dividindo o tamanho da maior bactéria existente pelo comprimento médio de uma bactéria, determina-se quantas vezes essa nova bactéria é maior que o tamanho médio indicado. **CALCULE** esse valor.

COTIDIANO

O que é a nanoescala?

A palavra "nanotecnologia" vem do grego *nano,* que significa "anão". O prefixo *nano* é aplicado a muitas unidades de medidas, sejam elas de comprimento, de tempo, de volume, sejam de massa, por exemplo. É utilizado para representar uma quantidade muito pequena. Um nanômetro (nm) corresponde a um bilionésimo (10^{-9}) de metro. Essa é uma medida minúscula e, portanto, invisível a olho nu.



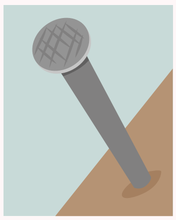
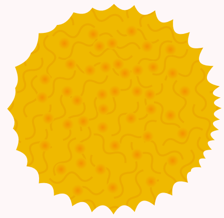
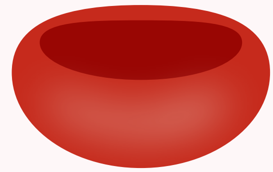
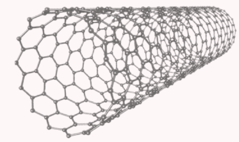
ABUNSM / Getty Images

A manipulação da matéria em nanoescala é feita há muito tempo, mas foi por meio dos novos microscópios que os átomos e moléculas puderam ser visualizados e manipulados de forma mais objetiva.

A nanoescala é muito utilizada para determinar a medida de componentes eletrônicos, como por exemplo, processadores de computadores. Dizer que um processador tem 22 nanômetros (nm), por exemplo, significa que, no interior do *chip*, a distância entre os terminais dos transistores é de 22 nm. Se essa distância for diminuída para 14 nm, por exemplo, um *chip* poderá ter mais transistores, tornando-o mais poderoso. Além disso, quanto menor a distância entre os transistores, há menos resistência à transmissão da corrente elétrica no interior do *chip*, permitindo que a informação viaje mais rápido no interior do processador, aumentando a sua velocidade de operação.

Para compreender a utilização da nanoescala, vamos tomar como referência as imagens a seguir, comparando as unidades de medidas envolvidas.

Exemplos de nanoescala

A cabeça de um alfinete mede 1 milímetro	O grão de pólen da erva-de-santiago mede 20 micrômetros	A célula sanguínea vermelha mede 2,5 micrômetros	O diâmetro de um nanotubo de carbono mede 2 nanômetros
			
= 1 000 000 nanômetros	= 20 000 nanômetros	= 2 500 nanômetros	= 2 nanômetros

De acordo com os exemplos dados e sabendo que 1 nanômetro (nm) = 10^{-9} m, podemos representar as medidas dos elementos da figura anterior em notação científica:

- Cabeça de um alfinete: 1 000 000 nanômetros $\Rightarrow 1 \,.\, 10^6$ nm = 10^{-3} m
- Grão de pólen da erva-de-santiago: 20 000 nanômetros $\Rightarrow 2 \,.\, 10^4$ nm = $2 \,.\, 10^{-5}$ m
- Célula sanguínea vermelha: 2 500 nanômetros $\Rightarrow 2{,}5 \,.\, 10^3$ nm = $2{,}5 \,.\, 10^{-6}$ m
- O diâmetro de um nanotubo de carbono: 2 nanômetros $\Rightarrow 2 \,.\, 10^{-9}$ m

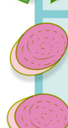
2.4. Propriedades das potências

Sabe-se que as propriedades operatórias são relações entre as operações que ajudam a simplificar cálculos e a provar novas relações. A seguir estão indicadas as propriedades envolvendo a operação de potenciação.

Sejam **a** e **b** números reais não nulos e **m** e **n** números inteiros.

Multiplicação de potências de bases iguais

$$a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$$



Divisão de potências de bases iguais

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potência de potência

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Distributiva em relação à multiplicação

$$(a.b)^n = a^n \,.\, b^n$$

Distributiva em relação à divisão

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Aplicações:

I. $a^0 = 1 \Rightarrow$ Todo número não nulo dividido por ele mesmo é igual a 1.

$$1 = \frac{a}{a} \Rightarrow 1^n = \left(\frac{a}{a}\right)^n \Rightarrow 1 = \frac{a^n}{a^n} \Rightarrow 1 = a^{n-n} \Rightarrow 1 = a^0$$

II. $a^{m^n} \neq (a^m)^n$

Exemplo: $2^{2^3} \neq (2^2)^3$, pois $2^{2^3} = 2^8 = 256$ e $(2^2)^3 = 2^6 = 64$

III. Multiplicação e divisão de números escritos em notação científica.

$(M.10^m).(N.10^n) = (M.N).10^{m+n}$

Exemplo: $(5 . 10^3).(3 . 10^4) =$

$= (5 . 3).10^{3+4} =$

$= 15 . 10^7$

$(M.10^m) : (N.10^n) = (M : N).10^{m-n}$

Exemplo: $(6 . 10^5) : (2 . 10^3) =$

$= (6 : 2).10^{5-3} =$

$= 3 . 10^2$

Observação:

Podemos somar e subtrair números escritos em notação científica utilizando as propriedades das operações fundamentais, como a propriedade distributiva da adição e da subtração. Veja:

- $3,23 . 10^5 + 5,41 . 10^5 = 10^5 (3,23 + 5,41) = 10^5 . 8,64 = 8,64 . 10^5$
- $6,24 . 10^7 - 3,12 . 10^5 = 624 . 10^5 - 3,12 . 10^5 = 10^5 (624 - 3,12) = 10^5 . 620,88 = 6,2088 . 10^7$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

05. Simplificar a expressão $\dfrac{3^{n+2} + 3^{n+1} - 3^n + 3^{n-1}}{3^{n+1}}$.

Resolução:

Observe que as parcelas do numerador podem ser escritas com fatores e potências, bem como as do denominador.

- $3^{n+2} = 3^n . 3^2$ (produto de potência de mesma base)
- $3^{n+1} = 3^n . 3^1$ (produto de potência de mesma base)
- $3^{n-1} = 3^{n+(-1)} = 3^n . 3^{-1}$ (produto de potência de mesma base)

Substituindo na expressão dada, temos:

$$\frac{3^{n+2} + 3^{n+1} - 3^n + 3^{n-1}}{3^{n+1}} = \frac{3^n.3^2 + 3^n.3^1 - 3^n + 3^n.3^{-1}}{3^n.3^1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{3^n}.(3^2 + 3^1 - 1 + 3^{-1})}{\cancel{3^n}.3^1} = \frac{\left(9 + 3 - 1 + \frac{1}{3}\right)}{3} = \frac{\left(11 + \frac{1}{3}\right)}{3} = \frac{\frac{33+1}{3}}{3} = \frac{\frac{34}{3}}{3} = \frac{34}{3}.\frac{1}{3} = \frac{34}{9}$$

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

26. Escreva como uma só potência, aplicando as propriedades da potenciação.

A) $(-2)^5.(-2)^3.(-2)$

B) $(0,3)^{-4}.(0,3)^{-6}.(0,3)^2$

C) $\left(\frac{8}{10}\right)^{13} \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^{-4} : \left(\frac{8}{10}\right)^{-3}$

D) $(5^3)^4$

E) $\{[(y^3)^{-6}]^2\}^{-7}$

F) $a^2.b^2.c^2$

G) $\left(\frac{5}{9}\right)^{14} : \left(\frac{5}{9}\right)^{5}$

H) $(-7)^{-8} : (-7)^{-5}$

I) $\frac{3^{23} . 3^2 . 3}{3^{19} . 3^4 . 3^{-8}}$

J) $[(-5)^3]^{-5}$

K) $5^4 . 6^4$

L) $\frac{3^7}{5^7}$

M) $\frac{13^7}{13^3}.\left(2^4 - 3\right)^{-3}$

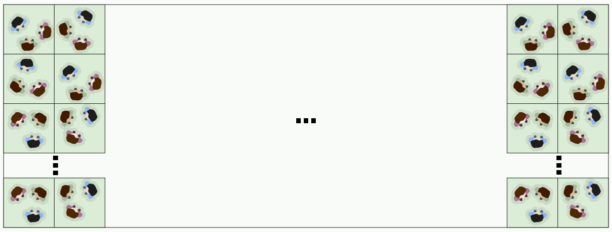
N) $x^4.y^6 . \frac{z^3}{x.y^3}$

O) $\frac{1}{2}p^8 . 8q^5.\frac{r^4}{4p^4q}$

27. Escreva como uma única potência de base 10:

$$\frac{100^3.(10^2)^4}{0,0001 . 10^9}$$

28. A figura a seguir ilustra a área destinada a um *show* na cidade **x**. Os especialistas estimam que, em cada metro quadrado, para um grande agrupamento em eventos públicos, existem 3 pessoas. **CALCULE**, em notação científica, o número de pessoas presentes na área ilustrada, sabendo que o terreno mede 60 000 metros quadrados e existe um grande agrupamento de pessoas.



29. **CALCULE** o valor das somas a seguir, representando a resposta em notação científica:

A) $2 . 10^8 + 0,4 . 10^9$

B) $2,3 . 10^8 + 0,12 . 10^{10}$

C) $0,0023 . 10^{20} + 2,3 . 10^{16} - 0,2 . 10^{18}$

30. As informações seguintes estão expressas em nanômetros. Utilize notação científica e **REPRESENTE**-as em metros.

A) Uma folha de papel A4 tem cerca de 100 nanômetros de espessura.

B) Um fio de cabelo humano tem cerca de 90 000 nm de espessura

C) Um átomo de ouro tem cerca de 0,3 nanômetros de espessura.

D) Há processadores avançados feitos em processos de 14 nanômetros.

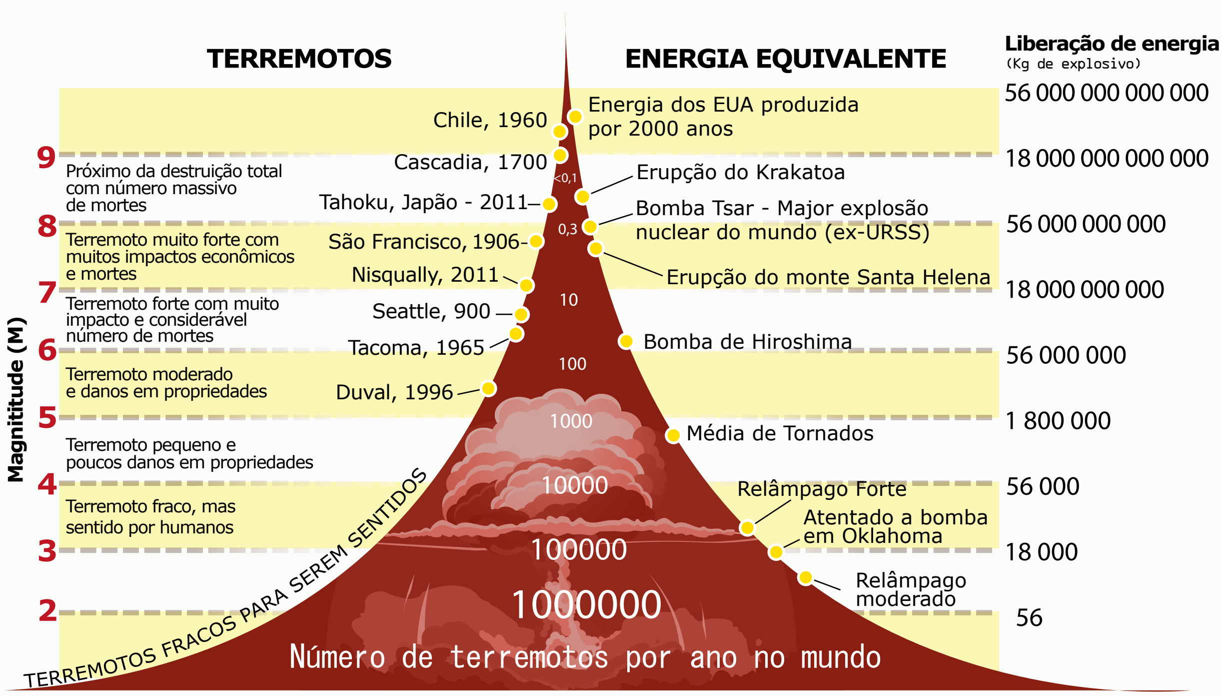
31. Elabore um problema a partir das informações seguintes, explorando as operações com números expressos em notação científica. Você pode utilizar apenas algumas informações e acrescentar outras que julgar necessárias.

A unidade astronômica (UA) é a unidade mais adequada para medir distâncias dentro do sistema solar:

$1\text{UA} = 1{,}496 \times 10^8$ km

Planeta	Distância ao Sol (em UA)
Mercúrio	0,39
Terra	1
Netuno	3

32. Elabore duas perguntas explorando as informações do infográfico a seguir. Procure comparar as escalas dos terremotos com a energia liberada, por exemplo.



E-MEDIDA.

DESAFIO

01. (Canguru) Se $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2\,011}$, qual é o valor de **n**?

A) 1 005

B) 1 006

C) 2 010

D) 2 011

E) Nenhum desses valores

TÁ NA MÍDIA

O Sistema Binário é um sistema de numeração posicional em que as quantidades são representadas por meio de potências de base 2.

Você sabe o que é um *bit*? E um *byte*? Quanto eles valem? Quais as grandezas envolvidas na transmissão de dados na computação? Para saber mais sobre códigos binários, acesse o QR Code a seguir.

REGISTRANDO

Qual a diferença entre *bit* e *byte*?

Quando você lê sobre a velocidade da internet do seu celular, você consegue compreender o significado da informação que é apresentada?

O *bit* é a menor unidade de informação do mundo computacional. Um *bit* pode assumir os valores 0 ou 1 (algarismos usados como base para o sistema binário), sendo que 8 *bits* formam 1 *byte*.

Os prefixos "giga", "mega" e "kilo" também são usados:

- 1 ***kilo**bit* contém 1 024 *bits*;
  1 ***mega**bit* é igual a 1 024 *kilobits*; e
  1 ***giga**bit* é igual a 1 024 *megabits*.
- 1 ***kilo**byte* representa 1 024 *bytes*;
  1 ***mega**byte* é igual a 1 024 *kilobytes*; e
  1 ***giga**byte* é igual a 1 024 *megabytes*.

Dessa forma, o tamanho de um arquivo pode ser representado de diversas maneiras. Por exemplo, uma música em formato MP3 de 5 MB tem 5 *megabytes*, ou seja, 5 120 *kilobytes*, 5 242 880 *bytes*, 41 943 040 *bits*, 40 960 *kilobits*, ou 40 *megabits*.

Como os prefixos utilizados para *bit* e *byte* são os mesmos, geralmente nos confundimos ao analisar a velocidade da nossa internet.

Pesquise sobre as velocidades de conexão oferecidas pelas operadoras nos planos de Internet atuais, comparando-as em *bytes* e em *bits* no quadro a seguir. Se possível, utilize uma conta de Internet de um familiar para enriquecer sua atividade.

Velocidade anunciada pela operadora	Velocidade real	
	Em *bits*	Em *bytes*

3. Radiciação

A linguagem simbólica tem grande importância na Matemática. Por volta do ano 1500, o matemático Christoph Rudolff representou a raiz quadrada com o símbolo[1] (note a ausência da barra horizontal). Anteriormente, a raiz era representada pela letra "R". O matemático italiano Fibonacci utilizava a notação R^2, R^3, etc. para representar raiz quadrada, raiz cúbica, e assim por diante.

índice

$$\sqrt[n]{a}$$

radicando

A seguir, veremos conceitos, propriedades e simbologia da radiciação.

3.1. Raiz aritmética de índice qualquer

Radicando positivo

Podemos entender raiz aritmética como a operação inversa de uma potência de base positiva e expoente natural maior que 1.

$$\sqrt{4} = 2 \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt[3]{64} = 4 \text{ porque } 4^3 = 64$$

$$\sqrt[4]{81} = 3 \text{ porque } 3^4 = 81$$

Seja **a** um número real positivo e **n** um número natural maior ou igual a 1. Chamamos de raiz aritmética de índice **n** (ou raiz aritmética n-ésima) de **a** o valor **b**, tal que **b** elevado ao expoente **n** resulta em **a**.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Observação:

- A raiz aritmética possui uma única solução.
- $\sqrt{9} = 3$ (o resultado será somente 3).
- O resultado só será negativo quando for o oposto da raiz (por exemplo, $-\sqrt{9} = -3$).

Radicando negativo

Não há, no conjunto dos números reais, raiz com índice par de número negativo, pois não existe um número que, elevado ao expoente par, resulte em um número negativo.

Caso a raiz tenha índice ímpar, a operação é possível em $\mathbb{R}$. Observe:

- $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$
- $\sqrt[5]{-243} = -3$, pois $(-3)^5 = -243$

3.2. A equação $x^n = a$

Quando nos deparamos com a equação $x^n = a$, surge a pergunta: qual é o número que, elevado à n-ésima potência, resulta em **a**?

O conjunto solução das equações (ou seja, todos os valores possíveis que tornam a igualdade verdadeira) depende das condições de existência da equação, dos dados do problema e de seu contexto.

Generalizando:

- Para **a** positivo e **n** par: $\boxed{x^n = a \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[n]{a}}$

  Exemplo: $x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$, pois tanto $(6)^2$ quanto $(-6)^2$ resultam em 36.

- Para **a** negativo e **n** par: $x^n = a$ não possui solução real
- Para **n** ímpar: $x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$

  Exemplo: $x^5 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-32} = -2$, pois $(-2)^5 = -32$

4. Relação entre potência e raiz

Toda potência de base positiva e expoente racional é uma raiz, descrita da seguinte forma:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

O denominador **n** é o índice da raiz e o numerador **m** é o expoente do radicando.

Ao aplicarmos a definição de potência de expoente racional, transformamos uma raiz em potência.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\text{, sendo } \mathbf{a} \text{ um número real positivo ou nulo.}$$

Veja a seguir as propriedades da radiciação. Sejam **a**, **b** e **c** números reais, tais que $a \geq 0$, $b \geq 0$ e $c > 0$. Assim, temos:

I. $\sqrt[n]{a^n} = a$, pois $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1$, com **n** inteiro e diferente de zero.

Exemplos:

- $\sqrt{10^2} = 10$
- $\sqrt[4]{y^4} = y$, com $y \geq 0$

II. Sendo **p** um inteiro divisor comum de **n** e **m**, $\sqrt[n:p]{a^{m:p}}$.

Exemplos:

- $\sqrt[4]{7^6} = \sqrt[4:2]{7^{6:2}} = \sqrt{7^3}$
- $\sqrt[5]{2^{10}} = \sqrt[5:5]{2^{10:5}} = 2^2 = 4$

Observação:

O índice unitário representa uma raiz exata.

$\sqrt[1]{a^2} = a^{\frac{2}{1}} = a^2$

III. $\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ (a raiz n-ésima de um produto é o produto das raízes n-ésimas).

Exemplo:

$\sqrt{36} = \sqrt{4 \ . \ 9} = \sqrt{4}.\sqrt{9} = 2 \ . \ 3 = 6$

IV. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{c}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}$ (a raiz n-ésima do quociente é o quociente das raízes n-ésimas).

Exemplo:

$\sqrt[3]{\dfrac{27}{8}} = \dfrac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \dfrac{3}{2}$

V. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$ (a raiz m-ésima da raiz n-ésima de um número é a raiz cujo índice é o produto dos índices dados (m.n)).

Exemplo:

$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3 \cdot 2]{5} = \sqrt[6]{5}$

4.1. Simplificação de radicais

Quando dizemos que um número está na forma simplificada, queremos mostrar que há uma maneira mais simples, mais fácil de interpretá-lo.

No conjunto das raízes, temos as raízes exatas e as raízes não exatas (números irracionais). Muitas vezes, podemos escrever as raízes não exatas de forma mais simples, como um produto de um número racional por um número irracional. Para isso, usamos fatoração e propriedades das raízes.

As raízes exatas já são representadas de uma forma simples.

Por meio destes exemplos, vejamos como se procede:

Propriedade III

- $\sqrt{144} = \sqrt{\underbrace{2^4 \ . \ 3^2}_{\text{Decomposição em fatores primos}}} = \sqrt{2^4}.\sqrt{3^2} = 2^2 \ . \ 3 = 12$

Propriedade II

Propriedade III

- $\sqrt{20} = \sqrt{\underbrace{2^2 \ . \ 5}_{\text{Decomposição em fatores primos}}} = \sqrt{2^2}.\sqrt{5} = 2.\sqrt{5}$

Propriedade II

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

33. Simplifique, utilizando as propriedades dos radicais:

A) $\sqrt{8^2}$
B) $\sqrt[3]{7^3}$
C) $\sqrt{5^4}$
D) $\sqrt[4]{3^{-6}}$
E) $\sqrt[9]{512^3}$
F) $\sqrt{10^{12}}$
G) $\sqrt[8]{100^{12}}$
H) $\sqrt{9^{\frac{3}{2}}}$
I) $\sqrt[4]{2^{-4}}$
J) $\sqrt{15^6}$

34. **APLIQUE** a propriedade do produto ou do quociente:

A) $\sqrt{5 \,.\, 6 \,.\, 7}$
B) $\sqrt[3]{3 \,.\, 7}$
C) $\sqrt{2 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 8}$
D) $\sqrt{\frac{5}{3}}$
E) $\sqrt{\frac{12}{5}}$
F) $\sqrt[5]{\frac{16}{7}}$
G) $\sqrt{\frac{8}{3} \cdot \frac{7}{13}}$

35. Escreva as raízes a seguir na forma simplificada:
5VSJ

A) $\sqrt[3]{1\,728}$
B) $\sqrt{324}$
C) $\sqrt{50}$
D) $\sqrt{\frac{16}{9}}$
E) $\sqrt[4]{1\,024}$
F) $\sqrt{8}$
G) $\sqrt[3]{81}$
H) $5\sqrt{45}$
I) $\sqrt{3^5 \,.\, 2^7}$
J) $\sqrt[3]{5^4 \,.\, 7^3}$

5. Operações com radicais

Os radicais são operacionalizáveis em determinadas condições, que dependem das operações envolvidas.

A seguir, vamos estudar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com radicais, a relação entre potenciação e radiciação, a raiz n-ésima de outra raiz e a introdução de fatores nos radicandos.

5.1. Adição e subtração com radicais

Vamos recordar como efetuar uma soma algébrica de polinômios.

Em primeiro lugar, devemos reduzir os termos semelhantes: colocamos a parte literal em evidência (fator comum) e agrupamos os coeficientes.

Exemplo: $3x^2y - 5x^2y + 4x^2y = (3 - 5 + 4)x^2y = 2x^2y$

Com as raízes irracionais, utilizaremos o mesmo raciocínio:

- $3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{2} = (3 - 7 + 1)\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$
- $\frac{1}{2}.\sqrt[3]{5} - 3\sqrt{7} + \frac{3}{4}.\sqrt[3]{5} + 8\sqrt{7} = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right).\sqrt[3]{5} + (-3 + 8).\sqrt{7} = \frac{5}{4}.\sqrt[3]{5} + 5\sqrt{7}$

Observe o seguinte exemplo:

$$-3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$$

Aparentemente, as raízes não são semelhantes. Porém, algumas raízes podem ser escritas de forma simplificada. Reescrevendo a expressão, temos:

$$-3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18} = -3\sqrt{2} + \sqrt{5^2 . 2} - \sqrt{3^2 . 2} =$$

$$= -3\sqrt{2} + \sqrt{5^2} . \sqrt{2} - \sqrt{3^2} . \sqrt{2} = -3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

36. **EFETUE**:

A) $7\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5}$

B) $\frac{3}{4}.\sqrt{7} - \frac{2}{5}.\sqrt{7} + \sqrt{7}$

C) $3\sqrt{3} - 9\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \frac{2}{3}.\sqrt{3}$

D) $\sqrt{144} - \sqrt[3]{8} + \frac{2}{7}.\sqrt{49}$

E) $3\sqrt{13} - 5\sqrt{52}$

F) $\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{128}$

G) $0,5.\sqrt{7} - \frac{\sqrt{28}}{3} + \frac{\sqrt{63}}{4}$

37. **SIMPLIFIQUE** e **EFETUE**:

A) $\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{18}$

B) $\frac{5}{3}.\sqrt{12} + \frac{2}{5}.\sqrt{27} - 5.\sqrt{3}$

C) $\sqrt[3]{81} - 4.\sqrt[3]{16} - 2.\sqrt[3]{3} + 5.\sqrt[3]{2}$

D) $\sqrt{99} - 5.\sqrt{44} + \frac{8}{3}.\sqrt{11} - 2.\sqrt{275}$

E) $-\frac{11}{2}.\sqrt{8} - 2\sqrt{50} + 5\sqrt{18} - 6\sqrt{98}$

38. FP96 Nos itens a seguir, cada letra representa um número real positivo. Assim, **SIMPLIFIQUE** as raízes.

A) $\sqrt{\frac{x^5y^3}{z^4}}$

B) $\sqrt[3]{\frac{a^7b^6}{c^4}}$

C) $\sqrt{\frac{a^4b^6c^9}{20x^2y^2}}$

5.2. Multiplicação e divisão com radicais

Se tomarmos $\sqrt{36} = 6$ e $\sqrt{81} = 9$, podemos efetuar o produto $\sqrt{36} . \sqrt{81} = 6 . 9 = 54$. Porém, se as raízes forem irracionais, como $\sqrt{2} = 1,414213562373...$ e $\sqrt{3} = 1,732050807568...$, esse produto pode ser simplificado utilizando-se as propriedades dos radicais. Observe:

Sejam **a** e **b** números reais não negativos.

$$\sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$$

O produto das raízes de mesmo índice é igual à raiz do produto, nesse índice.

Exemplos:

- $\sqrt{2}\,.\,\sqrt{8} = \sqrt{2\,.\,8} = \sqrt{16} = 4$
- $3.\sqrt[3]{4}\,.\,\sqrt[3]{9} = 3.\sqrt[3]{4\,.\,9} = 3.\sqrt[3]{36}$
- $5\sqrt{12}\,.\,\sqrt{3} = 5\sqrt{12\,.\,3} = 5\sqrt{36} = 5\,.\,6 = 30$

Da mesma forma, a divisão de raízes irracionais pode ser simplificada usando-se as propriedades dos radicais. Observe:

Sejam **a** e **b** números reais não negativos, com b ≠ 0.

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

A divisão das raízes de mesmo índice é igual à raiz do quociente, nesse índice.

Exemplos:

- $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$
- $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\dfrac{12}{27}} = \sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3}$

Caso particular: multiplicação e divisão de raízes de índices diferentes

No caso de os índices serem diferentes, devemos proceder de forma a obter uma ligação comum entre os fatores. Veja, a seguir, duas maneiras distintas de estabelecer essa ligação.

I. $\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4}$

1° passo: transformar em potências.

$\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{1}{2}}\,.\,4^{\frac{1}{3}}$

Não é possível juntar as potências, pois o expoente não é o mesmo e as bases são diferentes.

2° passo: escrever os expoentes com um denominador comum → MMC(2, 3) = 6.

$\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{3}{6}}\,.\,4^{\frac{2}{6}}$

3° passo: voltar para os radicais e proceder normalmente.

$\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{3}{6}}\,.\,4^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{2^3}\,.\sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{2^3\,.\,2^4} = \sqrt[6]{2^7} = 2\sqrt[6]{2}$

II. $\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4}$

1° passo: escrever os radicais usando um índice comum → MMC(2, 3) = 6.

$\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{2^3}\,.\sqrt[6]{4^2}$

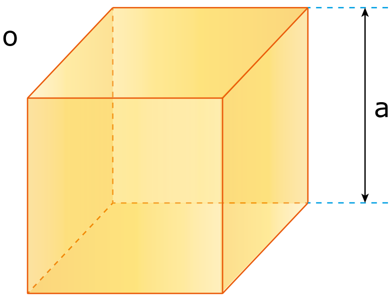
2° passo: usar as propriedades dos radicais.

$\sqrt{2}\,.\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{2^3}\,.\sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6]{2^3\,.\,2^4} = \sqrt[6]{2^7} = 2\sqrt[6]{2}$

5.3. Potenciação e radiciação

Veja:

Se o volume de um cubo de aresta **a** é V = a^3, qual é o volume do cubo cuja aresta mede $\sqrt{5}$ m?



$\sqrt{5}$ = 2,2360679...

V = $(\sqrt{5})^3$ = (2,2360679...).(2,2360679...).(2,2360679...)

Ou, aproximadamente:

V = (2,24).(2,24).(2,24)

Resolver essa operação seria muito trabalhoso. Podemos simplificá-la recorrendo novamente às propriedades dos radicais.

Seja **a** um número real não negativo e **m** e **n** números positivos e maiores que 1.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \underbrace{\sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{a}.\,\ldots\,.\sqrt[n]{a}}_{\textbf{m}\text{ vezes}} = \sqrt[n]{\underbrace{a.a.\,\ldots\,.a}_{\textbf{m}\text{ vezes}}} = \sqrt[n]{a^m}$$

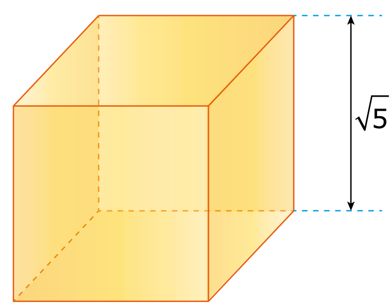
Portanto, retomando o problema anterior, temos, de forma simplificada:

$$V = \left(\sqrt{5}\right)^3 = \sqrt{5^3} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{5^2}\,.\,\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$V \cong 5.(2{,}24) \Rightarrow$$

$$V \cong 11{,}2 \text{ u.v.}$$



Exemplos:

- $\left(\sqrt{3}\right)^4 = \sqrt{3^4} = 3^2 = 9$
- $\left(\sqrt[3]{2}\right)^5 = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^3}\,.\,\sqrt[3]{2^2} = 2.\sqrt[3]{4}$
- $\left(\sqrt{5^3}\right)^4 = \sqrt{(5^3)^4} = 5^6 = 15\,625$

5.4. Raiz de raiz

De maneira análoga às operações anteriores, podemos evitar o desenvolvimento das operações, de modo a simplificá-las, utilizando raízes irracionais na forma decimal.

Seja **a** um número real não negativo e **m** e **n** números inteiros positivos e maiores que 1.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

Com efeito, $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{m}}} = a^{\frac{\frac{1}{m}}{n}} = a^{\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n.m}} = \sqrt[n.m]{a}$.

Exemplos:

- $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} = \sqrt[2.2.2]{3} = \sqrt[8]{3}$
- $\sqrt{\sqrt{32}} = \sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{2^4}\,.\,\sqrt[4]{2} = 2.\sqrt[4]{2}$

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

39. Efetue as multiplicações, transformando-as em um único radical:

A) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}$

B) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$

C) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125}$

D) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{6}$

40. **CALCULE** as divisões, transformando-as em um único radical:

A) $\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$

B) $\dfrac{\sqrt[3]{45}}{\sqrt[3]{3}}$

C) $\dfrac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}}$

D) $\dfrac{\sqrt{42} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

41. Simplifique as potências:

A) $\left(\sqrt{3}\right)^5$

B) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^7$

C) $\left[\left(\sqrt{5}\right)^2\right]^3$

D) $\left(\sqrt[7]{128}\right)^{-1}$

42. Dê o resultado simplificado de cada uma das raízes:
7TF1

A) $\sqrt{\sqrt[3]{4}}$

B) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4\,096}}$

C) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{x^{60} . y^{61}}}}$ (considere x e y > 0)

D) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{15} . b^{45}}}$

E) $\dfrac{\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^8 \cdot 3^9}}}{\sqrt[6]{4 \cdot 3^3}}$

F) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{14}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{7^4}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{8\sqrt{12}}{\sqrt[3]{7}}$

5.5. Introdução de um fator no radicando

Todo número, de alguma forma, pode ser escrito como uma raiz de índice qualquer $\left(a = \sqrt[n]{a^n}\right)$.

Exemplo:

$5 = \sqrt{5^2} = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[4]{5^4} = \ldots$

Agora, veja:

$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$. De forma equivalente, $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$.

$\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. De forma equivalente, $3\sqrt{3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{27}$.

Ao introduzir um fator no radicando de uma raiz de índice qualquer, multiplicamos o radicando já existente pelo número introduzido com expoente igual ao índice.

Por exemplo, para comparar os números reais a seguir, podemos introduzir os fatores externos nos radicandos e escrevê-los em um mesmo índice.

$5\sqrt{2}$	8	$3\sqrt{5}$	$2\sqrt{7}$

Assim,

- $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \,.\, 2} = \sqrt{50}$
- $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \,.\, 5} = \sqrt{45}$
- $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \,.\, 7} = \sqrt{28}$
- $8 = \sqrt{8^2} = \sqrt{64}$

Em ordem crescente, temos: $2\sqrt{7} < 3\sqrt{5} < 5\sqrt{2} < 8$

6. Resolução de problemas em $\mathbb{R}$

Em algumas situações envolvendo números reais, às vezes é necessário utilizar aproximações na sua resolução por essas envolverem dízimas ou números irracionais.

Veja o exemplo seguinte:

- Bernardo comprou uma mesa com tampo circular para sua casa e o vendedor informou-lhe que a mesa tem um diâmetro de 1,2 m. Ele ficou curioso e desejou saber qual é a área do tampo da mesa. Sabendo-se que a área de uma superfície circular é determinada por $S = \pi \,.\, r^2$, podemos determinar a área procurada.

  Como π é um número irracional, temos que utilizar uma aproximação para realizar o cálculo. Considerando $\pi = 3{,}14$, a área será $S = 0{,}6^2 \,.\, 3{,}14 = 1{,}1304\ m^2$.

ENTENDI

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

43. Uma sala comercial quadrada possui área de $38\ m^2$ e uma porta com 80 cm de largura.

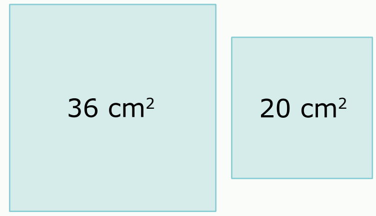
A) **CALCULE** a largura da sala com erro menor que 0,1.

B) Qual é a medida linear do rodapé, sabendo-se que ele faz o acabamento da parte inferior da parede?

44. De acordo com os dados disponíveis no mapa abaixo, a distância percorrida para ir de Brasília a Pequim é de aproximadamente 17 000 km.

DETERMINE, em metros, a distância percorrida em uma viagem de ida e volta de Brasília a Pequim e **INDIQUE** o resultado utilizando notação científica.

45. Considerando as informações contidas nos quadrados das figuras a seguir, **CALCULE**, com erro menor que um décimo, a diferença entre as medidas de seus lados.

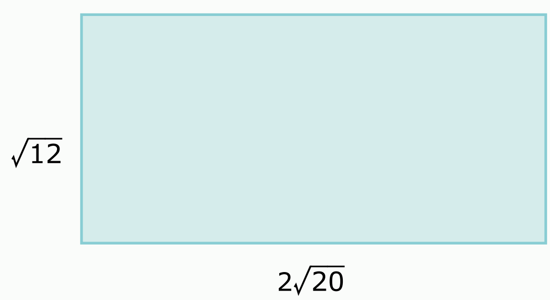


46. [...] Assim como a Via Láctea e a pequena nuvem de Magalhães, a grande nuvem de Magalhães também pertence ao grupo local de galáxias e é do tipo irregular. Trata-se de um objeto que está próximo à constelação de Dorado e está a apenas cerca de 170 mil anos luz da Via Láctea. Estende-se por uma extensão consideravelmente maior que Pequena Nuvem de Magalhães e possui, similarmente, muitos objetos nebulares próximos muito interessantes como a nebulosa da tarântula. [...]

CORRÊA, Guilherme Murici. *As três galáxias que podemos ver a olho nu.* Disponível em: http://www.observatorio.ufmg.br/dicas06.htm. Acesso em: 14 ago. 2020. [Fragmento]

Sabendo que 1 ano-luz corresponde a 9,46 x 1012 km, **DETERMINE**, em km, a distância a que a Grande Nuvem de Magalhães se encontra da Via Láctea e **REPRESENTE**-a em notação científica.

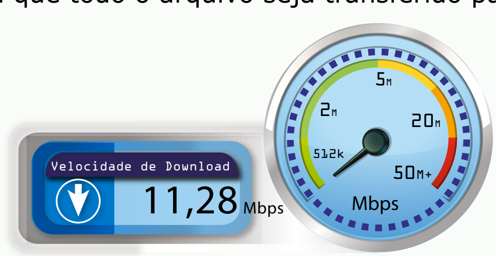
47. Considere o retângulo a seguir, cujas medidas estão indicadas na figura.



DETERMINE o perímetro do retângulo e escreva o resultado na forma simplificada.

48. Seja **A** um número natural múltiplo de 4. **CALCULE** o valor de $\sum_{A=4}^{20} \sqrt{A}$. Em seguida, escreva o resultado na forma simplificada.

49. Margarida está fazendo download de um vídeo que possui 2 GB (gigabytes) de tamanho. Considerando a informação a seguir sobre a velocidade da conexão de Margarida, quanto tempo será necessário para que todo o arquivo seja transferido para o computador dela?



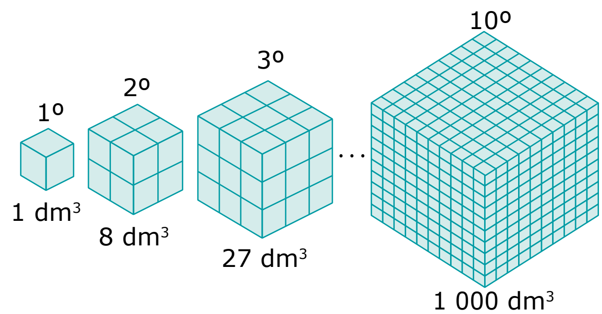
Arquivo Bernoulli

DESAFIO

02. DETERMINE o valor de $y.z^2$ para $y = \dfrac{\left[\left(0,2525... - \dfrac{2}{3}\right) : \left(\dfrac{16}{33} + 0,3434...\right)\right]^{-1}}{1,2 + \dfrac{4}{5}}$ e $z = \sqrt{\dfrac{2^{30} + 2^{29}}{2^{29} + 2^{28}}}$.

03. Os 10 cubos da sequência a seguir são formados por cubos menores e idênticos de volume igual a 1 dm^3. Abaixo de cada um deles, está representado seu respectivo volume, em dm^3.

Se decidirmos pintar a superfície de cada um desses cubos da sequência, alguns cubos menores terão todas suas faces pintadas, três, duas, uma ou nenhuma face pintada.



A) Considerando os 10 cubos da sequência, quantos são os cubos que não possuem nenhuma das faces pintadas?

B) Juntando todos os cubos sem nenhuma face pintada podemos formar 6 outros cubos. **DETERMINE** a medida da aresta desses novos cubos, em dm.

ENTENDI

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

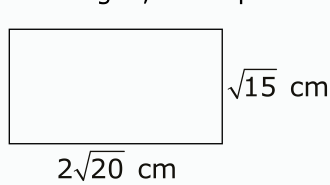
RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. INDIQUE o ponto da reta que pode representar, aproximadamente, cada um dos valores seguintes.

$\sqrt{10}$ ________ $-\pi$ ________ $\sqrt{17}$ ________

$-\dfrac{5}{4}$ ________ $-\dfrac{3}{4}$ ________

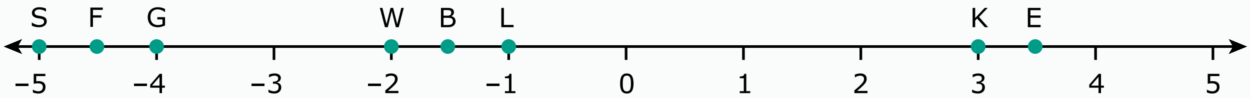
02. CALCULE o perímetro do retângulo a seguir, com aproximação de uma casa decimal.



03. RESOLVA a expressão calculando os números irracionais com erro de 0,01.

$$\sqrt{5} + 3\sqrt{8} - 2\pi$$

04. **CALCULE** cada um dos números seguintes com aproximação de uma casa decimal e **DETERMINE** entre quais pontos da reta numérica cada um se encontra.



A) $-\dfrac{\pi}{2}$ B) $\sqrt{11}$ C) $-2\sqrt{5}$

05. Construa uma reta numérica com intervalos de 1 cm e marque cada um dos pontos seguintes:

A) -3,2 B) $\dfrac{5}{4}$ C) $\sqrt{15}$ D) $-3\sqrt{2}$

06. **RESOLVA** a expressão $\dfrac{3^{-2}+3^{-1}}{2^{-1}-2^{-2}}-4^{-1}$.

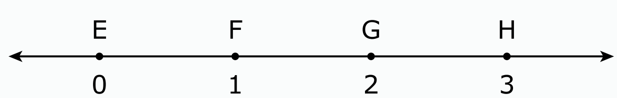
07. Sendo $A=(-2)^{-3}-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{-2}+\left(2^{-1}\right)^{3}+\left(-\dfrac{5}{7}\right)^{0}$ e $B=\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-2}.\left(2-\dfrac{2}{3}\right)^{-3}:\left(\dfrac{2^2}{3}\right)^{-6}$, **CALCULE** o valor de A + B.

08. **DETERMINE** o resultado de $\dfrac{5^0+5^{-1}}{5^{-2}}+\dfrac{-2^4}{\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-1}+(-1)^5}$.

09. Escreva como uma única potência:

A) $2^x \,.\, 2^{3x-1} \,.\, 2^{5x-4}$ B) $5^{3x+y} : 5^{-4x+2y}$ C) $(3^2)^{-x+4}$

10. E8N8 Na reta numérica a seguir, estão assinalados alguns pontos:



Simplifique a expressão seguinte e escreva entre quais pontos consecutivos dessa reta deve ser assinalado o número resultante da expressão $\dfrac{4^{n+2}-4^{n+1}+4^n}{4^{n+2}}$.

11. **DETERMINE** o valor numérico da expressão $16z^4 - 4z^{-3} + 2z^{-1} - 5z^2$, para $z = 2^{-2}$.

12. Simplifique a expressão $\dfrac{81.(1\,024)^4.(512)^{-3}\,.\,2^8}{(2^{-1})^2.\left(2^{10}\,.\,3^2\right)^2}$.

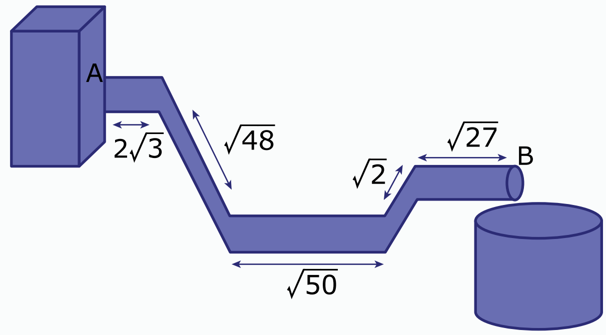
13. **CALCULE** o valor de $\dfrac{5^{x+1}-5^{x-2}+5^x}{5^x\,.\,10}$.

14. TB23 Dê o resultado da expressão $\dfrac{[(0{,}001)^{-1}]^4\,.\,10\,000.(100)^4}{(0{,}00001)^{-2}\,.\,100^3.[(10)^{-3}]^6}$ com uma única potência de base 10.

15. O valor da expressão $\dfrac{100\,000.[(10^{-3})^2]^2.(0{,}0001\,.\,10^{-3})^3}{(0{,}000001)^{-4}.10\,000^2.(10^{-5}\,.\,10^{-1})^2}$, como uma potência de base 10, é:

A) 10^{-36} B) 10^{48} C) 10^{-48} D) 10^{36} E) 10^{-50}

16. Observe a figura seguinte:



Após o registro de um tanque ser aberto no ponto **A**, a água liberada percorre todo o trajeto da tubulação até sair para encher um reservatório no ponto **B**. Sabendo-se que cada trecho da tubulação tem sua medida indicada na figura, em metros, a distância percorrida pela água na tubulação, ao sair no ponto **A** até chegar ao ponto **B**, é:

A) $3.(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ m.

B) $3.(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$ m.

C) $6.(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ m.

D) $3.(6\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$ m.

E) $6.(6\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$ m.

17. A expressão mais simples de $25^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}}.\frac{1}{2} + 2$ é:

A) 0 B) 2 C) 4 D) 8 E) 12

18. O valor de $\sqrt{0{,}222...}\ .\ \sqrt{0{,}555...}\ .\ \frac{3}{10^{\frac{1}{2}}}$ é:

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

19. Sejam dados os valores:

A = 512 000 000

B = 0,0000256

C = 7 800 000

A) Escreva **A**, **B** e **C** em notação científica.

B) **CALCULE** A . B, A : B e A + C. Escreva os resultados em notação científica.

20. AS43 Sabe-se que a velocidade da luz no vácuo é de 300 000 km/s. Considerando que um dia tem 86 400 segundos, **DETERMINE**, em notação científica, a distância que a luz percorre no vácuo num período de um dia.

21. **CALCULE** o valor da expressão $\sqrt[3]{\frac{60\,000\ .\ 0{,}00009}{0{,}0002}}$ em notação científica.

22. Sabendo que **x** representa a solução da equação $\frac{x}{4} - \frac{3x-7}{5} = \frac{5}{2} - \frac{2x-1}{4}$, **RESOLVA** a equação e **DETERMINE** o valor da expressão $x^{\frac{1}{2}} + \sqrt[4]{x^2} - x^{-2}$.

23. Efetue as expressões:

A) $5\sqrt{48} - \frac{7}{2}.\sqrt{12} + \frac{\sqrt{75}}{3} - 4\sqrt{3}$

B) $-7.\sqrt[3]{6} + 4.\sqrt[3]{96} - 3.\sqrt[3]{324}$

24. Simplifique:

A) $\frac{\sqrt{8}\,.\,\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$

B) $\frac{\sqrt[4]{81}\,.\,\sqrt{12}}{\sqrt{75}\,.\,\sqrt{27}}$

C) $\sqrt{\frac{4}{5}}\,.\,\sqrt{20} - 3.\sqrt{\frac{4}{7}}\,.\,\sqrt{28}$

D) $\left(\sqrt[8]{625}\right)^4 . \sqrt[3]{125^{-1}} . \sqrt[3]{(0,027)^{-1}}$

25. Usando a propriedade distributiva, **DETERMINE** o valor das seguintes expressões:

A) $(\sqrt{2} + 1).(5 + 2\sqrt{2})$

B) $(\sqrt{32} + 3).(\sqrt{2} + 1)$

26. 6CT3 Verifique se a expressão $\sqrt{75}\,.\,\sqrt{\frac{10}{3}} - \frac{\sqrt{1\,000}}{2\sqrt{90}} + \left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{-4} - \sqrt{250}$ representa um número racional.

27. Dados os números reais $\sqrt[12]{80}$, $\sqrt[3]{(-64)^{-1}}$, $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{120}}}$, $\sqrt[3]{10}$, $-\sqrt[4]{6}$ e 9, escreva-os em ordem decrescente.

28. 8AGL **CALCULE** o valor da expressão $\sqrt{\frac{x}{y}.\sqrt{\frac{y}{x}}}$, reduzindo a um único radical.

29. ØEMG Uma fórmula matemática para calcular a área aproximada, em metros quadrados, da superfície corporal de uma pessoa é dada por $A = \frac{11}{100}.p^{\frac{2}{3}}$ m^2, sendo A a área e p a massa da pessoa, em kg.

CALCULE a superfície corporal de uma pessoa que possui massa de 64 kg.

30. LF9Y **CALCULE** o valor da expressão a seguir para a = 40, b = 20 e c = 30.

$$\frac{a^6.(a-c)^{-2}.(a-c)^3}{(b+c)^5.\left[\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}\right]^2.(b+c)^{-4}}$$

31. **CALCULE** o valor da expressão $\frac{5.\sqrt[12]{64} - \sqrt{18}}{\sqrt{50} - \sqrt[4]{324}}$.

32. **CALCULE** o valor das expressões:

A) $\left(32^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}\right).81^{\frac{1}{2}}$

B) $\sqrt{\frac{a}{\sqrt[3]{a}}}$, para $a \neq 0$

C) $\sqrt{76 + \sqrt{11 - \sqrt[3]{8}} + \sqrt{12 - \sqrt{64}}}$

D) $\left[\left(\frac{3b^2}{2a}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}$, para $b = 2a$ e $a \neq 0$

33. Sabendo-se que a área de um quadrado de lado **a** vale a^2, **CALCULE** a medida, em cm, do lado de um quadrado de área 784 cm^2.

34. **DETERMINE** quantos cubos de volume 27 dm^3 cabem dentro de um cubo de volume 64 dm^3, sabendo-se que o volume de um cubo de aresta **a** é $V = a^3$ dm^3.

TESTES

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UFMG) Simplificando a expressão $\sqrt{9 \,.\, 10^{-6}} \,.\, \sqrt{0{,}0049} \,.\, \sqrt{2{,}5 \,.\, 10^{3}}$, obtém-se:

A) 105

B) 10,5

C) 1,05

D) 0,105

E) 0,0105

02. (PUC-Rio) O valor de $\sqrt[3]{-27} \,.\, \sqrt{(-3)^2}$ é:

A) 3

B) 6

C) 9

D) –6

E) –9

03. EJFT (CEFET-MG) Simplificando a expressão $\sqrt{\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{x^4}}}$, na qual $x \in \mathbb{R}^*_+$, obtém-se:

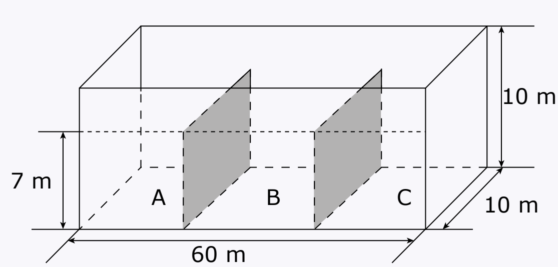
A) $\sqrt[12]{x}$

B) $\sqrt[6]{x^5}$

C) $\sqrt[12]{x^5}$

D) $\sqrt[6]{x}$

04. XUQM (Enem) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, **A**, **B** e **C**, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias. Após o fim do vazamento o volume de petróleo derramado terá sido de

A) $1{,}4 \times 10^3$ m³

B) $1{,}8 \times 10^3$ m³

C) $2{,}0 \times 10^3$ m³

D) $3{,}2 \times 10^3$ m³

E) $6{,}0 \times 10^3$ m³

05. (Enem) As exportações de soja no Brasil totalizaram 4 129 milhões em toneladas no mês de julho de 2012 e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

A) $4{,}129 \times 10^3$

B) $4{,}129 \times 10^6$

C) $4{,}129 \times 10^9$

D) $4{,}129 \times 10^{12}$

E) $4{,}129 \times 10^{15}$

06. (IFMT–2017) O princípio da representação numérica concebeu os conjuntos dos números e consequentemente as suas diversas operações matemáticas. Desenvolvendo a expressão numérica abaixo, tem-se como solução mais simples o valor de:

$$\sqrt{49} + \sqrt[3]{-27} + \left\{2 + \left[5 \,.\, \left(\sqrt{8} - \sqrt{7}\right) - 3 \,.\, \left(\sqrt[4]{5} - \sqrt[5]{4}\right)\right]^0\right\}$$

A) 0

B) 7

C) 1

D) -1

E) 5

07. NDWG
(IFBA) Dadas as expressões numéricas.

$$a = \frac{3^{-1} + 9^{0,5} + \sqrt[3]{\sqrt{27}} \,.\, \sqrt{3}}{12 \,.\, (0{,}25 - 0{,}222...)} \quad \text{e} \quad b = 0{,}8 : 0{,}04$$

É correto afirmar que o valor de b – a é igual a:

A) –1

B) 1

C) 2

D) 3

E) 21

08. (IFMT–2018) Um método heurístico de calcular a aproximação para raízes quadradas é através da fórmula abaixo:

$$\sqrt{n} \cong \frac{n + Q}{2 \cdot \sqrt{Q}}$$

Onde **Q** é o número quadrado perfeito mais próximo de **n**. Utilizando esta fórmula, qual a melhor aproximação para $\sqrt{150}$:

A) 12,35

B) 12,30

C) 12,25

D) 12,20

E) 12,15

09. FH2B (Epcar/AFA–2017) Sejam os números reais

a $= \dfrac{\sqrt{(-1)^2} \cdot 0,1222...}{(1,2)^{-1}}$

b = comprimento de uma circunferência de raio 1

c $= \sqrt{12} \cdot \sqrt{90} \cdot \sqrt{160} \cdot \sqrt{147}$

Sendo $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ os conjuntos numéricos, assinale a alternativa **FALSA**.

A) $\{a, c\} \subset \mathbb{Q}$

B) $c \in (\mathbb{Z} \cap \mathbb{N})$

C) $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \supset \{b, c\}$

D) $\{a, c\} \subset (\mathbb{R} \cap \mathbb{Q})$

10. (IF-Sul de Minas–2019) Considere $\mathbb{N}$ como sendo o conjunto dos números naturais, $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais e $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Analise as afirmações abaixo e, em seguida, **ASSINALE** a alternativa que indica apenas afirmações **VERDADEIRAS**.

I) O resultado da soma $-\dfrac{2}{3} + \dfrac{4}{5}$ pertence a $\mathbb{Q}$, mas não a $\mathbb{Z}$.

II) Todos os números negativos pertencem a $\mathbb{R}$, com exceção de um.

III) O número 3,777... não pertence a nenhum dos conjuntos apresentados.

IV) A expressão $\left(-\dfrac{7}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4}$ tem como resultado um número pertencente a $\mathbb{Z}$.

A) I, II e III

B) II, III e IV

C) II e IV

D) I e IV

11. (CEFET-MG–2019) O valor da expressão $\dfrac{\left(\dfrac{1}{0{,}1666...}\right)^{-1} - 0{,}5}{\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{2} - 3\left(\dfrac{2}{\sqrt[4]{81}}\right)^{2}}$ é igual a

A) $-\dfrac{2}{3}$.

B) $-\dfrac{4}{11}$.

C) $\dfrac{2}{51}$.

D) $\dfrac{4}{43}$.

12. L5NR (CMRJ–2018) O valor da expressão $\dfrac{\dfrac{37}{3} \times (0{,}243243243... : 1{,}8) + 0{,}656565... \times 6{,}6}{\dfrac{11}{8} \times (1{,}353535... - 0{,}383838...)}$ é

A) 4,666666...

B) 4,252525...

C) 4,333333...

D) 4,25

E) 4,5

13. (CMRJ–2020) Criptografia é a prática de codificar e decodificar dados. Quando os dados são criptografados, é aplicado um algoritmo para codificá-los de modo que eles não tenham mais o formato original e, portanto, não possam ser lidos. Os dados só podem ser decodificados no formato original com o uso de uma chave de decriptografia específica.

Disponível em:<https://www.kaspersky.com.br/resource-center/definitions/encryption>. Acesso em: 05 ago. 2019.

Um código simples de criptografia consiste em calcular a raiz quadrada dos algarismos formadores de um número e dispor os 2 primeiros algarismos das raízes de forma ordenada e sequencial. Por exemplo:

444991 = 202020303010, pois: $\begin{cases} \sqrt{4} = 2{,}0 \\ \sqrt{9} = 3{,}0 \\ \sqrt{1} = 1{,}0 \end{cases}$

Abaixo, são descritas cinco senhas criptografadas. Assinale a única cuja construção está de acordo com a regra apresentada no texto acima.

A) 345672 = 172021242710

B) 125677 = 101424232626

C) 456899 = 202224283030

D) 876901 = 302624300010

E) 149087 = 102030002827

14. (CMRJ–2019) Assinale a opção que contém a afirmação correta.

A) Para a e b reais e n natural, $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$.

B) Para a e b reais positivos, $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$.

C) Para a e b reais, se $a^2 = b^2$ então a = b.

D) Para a e b reais positivos, $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt[6]{a^2 \cdot b^3}$.

E) Para qualquer **a** real, $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$.