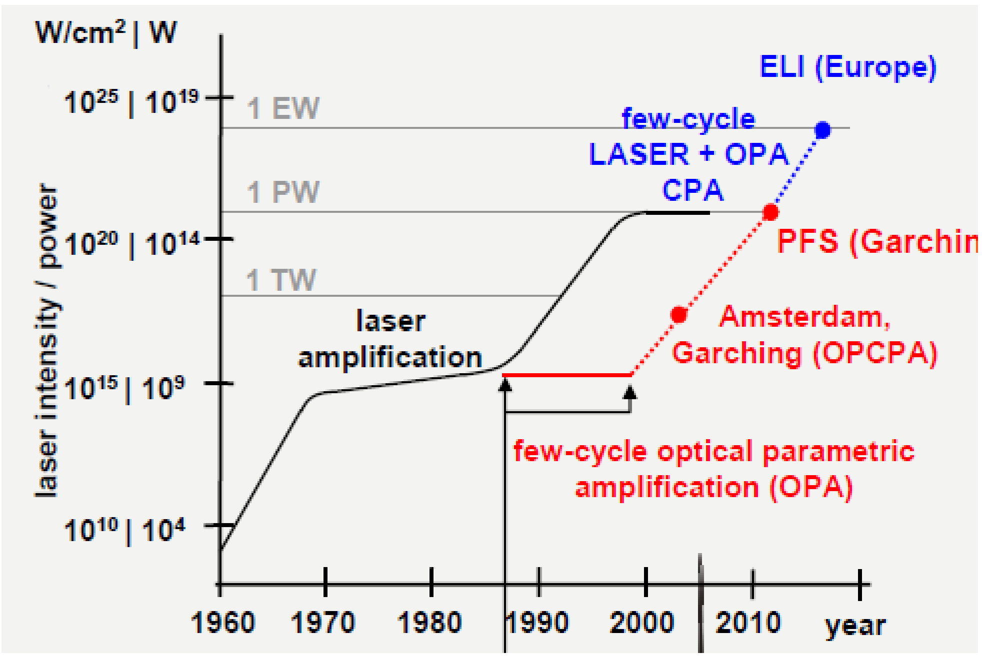
Unruh 効果にまつわる物理とその実験的な検証について

立教(Jan 5 '10)

KEK 理論センター、 総研大 磯 暁

超強高度レーザーによる強い電磁場の実現

Extreme Light Infrastructure (ELI)



Commercial laser:
300 TW, 2.5 Mio. €

ELI ヨーロッパで計画中

目的

Atto 秒の物理(物性への応用)

レーザー加速

真空の基礎物理探求

↓

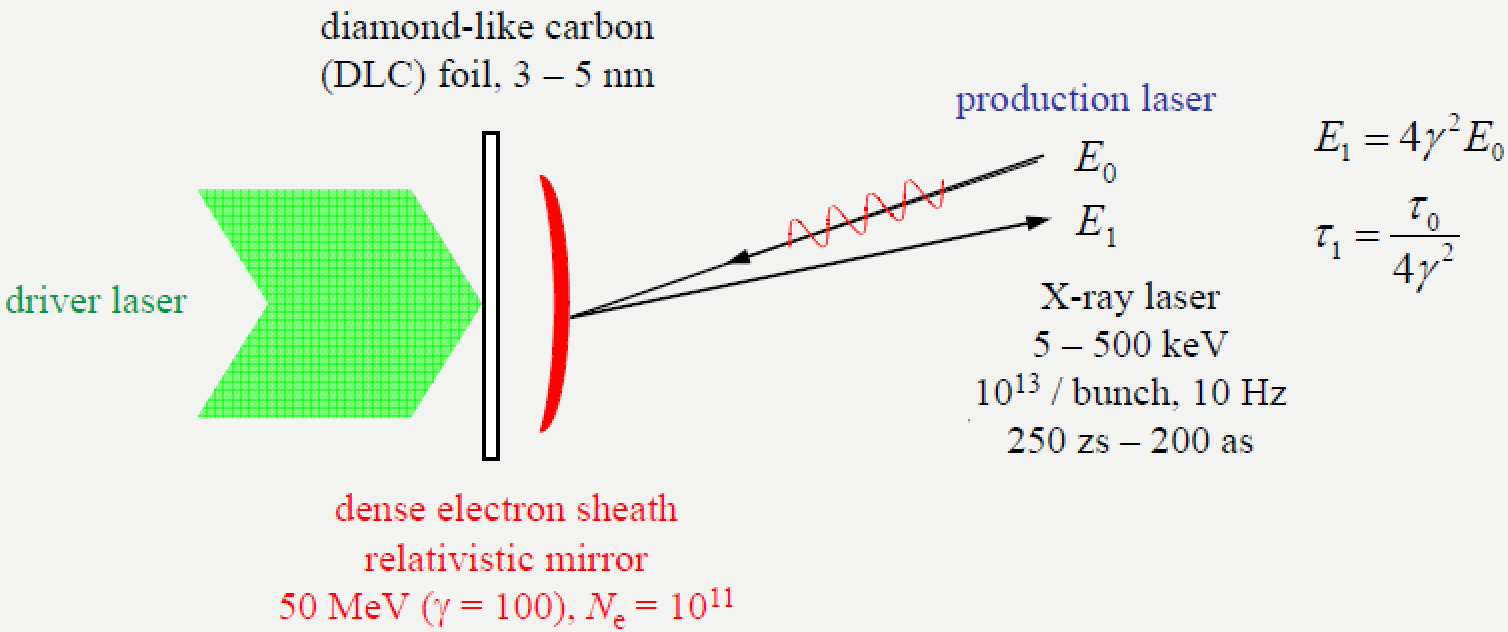
QEDの非線形効果

（真空の屈折率変化）

UV completion との関係

ウンルー輻射

技術面の進歩　Flying Mirror



Advantages:

No radiation problem with production laser

Low γ ↔ low electron beam energy

↔ no beam dump problems

Coherent reflection due to high electron density

X-ray laser after normal reflection

Brilliance = 10^{35} photons/(s·mm²·mrad²·BW)

講演の内容

１．ウンルー効果とは何か

２．Unruh DeWit Detecter

３．ウンルー効果を実験で検証するには？

４．加速運動する粒子に対する Stochastic 方程式とその解
with Y. Yamamoto, S. Zhang (@sokendai)

５．カイラル対称性は加速度系で回復するか？
with S. Kawamoto (@Taiwan)

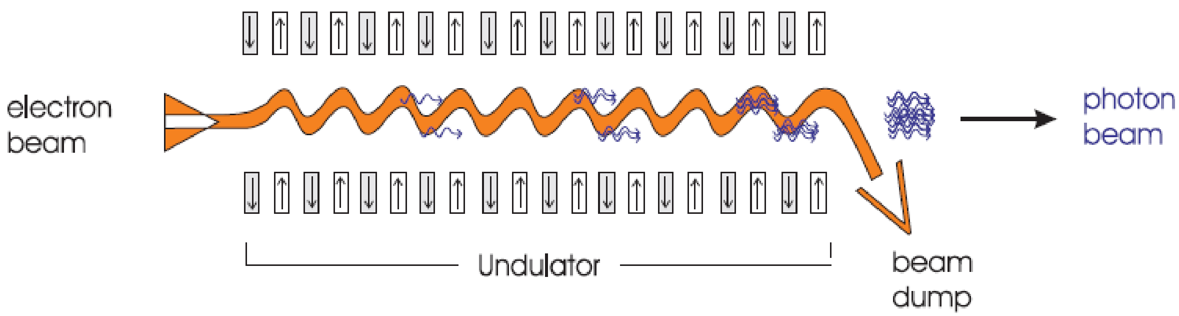
1　ウンルー効果とは何か

ウンルー効果：　一定加速度系（Rindler系）の観測者にとっては、
ミンコフスキー真空は**熱的に励起**して見える。

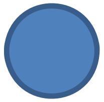
ウンルー温度：　$$T_{\mathrm{Unruh}} = \frac{\hbar\, a}{2\,\pi\, c\, k} = 4 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{K}\ \left(\frac{a}{1\ \mathrm{m/s^2}}\right)$$

Unruh '76

自由電子レーザー



P：輻射強度

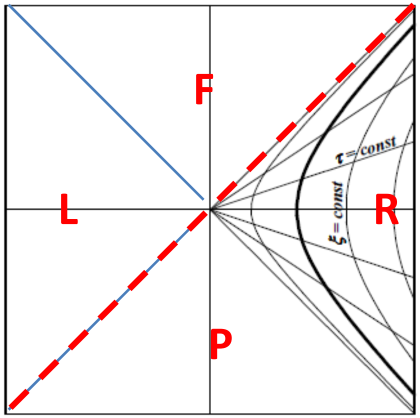


レーザーの広がり
半径σ

電場　$$\mathcal{E} = \sqrt{\mu_0\, c\, \frac{P}{\pi \sigma^2}} = 1.1 \cdot 10^{17}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \left(\frac{P}{1\ \mathrm{TW}}\right)^{1/2} \left(\frac{0.1\ \mathrm{nm}}{\sigma}\right)$$

加速度　$$a = \frac{e\,\mathcal{E}}{m_e} = 1.9 \cdot 10^{28}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \left(\frac{P}{1\ \mathrm{TW}}\right)^{1/2} \left(\frac{0.1\ \mathrm{nm}}{\sigma}\right),$$

一定加速度系にある粒子の運動　＝　時空での双曲線運動



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{M\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}\right)=Ma \qquad \mathbf{v}=\frac{dz}{dt}$$

のパラメータ解として

$$t(\tau)=a^{-1}\sinh a\tau$$
$$z(\tau)=a^{-1}\cosh a\tau$$

τ　: proper　time

ポイント1：　加速運動している人には領域F、Lからの信号は一切届かない
→　事象の**ホライズン** (event horizon)の存在

Minkowski 座標（慣性系）　(t,z)　vs.　Rindler 座標（加速度系）(τ, ξ)

領域R： $t=a^{-1}e^{a\xi}\sinh a\tau$
$z=a^{-1}e^{a\xi}\cosh a\tau$

領域L： $t=a^{-1}e^{a\bar{\xi}}\sinh a\bar{\tau}$
$z=-a^{-1}e^{a\bar{\xi}}\cosh a\bar{\tau}$

ポイント2：　M座標の時刻 t=0 での状態は、Rindler系で見るとR、Lの二つの状態の積（テンソル積）で書ける.

$$|M\rangle=|R\rangle\otimes|L\rangle$$

場の理論の真空とは何か

場の量子論＝　生成消滅を繰り返す多粒子系の量子力学

モード展開：　$\phi = \sum (a_k e^{-i\omega t + ikx} + a_k^\dagger e^{+i\omega t - ikx})$

真空：　$a|0\rangle = 0$　　　１粒子状態：　$|\omega\rangle = a^\dagger|0\rangle$

$$\langle\omega|a^\dagger(t)|0\rangle = \langle\omega|e^{iHt}a^\dagger e^{-iHt}|0\rangle = \langle\omega|a^\dagger e^{i\omega t}|0\rangle$$

$\downarrow$

ω　＞0（真空の安定性）

消滅演算子　＝　正振動数モード
生成演算子　＝　負振動数モード

ポイント3：　真空の定義は何を正振動数と定義するかに依存している.

別の座標系へ移ったら真空の定義は変わるのか？

（1）　ローレンツ変換の場合

$$\omega(>0) \rightarrow \frac{\omega - \mathbf{v}\cdot\mathbf{k}}{\sqrt{1-v^2}}(>0)$$

正振動数は正のままなので、
真空の定義は変わらず.
＝我々の真空はローレンツ不変である

（2） 加速度系への変換： 正振動数が負振動数と混じり合う。

但し左向きと右向きは混じらないので、以下左向き進行波のみ考える.

左向き：$V \;=\; t+z = a^{-1}e^{av}$　　$v = \tau + \xi$

右向き：$U \;=\; t-z = -a^{-1}e^{-au}$　　$u = \tau - \xi$

・ミンコフスキー座標での場の展開（左向き進行波）

$$\hat{\Phi}_+(V) = \int_0^\infty dk \left[\hat{b}_{+k} f_k(V) + \hat{b}^\dagger_{+k} f_k^*(V)\right] \qquad f_k(V) = (4\pi k)^{-1/2} e^{-ikV}$$

・リンドラー座標（R＋L）での場の展開

$$\hat{\Phi}_+(V) \;=\; \int_0^\infty d\omega \left\{\underbrace{\theta(V)[\hat{a}^R_{+\omega} g_\omega(v) + \hat{a}^{R\dagger}_{+\omega} g^*_\omega(v)]}_{\text{領域Rの場}} + \underbrace{\theta(-V)[\hat{a}^L_{+\omega} g_\omega(\bar{v}) + \hat{a}^{L\dagger}_{+\omega} g^*_\omega(\bar{v})]}_{\text{領域Lの場}}\right\}$$

$$g_\omega(v) = (4\pi\omega)^{-1/2}\, e^{-i\omega v}$$

リンドラー波動関数からミンコフスキー正振動数モードを作る　→　正負振動数が混合

$$\underbrace{\theta(V) g_\omega(v) + \theta(-V) e^{-\pi\omega/a} g^*_\omega(\bar{v})}_{\text{R正振動数 ＋ L負振動数}} \qquad \text{又は} \qquad \underbrace{\theta(-V) g_\omega(\bar{v}) + \theta(V) e^{-\pi\omega/a} g^*_\omega(v)}_{\text{L正振動数＋R負振動数}}$$

（注： a=0 極限では負振動数の部分は消える. ）

ミンコフスキー真空: $\hat{b}_{+k}|0_M\rangle = 0$

$\updownarrow$

$$\begin{aligned}(\hat{a}^R_{+\omega} - e^{-\pi\omega/a}\hat{a}^{L\dagger}_{+\omega})|0_{\mathrm{M}}\rangle &= 0 \\ (\hat{a}^L_{+\omega} - e^{-\pi\omega/a}\hat{a}^{R\dagger}_{+\omega})|0_{\mathrm{M}}\rangle &= 0\end{aligned}$$

ボゴリューボフ変換

この解は $|0_M\rangle \sim exp(e^{-\pi\omega/a}\hat{a}^{R\dagger}_{+\omega}\hat{a}^{L\dagger}_{+\omega})|0_R\rangle \otimes |0_L\rangle$

ポイント4: Rindler系(加速系)で見ると、ミンコフスキーの真空は、R領域と L領域で粒子の対生成が起こった状態 (entangled state) になっている.

$$\longrightarrow \quad \langle 0_{\mathrm{M}}|\hat{a}^{R\dagger}_{+\omega_i}\hat{a}^{R}_{+\omega_i}|0_{\mathrm{M}}\rangle = \langle 0_{\mathrm{M}}|\hat{a}^{L\dagger}_{+\omega_i}\hat{a}^{L}_{+\omega_i}|0_{\mathrm{M}}\rangle = (e^{2\pi\omega_i/a} - 1)^{-1}$$

温度 $T = a/2\pi$ の熱分布と同じ

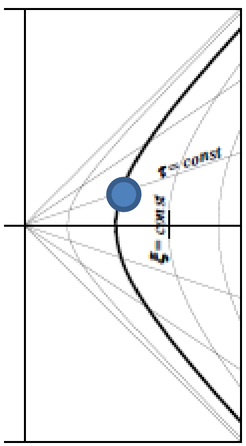
ポイント5: 加速系の人(領域R)にとっては、領域Lはホライズンの向こう側で見えないため、Lのフォック空間を積分 (trace out) してもよい.
→ 領域Rに限定した部分系は有限温度の混合状態に見える.

$$\hat{\rho}_R = \prod_i \left(C_i^2 \sum_{n_i=0}^{\infty} \exp(-2\pi n_i\omega_i/a)|n_i, R\rangle\langle n_i, R| \right)$$

２　Unruh-DeWitt detector について

慣性系の人は、加速度系の粒子が有限温度的に振舞うことをどう観測できるのか？

Unruh-DeWitt detector



- Spin のような2状態系 $\hat{H}|E_0\rangle = E_0|E_0\rangle$ $\hat{H}|E\rangle = E|E\rangle$ $E > E_0$

場φ（電磁場など）と相互作用している

相互作用項: $\hat{S}_I = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\ \hat{m}(\tau)\ \hat{\Phi}[x(\tau)]$

始状態: $|E_0\rangle \otimes |0_M\rangle$ → 終状態: $|E\rangle \otimes |1_{\mathbf{k}}\rangle$

ミンコフスキの真空

光子をemitして内部状態が励起する.

測定器が励起される散乱振幅

$$\langle E, 1_{\mathbf{k}}| \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{m}(\tau)\phi(x(\tau))|E_0, 0_M\rangle = \langle E|\hat{m}(0)|E_0\rangle \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i(E-E_0)\tau}\langle 1_k|\phi(x)|0_M\rangle$$

$$exp(-ikx(\tau)+i\omega t(\tau))$$

τ 積分が消えるか残るかは、測定器の経路 x(τ)によって決まる.

（1） 等速度運動の場合 → 消える （エネルギー保存のため）

（2） 等加速度運動だと残る

単位時間あたりの測定器が励起される確率は（散乱振幅の絶対値の2乗）

$$|\langle E|\hat{m}(0)|E_0\rangle|^2 \mathcal{F}(E-E_0)$$

$$\mathcal{F}(E) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-iE\tau}\langle 0_M|\phi(x(\tau+\tau_0))\phi(x(\tau_0))|0_M\rangle$$

場の真空揺らぎ（対生成）

質量0の場だと、グリーン関数は

$$G^{(+)} = \frac{-1}{4\pi^2}\frac{1}{(t-t'-i\epsilon)^2-(x-x')^2}$$

$$t(\tau) = a^{-1}\sinh a\tau$$
$$z(\tau) = a^{-1}\cosh a\tau$$

だと

$$G^{(+)}(\tau) = \frac{-1}{16\pi^2\sinh^2(a\tau/2 - i\epsilon)} = \frac{-1}{4\pi^2}\sum_n \frac{1}{(\tau + i2\pi n/a - i\epsilon)^2}$$

τ積分（留数積分）をすると、単位時間あたりの励起確率は

$$\frac{1}{2\pi}\frac{(E-E_0)|\langle E|\hat{m}(0)|E_0\rangle|^2}{e^{2\pi(E-E_0)/a}-1}$$

温度 $T \;=\; a/2\pi$

と相互作用する系の励起確率と同じ

慣性系で見ると、光子を放射し内部状態も励起する
増加したエネルギーは、測定器を加速している源が与えている

注：より一般に、場が質量mをもっている場合は

$$^{\mathrm{exc}}R \;=\; \frac{|q|^2 a e^{-\pi\Delta E/a}}{2\pi^2}\int_0^\infty d\mu\,\mu\,\left(K_{i\Delta E/a}[\sqrt{\mu^2+(m/a)^2}\,]\right)^2$$
$$q \equiv \langle E|\hat{m}_0|E_0\rangle$$

ここで問題

Question

等加速度運動している人にとって、
カイラル対称性(より一般的に自発的に破れた対称性)は
回復するか？　（またはするように見えるか？）

YES?　　or　　NO?

Rindler 座標でのグリーン関数は有限温度グリーン関数である。
L-Rindler wedge を積分するとミンコフスキー真空は有限温度に見える。

一方で、仮に対称性が臨界加速度で回復するならば、そこで相関距離が発散。
しかしそれは座標変換不変性からおかしい。

答えはトークの最後に。

３　ウンルー効果の実験的検証

ウンルー効果を検証するためには、いくつかの方法がありえる

（１）　‘測定器’ が励起される現象をみる

- 電子のスピン　（アップ、ダウン）　→　加速電子のスピン偏極
  Bell & Leinaas (83)

- 核子のアイソスピン　（陽子、中性子）　→　加速陽子の崩壊　$p^+ \to n^0 e^+ \nu$
  Ginzburg&Zharkov (65)　　:Rindler系では　$p^+ \bar{\nu} \to n^0 e^+$

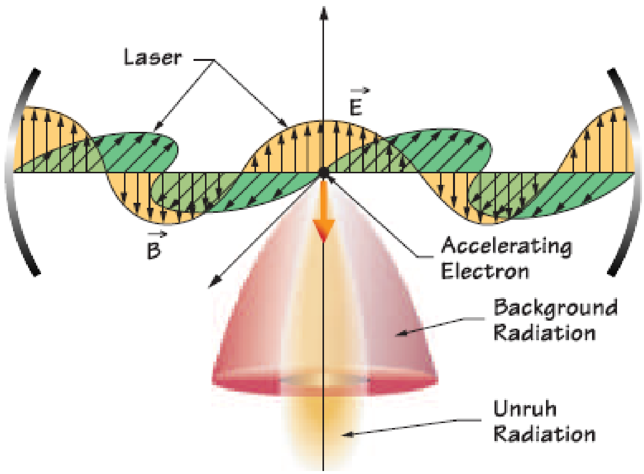
（２）　‘輻射された光子’ を観測する
どのような相互作用によって生じた輻射をみるのか？

- カレントが電子を励起（反跳）することに伴って発生する輻射
  Chen Tajima　PRL83(99) 256

- 輻射された光子の相関をみる
  Schutzhold Schaller　PRL97(06) 121302

電子軌道の揺らぎによる輻射（Larmor輻射からのbackreaction)

Chen Tajima '99



レーザーの電場により静止している電子が激しく運動する

↓

電子の運動量も激しく振動
（測定器の励起に対応）

定在波:
$$
\begin{aligned}
E_x &= E_0[\cos(\omega_0 t - k_0 z) + \cos(\omega_0 t + k_0 z)] \\
B_y &= E_0[\cos(\omega_0 t - k_0 z) - \cos(\omega_0 t + k_0 z)]
\end{aligned}
$$

$z = 0$ では $E_x = 2E_0 \cos(\omega_0 t)$ $B_y = 0$ ⟹

電子の加速度

$$a = 2a_0\omega_0 \cos\omega_0 t$$
$$a_0 = eE_0/(m_e\omega_0)$$

この運動から生じる Larmor 輻射は

$$dI_L/dt = (8/3)e^2 a_0^2 \omega_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$ ⟶

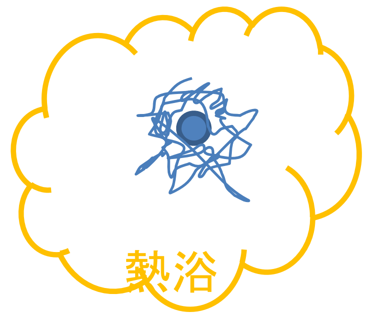
レーザ半周期に輻射するエネルギー

$$\Delta I_L = (4\pi/3)e^2 a_0^2 \omega_0$$

Larmor 輻射は、
粒子の古典的運動
によって生じる輻射

Chen Tajima は ‘ゆらゆら’ 運動による
輻射を計算

電子



熱浴との相互作用に
より電子の位置が揺らぐ
(backreaction)

電子と電磁場の相互作用

$$\mathcal{H}_I = -\frac{e}{mc}\,\vec{p}\cdot\vec{A} = -e\vec{x}\cdot\vec{E}$$

電子軌道が揺らぐ確率振幅

$$N(\omega) = \frac{1}{\hbar^2}\int d\sigma \int d\tau\, |\langle 1_{\vec{k}}, \mathcal{E}'|\mathcal{H}_I|\mathcal{E}, 0\rangle|^2$$
$$= \frac{e^2}{\hbar^2}\sum_{i,j}^{3}\int d\sigma \int d\tau\, e^{-i\omega\tau}\langle x_i(\sigma)x_j(\sigma)\rangle\,\langle E_i(\sigma-\tau/2)E_j(\sigma+\tau/2)\rangle$$

エネルギーωだけ終状態が
励起すると考える
(Larmorとの違い)

加速度を平均化した
古典軌道での
相関関数を使用

２点関数 $\langle E_i(\sigma - \tau/2) E_j(\sigma + \tau/2)\rangle = \delta_{ij} \frac{4\hbar}{\pi c^3} (2a_0\omega)^4 \ \operatorname{csch}^4(a_0\omega_0\tau)$

を使うと単位時間あたりの励起確率は

$$\frac{dN(\omega)}{d\sigma} = \frac{1}{2\pi}\frac{e^2}{\hbar c^3}(2a_0\omega_0)^3\langle x^2\rangle \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-is\omega/a_0\omega_0} \ \operatorname{csch}^4(s - i\epsilon)$$

$$= \frac{e^2}{3\hbar c^3}(2a_0\omega_0)^2\langle x^2\rangle\left[2\omega + \left(\frac{1}{2a_0\omega_0}\right)^2 \omega^3\right](e^{\pi\omega/a_0\omega_0} - 1)^{-1}$$

$\langle x^2\rangle = \sum_i^3 \langle x_i^2\rangle$ の評価

ω の光子を吸収 $\longrightarrow$ $\langle p_i^2\rangle = \langle p^2\rangle/3 = (2/3)m\hbar\omega$

$\langle x_i^2\rangle\langle p_i^2\rangle \gtrsim \hbar^2$ $\longrightarrow$ $\langle x^2\rangle = \sum_i^3 \langle x_i^2\rangle \sim \frac{9}{2}\frac{\hbar}{m\omega}$

これから $\frac{dI_U}{d\sigma} = \int_{\omega_0}^{\infty} \hbar d\omega \frac{dN}{d\sigma} \approx \frac{12}{\pi}\frac{r_e\hbar}{c}(a_0\omega_0)^3 \log(a_0/\pi)$

IR cutoff

log 発散

最終的な表式は
a → 0 極限で0

Larmor と Chen-Tajima 輻射を比較すると

$$\frac{\Delta I_U}{\Delta I_L} \approx \frac{9}{\pi^2}\frac{\hbar\omega_0}{m_e c^2} a_0 \log(a_0/\pi) \approx 3 \times 10^{-4}$$

$$\omega_0 \approx 2 \times 10^{15}\ \mathrm{sec}^{-1} \qquad a_0 \approx 100$$

とても小さいようだが、輻射の角度分布の違いから検出可能

（Larmor は加速に対して横方向に輻射、Chen-Tajima は等方的）

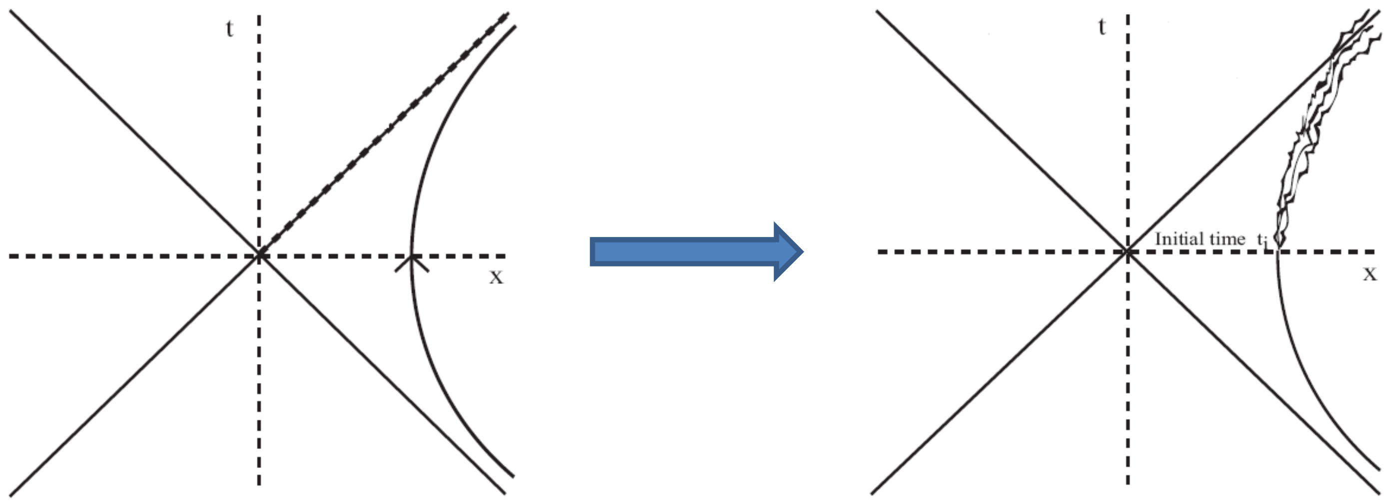
いくつかの疑問点

- IR cutoff の入れ方
  ω=0　の寄与がLarmorに対応？
- Larmor とUnruh輻射は本質的に何が違うのか？
  ‘古典的軌道’を考えるのか、量子的な‘ゆらゆら運動’を考えるのか
- 熱平衡に達した状態が輻射をだすのか？
  detailed balance に反する？

まずは、加速粒子の相対論的運動に対するstochasticな効果をシステマティックに扱って等分配則などを再現できるか調べる必要あり

４　加速粒子に対するstochastic方程式とその解

張、山本、SI



輻射場と相互作用する荷電粒子　（ここでは簡単のために輻射場をスカラー場とする）

$$S[z,h] \;=\; \int d\tau\,\left(-m\sqrt{\dot{z}^{\mu}\dot{z}_{\mu}} - V(z)\right)$$

$$S[\varphi] \;=\; \int d^4x\;\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2$$

$$S[z,\varphi] \;=\; \int d^4x\;j(x;z)\varphi(x)$$

$\longrightarrow$ 輻射場を積分して、加速粒子に対する運動方程式を求める

運動方程式

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi(x) = j(x)$$

解 $$\phi(x) = \phi_h(x) + \int d^4y G_R(x,x')j(x';z)$$

$$m\ddot{z}^\mu = F^\mu - \int d^4x \frac{\delta j(x;z)}{\delta z_\mu(\tau)}\phi(x)$$

$$\int d^4x \frac{\delta j(x;z)}{\delta z^\mu(\tau)} f(x) = e\overrightarrow{\omega}_\mu f|_{x=z(\tau)}$$

$$\overrightarrow{\omega}_\mu = \dot{z}^\nu \dot{z}_{[\nu}\partial_{\mu]} - \ddot{z}_\mu$$

輻射場と相互作用する荷電粒子に対する stochastic eq. (generalized Langevin)

$$m\ddot{z}^\mu(\tau) \;=\; F^\mu(z(\tau)) - e\overrightarrow{\omega}^\mu\left(\boxed{\phi_h} + e\boxed{\int d\tau'\; G_R(z(\tau), z(\tau'))}\right)$$

fluctuation

$$\langle\{\tilde{\varphi}(z)\tilde{\varphi}(z')\}\rangle_\rho \;=\; G(z,z')$$

dissipation

ノイズ(Hadamard Green function) と散逸(Retarded Green function)は、
有限温度であれば揺動散逸定理で関係している。
加速運動の場合も、Thermalization theorem が成立し、同様の関係が成り立つ。

S.Takagi, Terashima etc.

$(\tau-\tau')$ 展開: (derivative 展開)

$$m\ddot{z}^\mu = F^\mu + \frac{\tau_0}{2}(\dot{z}^\mu \ddot{z}^2 + \dddot{z}^\mu) + e\overrightarrow{\omega}^\mu \phi_h(z)$$

Radiation reaction =dissipation　　Randam Noise (fluctuation)

$\tau_0 = e^2/6\pi$

揺らぎに対する運動方程式 (transverse direction)

$$z^\mu = z^\mu_{\rm cl} + \underline{\delta z^\mu}$$

揺らぎ

古典解 $z^\mu_{\rm cl} = (\frac{1}{a}\sinh a\tau, \frac{1}{a}\cosh a\tau, 0, 0)$

acceleration

$$m\delta\ddot{z}_y = \frac{\tau_0}{2}(\delta\dot{z}_y(-a^2) + \delta\dddot{z}_y) + e\partial_y\tilde{\varphi}$$

dissipation　　noise

⇒ 速度相関

$$\langle \delta\dot{z}_y(\tau)\delta\dot{z}_y(\tau')\rangle = \int d\omega\ e^{-i\omega(\tau-\tau')}h(\omega)h(-\omega)e^2\int\frac{d\tau_-}{2\pi}e^{i\omega\tau_-}\partial_y\partial_{y'}G(\tau_-)$$

$$h(\omega) = \frac{1}{\frac{\tau_0 a^2}{2} + \frac{\tau_0\omega^2}{2} - i\omega m}$$

ノイズ相関

ノイズ相関の計算

$$\langle \partial^y \phi_h(x) \partial^y \phi_h(x') \rangle|_{x=z(\tau),x'=z(\tau')} = \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{(t-t'-i\epsilon)^2 - r^2} = \frac{a^4}{32\pi^2} \frac{1}{\sinh^4(\frac{a(\tau-\tau'-i\epsilon)}{2})}$$

Fourier 変換すると $\displaystyle \frac{a^4}{32\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau_- \frac{e^{i\omega\tau_-}}{\sinh^4(\frac{a(\tau_- - i\epsilon)}{2})} = \frac{1}{6\pi}\frac{\omega^3+\omega a^2}{1-e^{-2\pi\omega/a}}$

derivative exp.（メモリー効果を無視して、white noise で近似）

$$\langle \partial^y \phi_h(x) \partial^y \phi_h(x') \rangle|_{x=z(\tau),x'=z(\tau')} = \frac{a^3}{12\pi^2}\delta(\tau-\tau') - i\frac{a^2}{12\pi}\delta'(\tau-\tau') + \cdots$$

揺らぎの速度相関

$$\frac{m}{2}\langle \delta v(\tau)\delta v(\tau')\rangle = \frac{m}{2} e^2 \int \frac{d\omega}{24\pi^3} \frac{a^3}{(m\omega)^2 + \frac{\tau_0^2}{4}(\omega^2+a^2)^2} e^{i\omega(\tau-\tau')} = \frac{1}{2}\frac{a}{2\pi}$$

$T_{\mathrm{Unruh}} = \dfrac{a}{2\pi}$ ⟹ 等分配則（揺動散逸定理）

この結果は、電磁場と相互作用する荷電粒子の場合も同じ。

縦方向の揺らぎについて

Transformation to coordinates of accelerated observer $(\tilde{\tau}, \xi)$

$$t \pm x = \pm \frac{e^{\pm a(\tilde{\tau} \pm \xi)}}{a} \Rightarrow ds^2 = e^{2a\xi}(d\tilde{\tau}^2 - d\xi^2) - dy^2 - dz^2$$

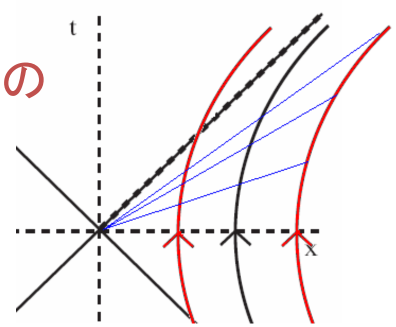
$$\longrightarrow \quad \langle \delta\dot{\xi}(\tau)\delta\dot{\xi}(\tau')\rangle \to \frac{a^5 \tau_0^3}{m^5}$$

等分配則が成立しない？

Rindler座標:　重力場のある系　重力方向の揺らぎは発散？

$$\rho = \frac{e^{a\xi}}{a} \Rightarrow ds^2 = \rho^2 d\tilde{\tau}^2 - d\rho^2 - dy^2 - dz^2$$

一定電場がかかっている系では、縦方向の違う場所では粒子は安定しない



Unruh 輻射（横方向揺らぎ運動から出るadditional な輻射）

$T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda}F^{\lambda}_{\ \nu} - g_{\mu\nu}L$ から輻射を計算すると

古典的なLarmor 輻射 $\frac{e^2}{(4\pi)^2}\frac{\sin^2\theta}{r^2(1-v_{cl}\cos\theta)}(\frac{dv_{cl}}{dt})^2$

これに対する揺らぎ運動からの補正として

$$\boxed{\frac{e^2}{(4\pi)^2}\frac{\sin^2\theta}{r^2(1-v_{cl}\cos\theta)}(\frac{dv_{cl}}{dt})^2}\frac{10(1-v_{cl}^2)\sin^2\theta - 11(v_{cl}-\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta v_{cl})^2}\frac{a}{2\pi m}$$

$$+\ \frac{e^2}{(4\pi)^2}(1-\frac{(1-v_{cl}^2)\sin^2\theta}{(1-v_{cl}\cos\theta)^2})\frac{(1-v_{cl})^2}{r^2(1-v_{cl}\cos\theta)^4}\frac{a^3}{2m\pi}$$

$$\boxed{\langle\delta\dot{z}_y\delta\dot{z}_y\rangle = \frac{a}{2\pi m}}$$

Survive at $\theta = 0$

$$\boxed{\langle\delta\ddot{z}_y\delta\ddot{z}_y\rangle = \frac{a^3}{2\pi m}}$$

- Proportional to a^3
- Different Angular distribution

Chen Tajima の
IR問題、Larmor 輻射との統一的導出
は解決したが、まだ問題あり

問題点　その１　：　UV発散

速度相関の計算では　$\langle \delta v(\tau)\delta v(\tau')\rangle = e^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{I(\omega)}{(m\omega)^2 + \frac{\tau_0^2}{4}(\omega^2 + a^2)^2} e^{i\omega(\tau-\tau')}$

Two poles　$\omega = \pm i\Omega_\pm$

$$\Omega_+ = \frac{2m}{\tau_0} \gg \Omega_- = \frac{a^2\tau_0}{2m}$$

$10^{-23}s$　　$10^{-13}s$

“unphysical” and irrelevant　　Relaxation time

輻射の計算では、加速度相関が必要　$\langle \delta\ddot{z}_y \delta\ddot{z}_y \rangle$

$\longrightarrow$　Unphysical なUV側の詳細が重要になってくる

これは、radiation reaction を入れた加速粒子の方程式
(Abraham Lorentz Dirac equation) に runaway 解があることに関係

$\longrightarrow$　これを解決する一つの方法は Landau-Lifshitz 方程式
（３階微分のradiation reaction 項を、摂動として取り扱う）

このようなやり方で、正しい加速度相関は求められるのか？

問題点　その2：　干渉効果

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi(x) = j(x) \longrightarrow$$

解：　$\phi(x) = \phi_h(x) + \int dx' G(x,x') j$

量子ノイズ

荷電粒子の運動
（古典＋量子揺らぎ運動）

$\phi_h(x)$

$$\phi(x) = \phi_h(x) + \int dx' G(x,x') j \;= \phi_h + \phi_r$$

$$\phi_r = \phi_L + \delta\phi_r$$

古典　　揺らぎ

EM tensor (２点関数)

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\dot{\phi}_L^2}{2} + \underline{\langle \dot{\phi}_h \delta\dot{\phi}_r \rangle} + \langle \frac{(\delta\dot{\phi}_r)^2}{2} \rangle$$

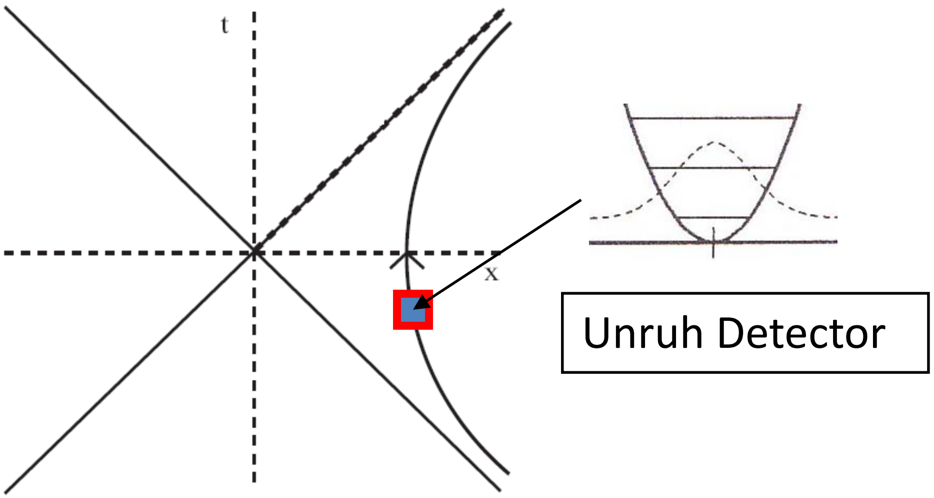
古典的
Larmor 輻射

問題の干渉項
これが Unruh 輻射を相殺する可能性がある

量子的なUnruh輻射

toy model の計算　(internal detector からの輻射はない)

＝　熱平衡にある励起子からは輻射はない（詳細バランスの原理）



2D: no radiation

Raine, Sciama, Grove 91’s

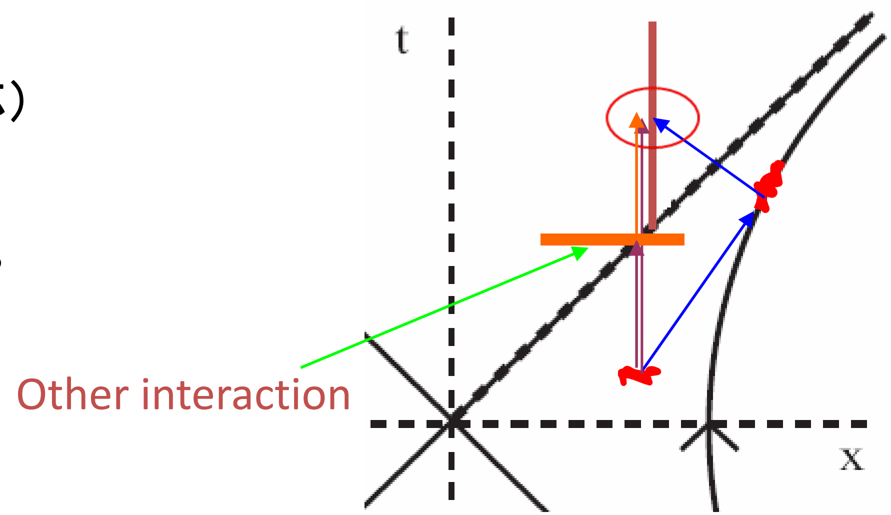
4D: radiate during thermalization
but no radiation if the detector
at a thermal state

Shih-Yuin Lin & B. L. Hu

干渉項も入れると輻射はない？
（熱平衡だと詳細釣り合いに対応）

↓

しかしDecoherenceの効果は？



５．「カイラル対称性は加速度系で回復するか？」

Yes 派　：　ホライズンの向こう側を見ない影響で、有限温度になっている
この効果で対称性は回復してみえるはずである

No 派　：　対称性の破れは静止系のダイナミクスの問題
加速するかどうかはキネマティクスの問題で関係ない。

A：　No （回復しない）
では有限温度効果はどこへいったのか？
Rindler 系で有効作用を計算したら有限温度効果が
あって、有効作用が温度依存性をもつのではないか？

Minkowski　座標での真空　$|0_M\rangle$

$$ds^2 = dt^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$$

$$\downarrow$$

加速度系へ変換

$$x_3 = \rho \cosh a\eta$$
$$t = \rho \sinh a\eta$$

$$ds^2 = a^2\rho^2 d\eta^2 - d\rho^2 - dx_1^2 - dx_2^2$$

Entangled state:

$$|0_M\rangle = C\prod_{\tilde{\omega}} \exp\left(e^{-\frac{\pi\tilde{\omega}}{a}} a_{\tilde{\omega}}^{R\dagger} a_{\tilde{\omega}}^{L\dagger}\right)|0\rangle$$
$$= C\prod_{\tilde{\omega}}\sum_{n_{\tilde{\omega}}} e^{-\frac{\pi n_{\tilde{\omega}}\tilde{\omega}}{a}} |n_{\tilde{\omega}};\tilde{\omega},R\rangle \otimes |n_{\tilde{\omega}};\tilde{\omega},L\rangle$$

Left-Rindler wedge を積分すると有限温度の密度行列

$$\langle 0_M|\,\mathcal{O}_R\,|0_M\rangle = C^2\prod_{\tilde{\omega}}\sum_{n_{\tilde{\omega}}} e^{-\frac{2\pi n_{\tilde{\omega}}\tilde{\omega}}{a}} \langle n_{\tilde{\omega}};\tilde{\omega},R|\,\mathcal{O}_R\,|n_{\tilde{\omega}};\tilde{\omega},R\rangle = C^2\mathrm{Tr}\left(e^{-\frac{2\pi}{a}H_R}\mathcal{O}_R\right)$$

計算すべき有効作用＝ Rindler 座標での有限温度有効作用 $T_{\mathrm{Unruh}} = a/2\pi$

場所に依存する慣性力のかかった系
温度も場所依存性をもつ（しかし Tolman 温度の意味で平衡系）

これは Minkowski でのT=0 有効作用に等しいことが証明できる S.Kawamoto, SI unpublished

Unruh Weiss '84
C. Hill '85

有限温度の効果とリンドラー座標の効果が互いに打ち消す

（1） ハミルトニアンの見方

$$\langle 0_M | \mathcal{O} | 0_M \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\phi \, e^{-S} \mathcal{O} = C^2 \mathrm{Tr} \left(e^{-\beta H_R} \mathcal{O}_R \right)$$

$$H_R = \int d\rho dx_1 dx_2 \, (a\rho) \left[\frac{\Pi_R^2}{2} + \frac{(\partial_\rho \phi)^2}{2} + \frac{(\partial_i \phi)^2}{2} + V(\phi) \right]$$

$\beta = 2\pi/a$ がハミルトニアンの中の a をキャンセルする

（２） 経路積分の見方

$$\langle 0_M | \, \mathcal{O} \, | 0_M \rangle \; = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}\phi_R \, e^{-S_R} \mathcal{O}_R$$

$$S_R = \int d\eta d\rho dx_1 dx_2 \, (a\rho) \left[\frac{(\partial_\eta \phi)^2}{2(a\rho)^2} - \frac{(\partial_\rho \phi)^2}{2} - \frac{(\partial_i \phi)^2}{2} - V(\phi) \right]$$

有限温度経路積分（虚時間方向に周期的）
→ 変数変換するとミンコフスキーの経路積分にマップできる

具体的に計算しても、modified Bessel の係数の加速度依存性が振動数を離散化することで、消えてしまうことが示せる。

（３） より具体的に

T=0 でのリンドラー系の有効作用を計算すると、有限温度の有効作用を打ち消すような負の効果があることがわかる

$$\langle 0_M|\,\mathcal{O}\,|0_M\rangle \qquad = \frac{1}{Z}\int \mathcal{D}\phi_R\, e^{-S_R}\mathcal{O}_R$$

有限温度効果

$$\langle 0_R|\,\mathcal{O}\,|0_R\rangle$$ 0温度のリンドラー

$$\langle 0_M|\,\mathcal{O}\,|0_M\rangle = \underbrace{\frac{1}{Z}\int \mathcal{D}\phi_R\, e^{-S_R}\mathcal{O}_R - \langle 0_R|\,\mathcal{O}\,|0_R\rangle}_{\text{有限温度効果}} + \langle 0_R|\,\mathcal{O}\,|0_R\rangle$$

結論：　カイラル対称性は、加速度系でも回復しないし、
また回復するようには見えない。
（わかってしまうと当たり前）

しかし、、、まだちょっと不可解な点あり

たとえばグリーン関数の虚数部分はどうキャンセルしているのか？

Rindler の 0 温度は whitehole 的？

６.　まとめ

（１）超強高度レーザーによるウンルー輻射の観測は可能か？

相対論的運動をする荷電粒子に対する Langevin eq. を導き、
横方向の揺らぎについての解を求めた。
→ 等分配則を満たすことを確認

原理的問題:
縦方向は等分配則を満たさない
輻射を計算しようとするとUVの問題あり
干渉項まで取り入れたときに輻射は相殺しているのか？

（２）加速運動をしている観測者から見ても、（カイラル）対称性は回復しない

・ウンルー効果は物理的にはとても簡単な現象であるが、意外にも、まだ
理解されていない問題点が残されている。
・実験的に検証できる可能性も高い。