# Exemplos de Econometria Aplicada em R

Tainan Boff
31 de agosto de 2016

#### Abstract

Ao iniciar o estudo de Econometria, os alunos se deparam com uma grande diversidade de softwares estatísticos disponíveis para uso e, muitas vezes, têm dúvidas sobre qual programa deveriam aprender. Para tomar esta decisão, em geral, avaliam se o software é gratuito (ou disponibilizado pela universidade) ou pago, o trade-off existente entre facilidade de uso vs. flexibilidade e o quanto um ou outro programa tem seu uso mais difundido entre pesquisadores e profissionais da área de interesse do aluno. Entre os pacotes mais conhecidos, podemos citar Gretl, Minitab, Eviews, Stata, Matlab, SAS, SPSS, R, etc. Entre as vantagens em utilizar o R estão o fato de ele ser um software livre, com código aberto, sendo possível encontrar funções prontas para um grande número de análises ou desenvolver suas próprias funções. Entre as desvantagens, o R utiliza uma interface de linha de comando que pode ser desconfortável para usuários leigos em linguagem de programação e sua curva de aprendizado é lenta no começo. Este documento fará uma breve apresentação de como o R pode ser usado para replicar os exemplos vistos nas aulas da disciplina de Econometria Aplicada. Ele está voltando sobretudo para aqueles alunos que não estão familiarizados com este software.

#### Download do R e do R Studio

http://cran-r.c3sl.ufpr.br https://www.rstudio.com/products/rstudio/download3/

# Exemplo: Regressão simples

Defina o diretório de trabalho do R, de modo que ele saiba onde salvar / procurar os seus dados. Atenção às barras: o R aceitará "/" ou "\\".

```
setwd("/Users/tainanboff/Documents/Graduação/Econometria aplicada/excelfiles")
```

Neste exemplo, utilizaremos a base de dados WAGE1 disponibilizada pelo autor Jeffrey M. Wooldridge. Para fazer o download de dados da internet, utilize a seguinte função:

```
download.file('http://fmwww.bc.edu/ec-p/data/wooldridge/wage1.dta', 'wage1.dta', mode='wb')
```

Como argumentos da função "download.file", inserimos, entre aspas, a url onde os dados foram disponibilizados, o nome que este arquivo receberá em nosso computador e o modo como o arquivo será gravado (formato binário). Para mais detalhes sobre os argumentos de uma função, utilize a aba "help" do R Studio.

Agora que salvamos a base de dados no computador, o próximo passo consiste em "ler" o arquivo no R. Como o nosso arquivo possui a extensão .dta, que é um formato do Stata (outro software estatístico), precisaremos baixar um pacote específico no R, o qual possui uma função que permite ler arquivos neste formato.

Para instalar um pacote, utilizamos a função install.packages. Observe que escolhemos o servidor da UFPR, pois é o mais próximo de Porto Alegre, reduzindo a carga de rede.

```
install.packages("foreign", repos = "http://cran-r.c3sl.ufpr.br/")
```

Para carregar este pacote, podemos utilizar duas funções diferentes:

```
require(foreign) # ou
library(foreign)
```

Agora, estamos prontos para ler o arquivo. Como não queremos apenas visualizar a base de dados, mas sim utilizá-la para a análise de regressão, vamos criar um objeto chamado wage1 e atribuir os dados a este objeto. Observe que ele irá aparecer no canto superior direito do R Studio (ambiente).

```
wage1 <- read.dta("wage1.dta")</pre>
```

Para que possamos chamar cada uma das variáveis que compõem essa base de dados pelo seu nome (ex.: wage, married, etc.), utilizamos a seguinte função:

```
attach(wage1)
```

O nome das variáveis está em inglês. Se quisermos alterá-los, podemos usar a seguinte função:

```
colnames(ceosal1) = c("nome da coluna 1", "nome da coluna 2", etc. )
```

Mas nesse exemplo, vamos utilizar os nomes originais.

A base WAGE1 contém dados de corte transversal de 526 trabalhadores no ano de 1976. As variáveis incluem salários em dólares por hora (wage), anos de educação (educ), anos de experiência potencial da força de trabalho (exper), o tempo de permanência no mesmo emprego (tenure), uma variável dummy para sexo feminino (female), uma para estado civil igual a casado (married), etc.

Vamos iniciar reproduzindo o exemplo 2.4 de Wooldridge (2013), no qual para estudar a relação que existe entre os anos de educação e o salário por hora, podemos estimar o seguinte modelo de regressão linear:

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + u$$

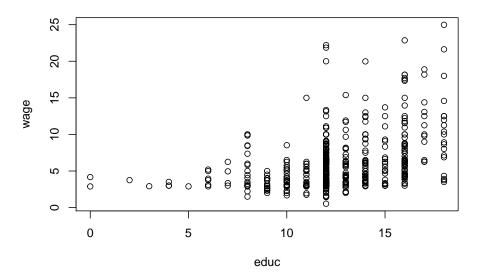
Podemos iniciar o nosso estudo analisando as estatísticas descritivas das variáveis (mínimo, primeiro quartil, mediana, média, terceiro quartil, máximo) e o gráfico com a nuvem de pontos:

## summary(wage1)

```
##
                            educ
                                                             tenure
         wage
                                            exper
                              : 0.00
##
    Min.
           : 0.530
                      Min.
                                              : 1.00
                                                         Min.
                                                                : 0.000
##
    1st Qu.: 3.330
                      1st Qu.:12.00
                                       1st Qu.: 5.00
                                                         1st Qu.: 0.000
##
    Median : 4.650
                      Median :12.00
                                       Median :13.50
                                                         Median : 2.000
##
           : 5.896
                              :12.56
                                               :17.02
                                                         Mean
                                                                : 5.105
    Mean
                      Mean
                                       Mean
##
    3rd Qu.: 6.880
                      3rd Qu.:14.00
                                       3rd Qu.:26.00
                                                         3rd Qu.: 7.000
##
                              :18.00
                                                                :44.000
    Max.
            :24.980
                      Max.
                                       Max.
                                               :51.00
                                                         Max.
##
       nonwhite
                          female
                                            married
                                                               numdep
##
    Min.
            :0.0000
                      Min.
                              :0.0000
                                        Min.
                                                :0.0000
                                                           Min.
                                                                   :0.000
##
    1st Qu.:0.0000
                      1st Qu.:0.0000
                                         1st Qu.:0.0000
                                                           1st Qu.:0.000
##
    Median :0.0000
                      Median : 0.0000
                                        Median :1.0000
                                                           Median :1.000
            :0.1027
                              :0.4791
                                                :0.6084
##
    Mean
                      Mean
                                         Mean
                                                           Mean
                                                                   :1.044
##
    3rd Qu.:0.0000
                      3rd Qu.:1.0000
                                         3rd Qu.:1.0000
                                                           3rd Qu.:2.000
                              :1.0000
                                                                   :6.000
##
    Max.
            :1.0000
                      Max.
                                        Max.
                                                :1.0000
                                                           Max.
##
                         northcen
         smsa
                                            south
                                                               west
                              :0.000
##
   Min.
           :0.0000
                      Min.
                                       Min.
                                               :0.0000
                                                          Min.
                                                                  :0.0000
                      1st Qu.:0.000
    1st Qu.:0.0000
                                       1st Qu.:0.0000
                                                          1st Qu.:0.0000
##
```

```
Median :1.0000
                       Median : 0.000
                                        Median :0.0000
                                                           Median :0.0000
##
##
            :0.7224
                              :0.251
                                                                  :0.1692
    Mean
                      Mean
                                        Mean
                                                :0.3555
                                                          Mean
    3rd Qu.:1.0000
                                        3rd Qu.:1.0000
##
                       3rd Qu.:0.750
                                                           3rd Qu.:0.0000
    Max.
            :1.0000
                      Max.
                              :1.000
                                        Max.
                                                :1.0000
                                                          Max.
                                                                  :1.0000
##
                                              trcommpu
##
       construc
                           ndurman
                                                                  trade
##
                                                  :0.00000
    Min.
            :0.00000
                               :0.0000
                                                              Min.
                                                                      :0.0000
                       \mathtt{Min}.
                                          Min.
    1st Qu.:0.00000
                        1st Qu.:0.0000
                                          1st Qu.:0.00000
                                                              1st Qu.:0.0000
##
##
    Median :0.00000
                       Median : 0.0000
                                          Median : 0.00000
                                                              Median : 0.0000
##
    Mean
            :0.04563
                       Mean
                               :0.1141
                                          Mean
                                                  :0.04373
                                                              Mean
                                                                      :0.2871
##
    3rd Qu.:0.00000
                        3rd Qu.:0.0000
                                          3rd Qu.:0.00000
                                                              3rd Qu.:1.0000
##
    Max.
            :1.00000
                       Max.
                               :1.0000
                                          Max.
                                                  :1.00000
                                                              Max.
                                                                      :1.0000
##
       services
                          profserv
                                            profocc
                                                               clerocc
##
    Min.
            :0.0000
                       Min.
                              :0.0000
                                         Min.
                                                 :0.0000
                                                            Min.
                                                                    :0.0000
##
    1st Qu.:0.0000
                       1st Qu.:0.0000
                                         1st Qu.:0.0000
                                                            1st Qu.:0.0000
                                                            Median :0.0000
    Median :0.0000
                       Median :0.0000
                                         Median :0.0000
##
##
    Mean
            :0.1008
                       Mean
                              :0.2586
                                         Mean
                                                 :0.3669
                                                            Mean
                                                                    :0.1673
                                         3rd Qu.:1.0000
##
    3rd Qu.:0.0000
                       3rd Qu.:1.0000
                                                            3rd Qu.:0.0000
##
    Max.
            :1.0000
                       Max.
                              :1.0000
                                         Max.
                                                 :1.0000
                                                            Max.
                                                                   :1.0000
##
       servocc
                           lwage
                                             expersq
                                                                tenursq
##
    Min.
            :0.0000
                      Min.
                              :-0.6349
                                          Min.
                                                      1.0
                                                             Min.
                                                                         0.00
##
    1st Qu.:0.0000
                       1st Qu.: 1.2030
                                          1st Qu.: 25.0
                                                             1st Qu.:
                                                                         0.00
    Median :0.0000
                       Median: 1.5369
                                          Median: 182.5
                                                             Median:
                                                                         4.00
##
                              : 1.6233
                                                  : 473.4
                                                                       78.15
##
    Mean
            :0.1407
                       Mean
                                          Mean
                                                             Mean
                       3rd Qu.: 1.9286
                                          3rd Qu.: 676.0
                                                                        49.00
##
    3rd Qu.:0.0000
                                                             3rd Qu.:
##
    Max.
            :1.0000
                       Max.
                              : 3.2181
                                          Max.
                                                  :2601.0
                                                             Max.
                                                                     :1936.00
```

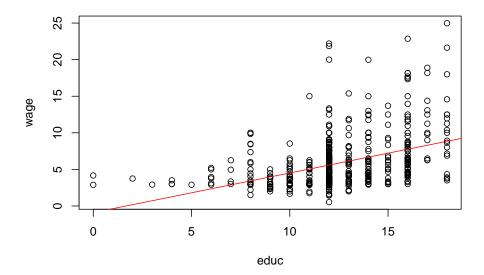
#### plot(educ, wage)



Para estimar um modelo de regressão no R, utilizamos a função <1m>. Podemos estimar o modelo com ou sem intercepto e adicionar a reta de regressão à nuvem de pontos:

```
regressao1 <- lm(wage ~ educ)
regressao2 <- lm(wage ~ educ - 1) # ou
regressao2 <- lm(wage ~ 0 + educ)

plot(educ, wage)
abline(regressao1, col="red")</pre>
```



Vejamos um resumo dos resultados obtidos nos modelo com intercepto e sem intercepto:

### summary(regressao1)

```
##
## Call:
## lm(formula = wage ~ educ)
##
## Residuals:
##
      Min
               1Q Median
                               3Q
  -5.3396 -2.1501 -0.9674 1.1921 16.6085
##
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.90485
                          0.68497
                                  -1.321
                                             0.187
## educ
               0.54136
                          0.05325 10.167
                                            <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 3.378 on 524 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.1648, Adjusted R-squared: 0.1632
## F-statistic: 103.4 on 1 and 524 DF, p-value: < 2.2e-16
```

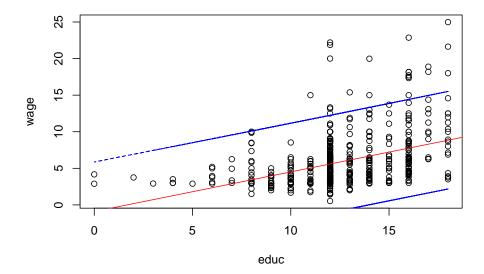
## summary(regressao2)

```
##
## Call:
## lm(formula = wage ~ 0 + educ)
##
## Residuals:
      Min
              10 Median
                            3Q
                                   Max
## -5.142 -2.246 -1.066 1.154 16.528
##
## Coefficients:
        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                    0.01146
                              41.25
## educ 0.47266
                                       <2e-16 ***
```

```
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 3.381 on 525 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.7642, Adjusted R-squared: 0.7637
## F-statistic: 1701 on 1 and 525 DF, p-value: < 2.2e-16
anova(regressao1)
## Analysis of Variance Table
##
## Response: wage
##
             Df Sum Sq Mean Sq F value
                                          Pr(>F)
             1 1179.7 1179.73 103.36 < 2.2e-16 ***
## Residuals 524 5980.7
                        11.41
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
anova(regressao2)
## Analysis of Variance Table
##
## Response: wage
##
             Df Sum Sq Mean Sq F value
                                           Pr(>F)
              1 19445.7 19445.7 1701.3 < 2.2e-16 ***
## Residuals 525 6000.6
                           11.4
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Podemos obter um intervalo de confiança de 95% para o valor dos parâmetros e um intervalo de previsão
para os valores ajustados:
confint(regressao1)
                   2.5 %
                            97.5 %
## (Intercept) -2.2504719 0.4407687
               0.4367534 0.6459651
## educ
IP <- predict(regressao1, interval="predict")</pre>
## Warning in predict.lm(regressao1, interval = "predict"): predictions on current data refer to _futur
head(IP)
         fit
                   lwr
## 1 5.050100 -1.595068 11.69527
## 2 5.591459 -1.051958 12.23488
## 3 5.050100 -1.595068 11.69527
## 4 3.426022 -3.234258 10.08630
## 5 5.591459 -1.051958 12.23488
```

## 6 7.756896 1.104016 14.40978

```
plot(educ, wage)
abline(regressao1, col="red")
matlines(educ, IP[ , c("lwr","upr")], col = "blue")
```



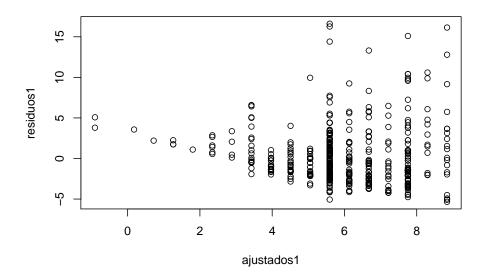
Vamos fazer um diagnóstico do modelo através de análise gráfica. Para investigar se a função de regressão é linear e se os resíduos apresentam variância constante, podemos fazer um gráfico dos resíduos amostrais contra o regressor ou contra os valores ajustados. Um bom modelo gera um gráfico em que os resíduos não apresentam um padrão e estão em torno de zero.

Em primeiro lugar, vamos salvar os resíduos do modelo e os valores ajustados:

```
residuos1 <- regressao1$residuals
ajustados1 <- regressao1$fitted.values
```

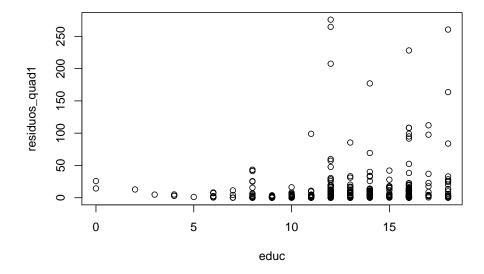
E, então, imprimir os gráficos:

## plot(ajustados1, residuos1)



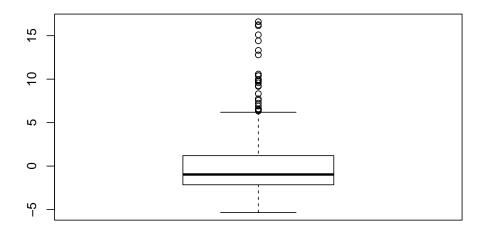
Ainda, para verificar se a sequência de resíduos apresenta variância constante, podemos imprimir um gráfico dos resíduos amostrais ao quadrado (ou em valor abosluto) contra o regressor:

```
residuos_quad1 = (residuos1)^2
plot(educ, residuos_quad1)
```



A presença de outliers pode ser avaliada através de um Box-Plot dos resíduos:

#### boxplot(residuos1)



Uma forma simples de obtermos informações sobre possíveis *outliers* / pontos de alavancagem / observações influentes é utilizarmos a função <influence.measures>, que inclui os seguintes resultados:

- dfbetas: visa medir a influência de uma observação nas estimativas dos parâmetros;
- dfffits e distância de Cook: medem o quanto o valor ajustado de  $y_i$  é afetado ao excluir a observação i do ajuste;
- covariance ratios: medem o efeito da exclusão de uma observação na variância das estimativas dos parâmetros;
- elementos diagonais da matriz H ou matriz chapéu  $(h_{ii})$ : indicam o quanto  $y_i$  afeta o y estimado.

Observações influentes com respeito a qualquer uma destas medidas são marcadas com um asterisco.

Como vimos em aula, se  $x_i$ , em uma regressão simples, é tal que  $h_{ii} > \frac{4}{n}$ , então  $x_i$  é um ponto de alavancagem, que pode ser bom ou mau.

```
influence_measures <- influence.measures(regressao1)
summary(influence_measures)</pre>
```

```
Potentially influential observations of
##
     lm(formula = wage ~ educ) :
##
##
       dfb.1 dfb.educ dffit
                                  cov.r
                                          cook.d hat
## 10
       -0.17
                0.21
                          0.24_*
                                  0.98_*
                                           0.03
                                                   0.01
## 15
        0.09
              -0.04
                          0.22_*
                                  0.92_*
                                           0.02
                                                   0.00
                          0.20_*
## 16
       -0.12
                0.16
                                  0.98_*
                                           0.02
                                                   0.00
##
   38
        0.10
               -0.09
                          0.10
                                   1.02_*
                                           0.00
                                                   0.02_*
##
   59
       -0.29
                0.33
                          0.37_*
                                  0.96_*
                                           0.07
                                                   0.01
       -0.05
                          0.20_*
                                  0.95_*
##
   66
                0.09
                                           0.02
                                                   0.00
## 80
        0.04
               -0.04
                         -0.05
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
## 98
        0.04
               -0.02
                          0.10
                                   0.99_*
                                           0.00
                                                   0.00
## 105 -0.03
                0.06
                          0.12
                                   0.98 *
                                           0.01
                                                   0.00
## 107
        0.04
               -0.02
                          0.10
                                   0.99_*
                                           0.01
                                                   0.00
## 112 -0.37
                                  0.93_*
                                           0.11
                                                   0.01
                0.42
                          0.47_*
## 131
        0.00
                0.00
                          0.00
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
##
  139
        0.19
               -0.18
                          0.19_*
                                  1.03_*
                                           0.02
                                                   0.03_*
## 160
        0.04
               -0.05
                         -0.06
                                   1.01 *
                                           0.00
                                                   0.01
## 165
        0.00
                0.00
                         -0.01
                                   1.01 *
                                           0.00
                                                   0.01
                                   0.98_*
## 170
        0.01
                0.02
                          0.12
                                           0.01
                                                   0.00
## 186
        0.09
               -0.04
                          0.22_*
                                  0.92_*
                                           0.02
                                                   0.00
## 229 -0.20
                          0.32_*
                0.25
                                  0.93_*
                                           0.05
                                                   0.00
## 245 -0.14
                0.17
                          0.22_*
                                   0.97_*
                                           0.02
                                                   0.00
## 252
        0.09
               -0.09
                          0.10
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01_*
## 260 -0.20
                0.24
                          0.26_*
                                   0.98_*
                                           0.03
                                                   0.01
## 278 -0.19
                0.22
                          0.26_*
                                  0.97_*
                                           0.03
                                                   0.01
## 298
        0.05
                                   1.02_*
               -0.05
                          0.05
                                           0.00
                                                   0.01_*
## 305
        0.02
               -0.02
                          0.02
                                   1.02_*
                                           0.00
                                                   0.01_*
##
  306
        0.07
               -0.07
                          0.07
                                   1.02_*
                                           0.00
                                                   0.02_*
## 309
        0.00
                0.00
                          0.00
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
                         -0.02
##
  311
        0.02
               -0.02
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
##
  326 -0.14
                0.17
                          0.22_*
                                  0.97_*
                                           0.02
                                                   0.00
##
  330
        0.01
               -0.01
                          0.01
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
##
  343
        0.10
               -0.07
                          0.15
                                   0.97_*
                                           0.01
                                                   0.00
                                                   0.04_*
## 379
        0.32
               -0.31
                          0.32_*
                                  1.04_*
                                           0.05
## 396
        0.05
               -0.04
                          0.05
                                   1.02 *
                                           0.00
                                                   0.01 *
## 397
        0.03
               -0.02
                          0.03
                                   1.02_*
                                           0.00
                                                   0.01_*
## 431 -0.03
                0.04
                          0.04
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01
## 433 -0.03
                                   1.01_*
                0.03
                          0.03
                                           0.00
                                                   0.01
## 440
        0.08
               -0.04
                          0.19_*
                                  0.94_*
                                           0.02
                                                   0.00
## 465
        0.10
               -0.10
                                   1.03_*
                                           0.01
                                                   0.02_*
                          0.10
## 470
        0.07
               -0.07
                          0.07
                                   1.02_*
                                           0.00
                                                   0.02 *
## 476 -0.13
                                  0.98_*
                0.16
                          0.20_*
                                           0.02
                                                   0.00
## 488
        0.09
                          0.09
               -0.08
                                   1.01_*
                                           0.00
                                                   0.01_*
                                   1.04_*
## 503
        0.24
               -0.23
                          0.24_*
                                           0.03
                                                   0.04_*
## 504
        0.04
              -0.04
                          0.04
                                   1.02_* 0.00
                                                   0.02_*
```

Para detectar um mau ponto de alavancagem, usamos os resíduos padronizados. Os resíduos padronizados nos dizem quantos desvios-padrão estimados um dados ponto se encontra distante da reta estimada. Como regra de bolso, dizemos que, em uma amostra grande, um mau ponto de alavancagem tem resíduo padronizado fora do intervalo (-4, 4).

```
rstandard <- rstandard(regressao1)</pre>
summary(rstandard)
##
        Min.
                1st Qu.
                            Median
                                        Mean
                                                3rd Qu.
                                                              Max.
## -1.588000 -0.637200 -0.287100
                                    0.000376
                                               0.353300
                                                          4.921000
badleverage <- which(rstandard >= 4)
badleverage
    15 112 186 229 440
    15 112 186 229 440
```

Podemos explorar estes pontos comparando seus valores com as estatísticas descritivas da amostra:

```
wage1[c(15, 112, 186, 229, 440),c(1, 2)]
```

```
## wage educ
## 15 22.20 12
## 112 24.98 18
## 186 21.86 12
## 229 22.86 16
## 440 20.00 12
```

## summary(wage)

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 0.530 3.330 4.650 5.896 6.880 24.980
```

#### summary(educ)

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 0.00 12.00 12.00 12.56 14.00 18.00
```

E se quisermos excluir os maus pontos de alavancagem?

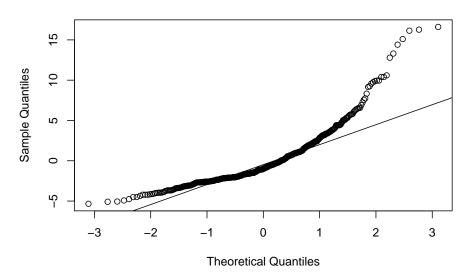
```
wage2 <- wage1[-c(15, 112, 186, 229, 440), ]
# attach(wage2)</pre>
```

Wage2 é uma subamostra de wage1, da qual foram retiradas 5 linhas e nenhuma coluna.

Para testar se os resíduos são (aproximadamente) normalmente distribuídos, podemos usar o QQ-Plot, ou Gráfico de Distribuição Normal, e o histograma.

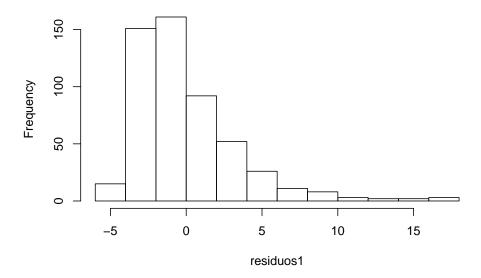
qqnorm(residuos1)
qqline(residuos1)





hist(residuos1)

## Histogram of residuos1



Em nosso exemplo, cada ano adicional de educação acarreta um acréscimo de 54 cents ao salário/hora, independetemente do total de anos de educação do indivíduo. Provavelmente, o problema fica melhor caracterizado em termos de uma variação percentual do salário/hora. Um modelo que retorna um efeito percentual constante é:

```
regressao3 <- lm(lwage ~ educ)
summary(regressao3)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = lwage ~ educ)
##
## Residuals:
##
       Min
                 1Q Median
                                    3Q
                                           Max
## -2.21158 -0.36393 -0.07263 0.29712 1.52339
##
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 0.583773
                         0.097336
                                   5.998 3.74e-09 ***
              0.082744
                         0.007567 10.935 < 2e-16 ***
## educ
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.4801 on 524 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.1858, Adjusted R-squared: 0.1843
## F-statistic: 119.6 on 1 and 524 DF, p-value: < 2.2e-16
Podemos incluir mais variáveis explicativas e estimar um modelo de regressão múltipla. Novamente, iremos
salvar os resíduos para realizar diagnósticos do modelo.
regressao4 <- lm(lwage ~ educ + exper + tenure)
summary(regressao4)
##
## Call:
## lm(formula = lwage ~ educ + exper + tenure)
##
## Residuals:
##
       Min
                  1Q
                     Median
                                    3Q
                                            Max
## -2.05802 -0.29645 -0.03264 0.28788 1.42809
##
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 0.284360
                        0.104190
                                   2.729 0.00656 **
                         0.007330 12.555 < 2e-16 ***
## educ
              0.092029
              0.004121
                         0.001723
                                     2.391 0.01714 *
## exper
## tenure
              0.022067
                         0.003094
                                    7.133 3.29e-12 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 0.4409 on 522 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.316, Adjusted R-squared: 0.3121
## F-statistic: 80.39 on 3 and 522 DF, p-value: < 2.2e-16
anova(regressao4)
## Analysis of Variance Table
```

Pr(>F)

## Response: lwage

Df Sum Sq Mean Sq F value

```
## educ    1   27.561  27.5606  141.802 < 2.2e-16 ***
## exper    1   9.424  9.4244  48.490  1.002e-11 ***
## tenure    1   9.889  9.8891  50.881  3.294e-12 ***
## Residuals 522 101.456  0.1944
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
residuos4 <- regressao4$residuals</pre>
```

Existem diversos testes para heterocedasticidade. Entre os quais, o teste de Goldfeld-Quandt e o teste de Breusch-Pagan. Para realizar estes testes, precisaremos instalar/carregar alguns pacotes no R:

```
require(lmtest)
gqtest(regressao4, point = 0.5, fraction = 0)

##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: regressao4
## GQ = 0.69448, df1 = 259, df2 = 259, p-value = 0.9983

bptest(regressao4)

##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data: regressao4
## BP = 10.761, df = 3, p-value = 0.01309
```

Os argumento "point" da função <gqtest> pode ser interpretado como o percentual de observações do começo e do final da amostra que serão usados para a comparação das variâncias. "Fraction" refere-se ao percentual de observações centrais a serem omitidas.

Obs.: O teste de Goldfeld-Quandt tem hipótese nula de homocedasticidade. O teste de Breusch-Pagan tem hipótese nula de heteroscedasticidade.

Para investigar a existência de multicolinearidade, podemos visualizar a matriz de correlação das variáveis explicativas:

```
x = wage1[, c(2,3,4)]
head(x)
```

```
##
     educ exper tenure
## 1
               2
                       0
       11
              22
                       2
## 2
        12
## 3
               2
                       0
       11
## 4
        8
              44
                      28
## 5
        12
               7
                       2
## 6
       16
               9
                       8
```

## cor(x)

```
## educ exper tenure
## educ 1.00000000 -0.2995418 -0.05617257
## exper -0.29954184 1.0000000 0.49929145
## tenure -0.05617257 0.4992914 1.00000000
```

Aqui encerramos este exemplo, que procurou cobrir todos os testes apresentados em aula até o momento. Nosso objetivo não foi explorar a qualidade do ajuste do modelo aos dados, mas sim apresentar algumas funções que serão úteis para realizar análise de regressão usando o software R.

# References

Wooldridge, Jeffery M. 2013. Introductory Econometrics : A Modern Approach. 5th ed. South-Western Cengage Learning.