

# 光アナログ回路での実装に適した 画像復元アルゴリズムに関する研究

指導教員

飯國 洋二 教授

報告者

加藤 大誠

大阪大学 基礎工学部 システム科学科

2024年2月13日



# 概要

光アナログ回路は、従来の情報担体として電子を用いる演算回路とは異なり、情報担体として光を用いる。そのため、従来の電子を用いる演算回路と比べ、光アナログ回路はベクトル-行列積などの演算を低遅延・省電力で実行できると期待されている。しかし、光アナログ回路中に増幅器が含まれる場合、そこで雑音が付加されてしまうといった欠点がある。

全変動最小化に基づく ADMM (Alternative Direction Method of Multipliers: 交互方向乗数法) は、全変動 (画像の滑らかさを示す指標) を小さくして画像を滑らかにすることで、劣化した観測画像から原画像を推定する画像復元アルゴリズムである。

本研究では、光アナログ回路を用いて全変動最小化に基づく ADMM アルゴリズムによる画像復元をすることを検討した。光アナログ回路の制約を考慮し、光増幅器で雑音が付加された場合でも、画像に含まれるノイズを低減できることを計算機シミュレーションによって示す。



# 目次

第1章 序論	1
第2章 研究背景	3
2.1 光アナログ回路	3
2.1.1 光アナログ回路構成	3
2.1.2 光増幅器における付加雑音	4
2.2 光アナログ回路での圧縮センシング	5
2.2.1 圧縮センシング	5
2.2.2 圧縮センシングにおける最適化問題	6
2.2.3 固定の加速係数を用いる FISTA	6
2.2.4 ADMM	8
2.2.5 光アナログ回路での実装のための近似 ADMM	9
第3章 光アナログ回路による実装に適した画像復元アルゴリズム	12
3.1 全変動最小化に基づく画像復元	12
3.1.1 画像復元	12
3.1.2 TV	12
3.1.3 全変動正則化を用いた最適化問題に対する ADMM	14
3.2 光アナログ回路での画像復元	15
第4章 計算機シミュレーション	18
4.1 シミュレーション設定	18
4.2 シミュレーション結果	19
第5章 結論	26
謝辞	28



# 第1章 序論

信号処理を低遅延かつ省電力で実現するために、従来の電気デバイスによる信号処理に代わって、光デバイスによる信号処理が注目されている [1]。光アナログ回路は、情報伝達を担う情報担体として電子を用いる従来の演算回路と異なり、情報担体として光を用いる。そのため、従来の電子を用いる演算回路と比べて、光アナログ回路ではベクトル-行列積などの演算を低遅延・省電力で実行できると期待されている。

しかし、光アナログ回路によって信号処理を行うためには、さまざまな制約を考慮する必要がある。例えば、光アナログ回路による反復計算では反復ごとに値が変わる変数による除算が難しい。そのため、変数による除算を避けた光アナログ回路に適した圧縮センシングアルゴリズム [2] が提案されている。また、回路中での信号の増幅は雑音を伴ってしまうため、変数による除算を避けた上で増幅による雑音の影響を考慮した場合の圧縮センシングアルゴリズムの特性が関連研究 [3] によって評価されている。

画像復元はノイズや劣化、情報の欠損などが含まれた画像から元の高品質な画像を求める手法である。画像復元により医用画像、衛星画像、監視カメラの映像などのノイズ除去や解像度を向上させることができ、多くの分野で応用されている [4]。全変動 (TV: Total Variation) [5] は画像の空間的滑らかさの指標として広く使われており、全変動の値が小さいほど画像が滑らかな画像として捉えることができる。そのため、全変動最小化に基づく画像復元の最適化問題を解くことで、平滑な領域ではノイズが抑制され滑らかになり、エッジ部分は情報を保持した画像を復元することができる。

そのような最適化問題を解く手法として ADMM (Alternative Direction Method of Multipliers: 交互方向乗数法) [6] がある。ADMM は反復アルゴリズムの 1 つであり、光アナログ回路で実装するには動的な変数による除算や光増幅器による付加雑音について検討する必要がある。

本研究では、光アナログ回路に適した画像復元アルゴリズムとして全変動最小化問題に対する ADMM について検討し、画像復元問題に対する性能評価を行った。ADMM の更新式に対応する光アナログ回路構成を検討した結果、変数による除算は回避することができるが、光増幅器が必要となるためそれによる付加雑音を考慮しなければならないことがわかった。計算機シミュレーションによって、光増幅器における雑音を考慮した場合でも画像に含まれるノイズを低減できることを示す。

第 2 章ではまず光アナログ回路の回路構成や光アナログ回路に適した圧縮センシングアルゴリズムに関する関連研究を紹介し、第 3 章では本研究で使用する画像復元アルゴリズムについて述べ、それを光アナログ回路で実装するため

の検討事項を述べる．第4章でシミュレーションの設定と，実際にシミュレーションをしたときの復元画像とそれに対する復元精度を示す．第5章で本研究の結論と今後の課題について述べる．



## 第2章 研究背景

本章では，まず光アナログ回路と圧縮センシングについての説明をし，圧縮センシングの光アナログ回路での実装についての関連研究を紹介する．

### 2.1 光アナログ回路

現在研究開発が行われている光アナログ回路は情報担体として光を用いているため，従来の電子を用いる演算回路よりもベクトル-行列積などの演算を低遅延・省電力で実行できると期待されている [1]．しかし，光アナログ回路で反復アルゴリズムの計算を行う場合，反復ごとに変化する動的な値（変数）による除算が難しいという制約や，信号の増幅によって雑音が重畳してしまうといった欠点がある．

#### 2.1.1 光アナログ回路構成

光アナログ回路を構成するデバイスとしては，信号分割器（SS：Signal Splitter），加算器，減算器，行列-ベクトル乗算器，減衰器，増幅器，遅延素子などがある．これらのうち SS，加算器，減算器はビームスプリッタ（BS：Beam Splitter）という共通の光デバイスで実現される [3]．

BS には図 2.1 に示すように 2 つの入力ポートと 2 つの出力ポートがあり，一方のポートに任意の信号  $\alpha \in \mathbb{C}$  を入力すると，同じ側のポートから  $\frac{1}{\sqrt{2}}\alpha$ ，逆側のポートから  $\frac{1}{\sqrt{2}}\alpha \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j}$  が出力される．ここで  $j$  は虚数単位である．そのため，出力信号電力は本来の出力信号電力の半分となる．

このため，図 2.1 の下側のポートで  $e^{\frac{\pi}{2}j}$  なる位相シフトを与えれば BS を用いて SS が実現されることになり，SS の出力信号電力も本来の半分となる．SS

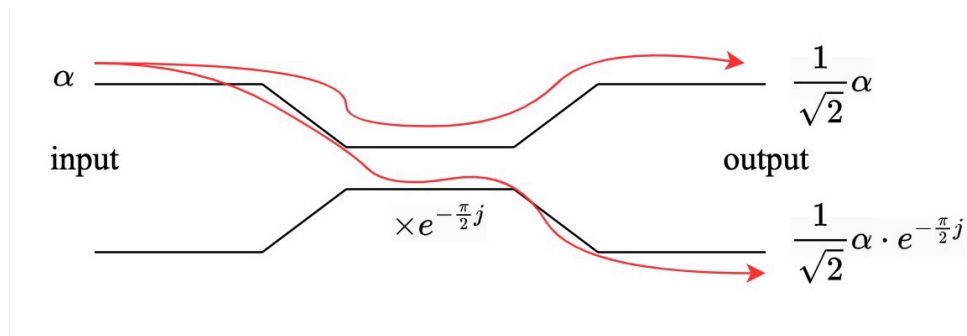


図 2.1: ビームスプリッタ（BS）

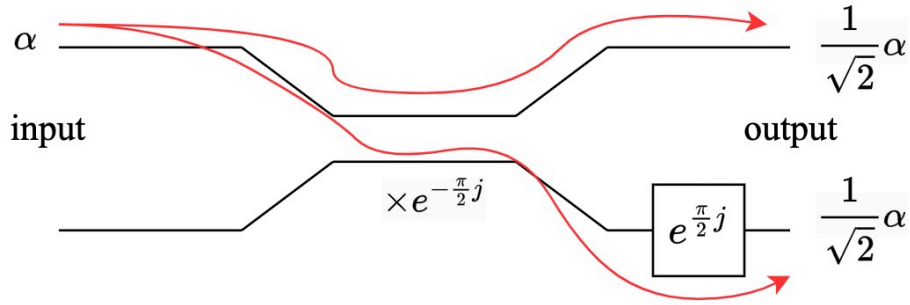


図 2.2: 信号分割器 (SS)

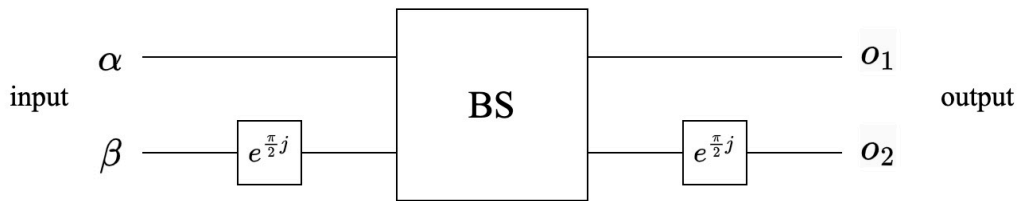


図 2.3: 光 加算器/減算器

の構成を図 2.2 に示す。

加算器と減算器も BS と位相シフトを用いて実現される．図 2.3 のようにすると，任意の 2 つの信号  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  をそれぞれ異なる 2 つの入力ポートに入力したとき，2 つのポートから出力される信号はそれぞれ

$$o_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\beta \cdot e^{\frac{\pi}{2}j} \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j} \quad (2.1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha + \beta), \quad (2.2)$$

$$o_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j} \cdot e^{\frac{\pi}{2}j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\beta \cdot e^{\frac{\pi}{2}j} \cdot e^{\frac{\pi}{2}j} \quad (2.3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha - \beta) \quad (2.4)$$

となる．ここでも，出力信号電力は SS の場合と同様に本来の出力電力の半分になることに注意する必要がある．

### 2.1.2 光増幅器における付加雑音

信号減衰を補償する方法の 1 つとして光増幅器を用いる方法があるが，信号が光増幅器を通ると雑音を伴う．本項では，光増幅器の雑音モデルに基づいて光増幅器における加法性雑音の電力を概算する [3]．光ファイバ通信でよく利用されているエルビウム添加ファイバ増幅器 (EDFA: Erbium Doped Fiber

表 2.1: 異なる電力利得の増幅器に対する付加雑音電力の概算値

電力利得	付加雑音電力
8	$1.79 \times 10^{-8}$
16	$3.84 \times 10^{-8}$
32	$7.94 \times 10^{-8}$
64	$1.61 \times 10^{-7}$
128	$3.25 \times 10^{-7}$
256	$6.53 \times 10^{-7}$

Amplifier) の増幅自然放出 (ASE: Amplified Spontaneous Emission) 雑音の電力スペクトル密度は

$$G_{\text{ASE}} = F(G - 1)h\mu \quad (2.5)$$

で与えられる [7]. ここで  $F$  は増幅器の雑音指数 (NF: Noise Figure),  $G$  は増幅器の電力利得,  $h$  はプランク定数,  $\mu$  は周波数である.

雑音電力を概算するために一般的な光ファイバ通信システムにおける光デバイスを使用することを想定し, 標準的な光シングルモードファイバに対応する波長を 1550nm (周波数はおよそ  $1.94 \times 10^{14}$ ), 信号帯域幅を 10GHz とすると, 電力利得  $G$  の光増幅器で加わる ASE 雑音の電力は

$$G_{\text{ASE}} \times 10\text{GHz} = (G - 1) \cdot 2.56 \times 10^{-9} \quad (2.6)$$

で与えられる. ただし, NF には理想値  $F = 2$  を用いた. 表 2.1 に異なる電力利得  $G$  に対応する光増幅器での付加雑音電力を示す. 電力利得の分だけ光増幅器で信号を増幅すると, 表 2.1 に示す雑音に加わることを表している.

## 2.2 光アナログ回路での圧縮センシング

光デバイスによるアナログ信号処理の高速性や消費電力の低さを活用し, 光アナログ回路によるニューラルネットワークの実装 [8] や圧縮センシングアルゴリズムの実装 [2] などが検討されている. 本節では光アナログ回路での実装に適した圧縮センシングアルゴリズムについて紹介する.

### 2.2.1 圧縮センシング

圧縮センシング [9] はスパースな (零成分が多く含まれる) 信号を少ない観測データから復元するための枠組みである. 工学において現れる様々な信号がスパース性を持つことから, 圧縮センシングは画像処理や無線通信, 制御工学などの多くの分野に応用されている.

圧縮センシングでは, 既知の観測ベクトル

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{e} \in \mathbb{C}^M \quad (2.7)$$

からスパースな未知ベクトル  $\mathbf{x}^* \in \mathbb{C}^N$  ( $N \geq M$ ) を推定する．ただし， $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  は既知の行列で観測行列と呼ばれる．また， $\mathbf{e} \in \mathbb{C}^M$  は観測雑音である．

### 2.2.2 圧縮センシングにおける最適化問題

式 (2.7) の雑音を含む観測ベクトル  $\mathbf{y}$  からスパースな未知ベクトル  $\mathbf{x}^*$  を推定する方法として

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \right\} \quad (2.8)$$

を求める  $\ell_1$ - $\ell_2$  再構成がある．ここで，

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{n=1}^N |x_n| \quad (2.9)$$

はベクトル  $\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_N]^\top$  の  $\ell_1$  ノルムであり，

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{n=1}^N |x_n|^2} \quad (2.10)$$

は  $\mathbf{x}$  の  $\ell_2$  ノルムである．式 (2.8) の目的関数の第一項  $\frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2$  は最小二乗法で用いられる目的関数であり，第二項は  $\mathbf{x}$  のスパース性を促進するための正則化項である．つまり最適化問題 (2.8) は観測  $\mathbf{y}$  と  $\mathbf{A}\mathbf{x}$  の誤差を小さくしつつ，スパースな推定値を得るためのものと解釈できる．正則化係数  $\lambda$  ( $> 0$ ) は  $\mathbf{x}$  のスパース性の重みであり， $\lambda$  を大きくすると推定値がスパースになることが優先される．逆に  $\lambda$  を小さくすると， $\mathbf{y}$  と  $\mathbf{A}\mathbf{x}$  の差を小さくすることが優先される．

### 2.2.3 固定の加速係数を用いる FISTA

FISTA (Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm) [10] は，最適化問題 (2.8) に対するアルゴリズムである ISTA (Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm) [11] の収束を加速させたアルゴリズムであり，その更新式は

$$\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{z}_t - \gamma \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{z}_t - \mathbf{y}), \quad (2.11)$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = T_{\gamma\lambda}(\mathbf{u}_{t+1}), \quad (2.12)$$

$$s_{t+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4s_t^2}}{2}, \quad (2.13)$$

$$a_{t+1} = \frac{s_t - 1}{s_{t+1}}, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} + a_{t+1}(\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t) \quad (2.15)$$

---

**Algorithm 1** FISTA

---

**Input:**  $\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, s_0 = 1, \gamma > 0$ 

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:    $\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{z}_t - \gamma \mathbf{A}^H(\mathbf{A}\mathbf{z}_t - \mathbf{y})$
- 3:    $\mathbf{x}_{t+1} = T_{\gamma\lambda}(\mathbf{u}_{t+1})$
- 4:    $s_{t+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4s_t^2}}{2}$
- 5:    $a_{t+1} = \frac{s_t - 1}{s_{t+1}}$
- 6:    $\mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} + a_{t+1}(\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t)$
- 7:    $t \leftarrow t + 1$
- 8: **end while**

**Output:**  $\mathbf{x}_t$ 

---

---

**Algorithm 2** CIFISTA

---

**Input:**  $\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \gamma > 0, 0 \leq c \leq 1$ 

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:    $\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{z}_t - \gamma \mathbf{A}^H(\mathbf{A}\mathbf{z}_t - \mathbf{y})$
- 3:    $\mathbf{x}_{t+1} = T_{\gamma\lambda}(\mathbf{u}_{t+1})$
- 4:    $\mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} + c(\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t)$
- 5:    $t \leftarrow t + 1$
- 6: **end while**

**Output:**  $\mathbf{x}_t$ 

---

で与えられ、アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。ただし、ソフト閾値関数を式 (2.16) で定義し、 $\alpha > 0$ ,  $v \in \mathbb{C}$  である。ソフト閾値関数の入力ベクトルの場合、ベクトルの各要素に式 (2.16) を作用させるように定義する。

$$T_\alpha(v) \triangleq \begin{cases} (|v| - \alpha) \frac{v}{|v|} & (|v| \geq \alpha) \\ 0 & (|v| < \alpha) \end{cases} \quad (2.16)$$

光アナログ回路では変数による除算が困難であり、通常の加速係数を用いる FISTA は実行できないと考えられる。そこで、FISTA の加速係数  $a_{t+1}$  を定数  $c$  に固定し、疑似的な加速式を用いたアルゴリズムである CIFISTA (Constant Inertial FISTA) [2] が提案されている。CIFISTA の更新式は

$$\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{z}_t - \gamma \mathbf{A}^\top(\mathbf{A}\mathbf{z}_t - \mathbf{y}), \quad (2.17)$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = T_{\gamma\lambda}(\mathbf{u}_{t+1}), \quad (2.18)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} + c(\mathbf{x}_{t+1} - \mathbf{x}_t) \quad (2.19)$$

となり、アルゴリズムを Algorithm 2 に示す。CIFISTA は FISTA と同等の収束特性をもつことがわかっている。

CIFISTA の光アナログ回路構成を図 2.4 に示す。回路内に複数の SS、加算器及び減算器があるため、回路内の光信号はそれらを通ると信号減衰を受ける。また、Algorithm 2 のソフト閾値関数 ( $T_{\gamma\lambda}$ ) は、その非線形性により入力信号

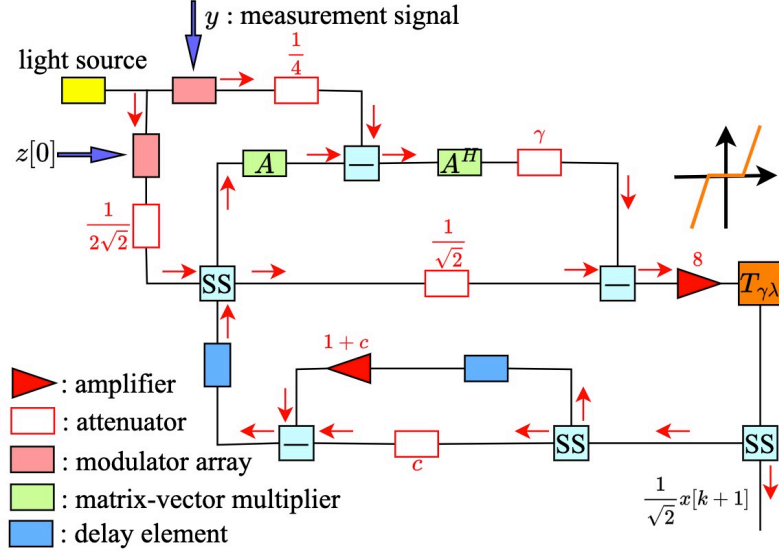


図 2.4: CIFISTA の光アナログ回路構成 [2]

電力が適切な値でなければならない．そのため，各更新式において加算や減算をされる信号の電力のスケールを光減衰器の挿入によってそろえたうえで，ソフト閾値関数の手前で光増幅器を挿入して BS による信号減衰を補償している．ここで光アナログ回路に含まれる BS の数はアルゴリズムに依存するため，必要な光増幅器の電力利得もアルゴリズムに依存することに注意する．

## 2.2.4 ADMM

FISTA の他に ADMM (Alternative Direction Method of Multipliers) アルゴリズム [6] も圧縮センシングを解くための高速な手法である．

$$\underset{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N, \mathbf{z} \in \mathbb{C}^L}{\text{minimize}} \{g(\mathbf{x}) + h(\mathbf{z})\} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{z} = \mathbf{G}\mathbf{x} \quad (2.20)$$

まず最適化問題 (2.20) は任意の初期値  $\mathbf{z}_0, \mathbf{v}_0 \in \mathbb{C}^L$  と  $\gamma > 0$  に対し，更新式を

$$\mathbf{x}_{t+1} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N} \left\{ g(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{z}_t - \mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{v}_t\|^2 \right\}, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma h}(\mathbf{G}\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{v}_t), \quad (2.22)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{G}\mathbf{x}_{t+1} + \mathbf{v}_t - \mathbf{z}_{t+1} \quad (2.23)$$

として解くことができ，アルゴリズムを Algorithm 3 に示す．ただし， $g \in \Gamma_0(\mathbb{C}^N)$ ， $h \in \Gamma_0(\mathbb{C}^L)$ ， $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{L \times N}$  である．

ここで， $\mathbb{C}^N$  上の全ての下半連続な真凸関数の集合を  $\Gamma_0(\mathbb{C}^N)$  で表すと，任意の  $\gamma > 0$  に対し， $f \in \Gamma_0(\mathbb{C}^N)$  の近接写像 (proximity operator/proximal mapping) は

$$\text{prox}_{\gamma f}(\mathbf{x}) := \arg \min_{\mathbf{y} \in \mathbb{C}^N} \left\{ f(\mathbf{y}) + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 \right\} \quad (2.24)$$

---

**Algorithm 3** 式 (2.20) に対する ADMM

---

**Input:**  $z_0, v_0, \gamma > 0$ 

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:    $x_{t+1} = \arg \min_{x \in \mathbb{C}^N} \left\{ g(x) + \frac{1}{2\gamma} \|z_t - Gx - v_t\|^2 \right\}$
- 3:    $z_{t+1} = \text{prox}_{\gamma h}(Gx_{t+1} + v_t)$
- 4:    $v_{t+1} = Gx_{t+1} + v_t - z_{t+1}$
- 5:    $t \leftarrow t + 1$
- 6: **end while**

**Output:**  $x_t$ 

---

---

**Algorithm 4** 圧縮センシングに対する ADMM

---

**Input:**  $z_0, v_0, \eta > 0$ 

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:    $x_{t+1} = (A^H A + \frac{1}{\eta} I)^{-1} (A^H y + \frac{1}{\eta} (z_t - v_t))$
- 3:    $z_{n+1} = T_{\eta\lambda}(x_{t+1} + v_t)$
- 4:    $v_{t+1} = v_t + x_{t+1} - z_{t+1}$
- 5:    $t \leftarrow t + 1$
- 6: **end while**

**Output:**  $x_t$ 

---

で定義される．このような近接写像が計算できるかどうかは  $f$  に依存する．

最適化問題 (2.20) の行列  $G$  を単位行列とし、 $f(x) = \frac{1}{2} \|Ax - y\|_2^2$ 、 $g(x) = \lambda \|x\|_1$  とすることで最適化問題 (2.20) は圧縮センシングに対する最適化問題となり、更新式は

$$x_{t+1} = \left( A^H A + \frac{1}{\eta} I \right)^{-1} \left( A^H y + \frac{1}{\eta} (z_t - v_t) \right), \quad (2.25)$$

$$z_{n+1} = T_{\eta\lambda}(x_{t+1} + v_t), \quad (2.26)$$

$$v_{t+1} = v_t + x_{t+1} - z_{t+1} \quad (2.27)$$

であり、アルゴリズムを Algorithm 4 に示す．このときの近接写像は式 (2.16) と一致する．

また、従来の ADMM アルゴリズムでの光アナログ回路構成を図 2.5 に示す．ここでもソフト閾値関数の非線形性からその手前で適切な値を入力信号とするために、光減衰器や光増幅器を用いており、増幅している分の雑音が付加される．

### 2.2.5 光アナログ回路での実装のための近似 ADMM

圧縮センシングにおける最適化問題 (2.8) は ADMM アルゴリズム (Algorithm 4) によって解くことができ、アルゴリズム中では動的な値による除算を含まないが、逆行列演算を必要とし、大規模問題への適用が制限される可能性がある．光アナログ回路で実装することを考えると、この行列計算に動的

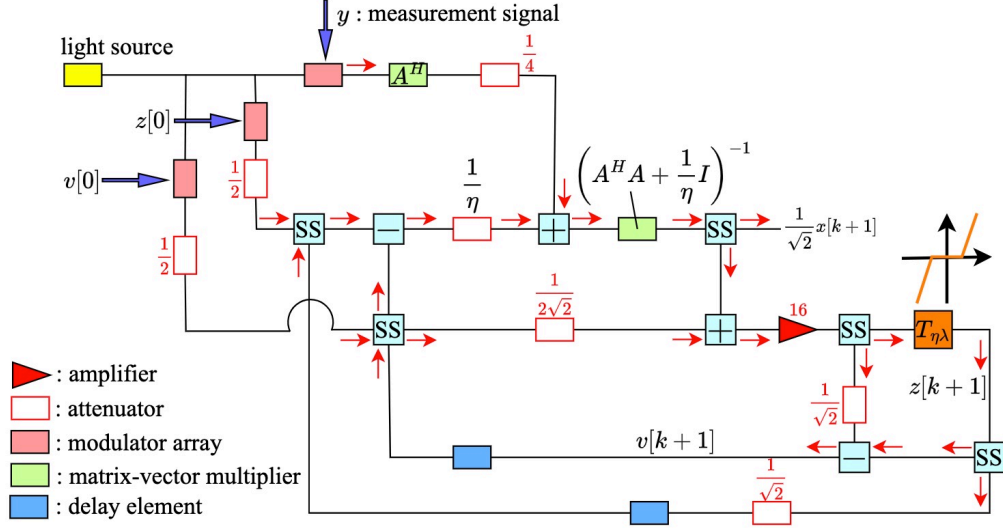


図 2.5: 従来の ADMM アルゴリズムの光アナログ回路構成 [2]

---

**Algorithm 5** 近似 ADMM

---

**Input:**  $x_0, z_0, v_0, \gamma > 0, \rho > 0$

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:  $x_{t+1} = T_{\gamma\lambda/\rho}(x_t - \gamma A^H(Ax_t - z_t + \frac{1}{\rho}v_t))$
- 3:  $z_{t+1} = \frac{1}{1+\rho}(y + \rho(Ax_{t+1} + \frac{1}{\rho}v_t))$
- 4:  $v_{t+1} = v_t + \rho(Ax_{t+1} - z_{t+1})$
- 5:  $t \leftarrow t + 1$
- 6: **end while**

**Output:**  $x_t$

---

なパラメータは含まれていないため、事前に計算することで回避することも 1 つの方法だと考えられるが、異なるアプローチとして近似 ADMM アルゴリズム [12] が提案されている。近似 ADMM は従来の ADMM アルゴリズムとは異なる定式化と近似が用いられており、更新式は

$$x_{t+1} = T_{\gamma\lambda/\rho} \left( x_t - \gamma A^H \left( Ax_t - z_t + \frac{1}{\rho} v_t \right) \right), \quad (2.28)$$

$$z_{t+1} = \frac{1}{1+\rho} \left( y + \rho \left( Ax_{t+1} + \frac{1}{\rho} v_t \right) \right), \quad (2.29)$$

$$v_{t+1} = v_t + \rho(Ax_{t+1} - z_{t+1}) \quad (2.30)$$

であり、アルゴリズムを Algorithm 5 に示す。近似 ADMM は逆行列演算を含まない上に従来の ADMM アルゴリズムと同等の収束特性が得られることがわかっている。

また、近似 ADMM アルゴリズムでの光アナログ回路構成を図 2.6 に示す。図 2.5 に示す従来の ADMM アルゴリズムでの光アナログ回路構成より複雑になっており、増幅器が 3 つに増えている。その 3 ヶ所で異なる電力利得に対する雑音が付加されることとなる。



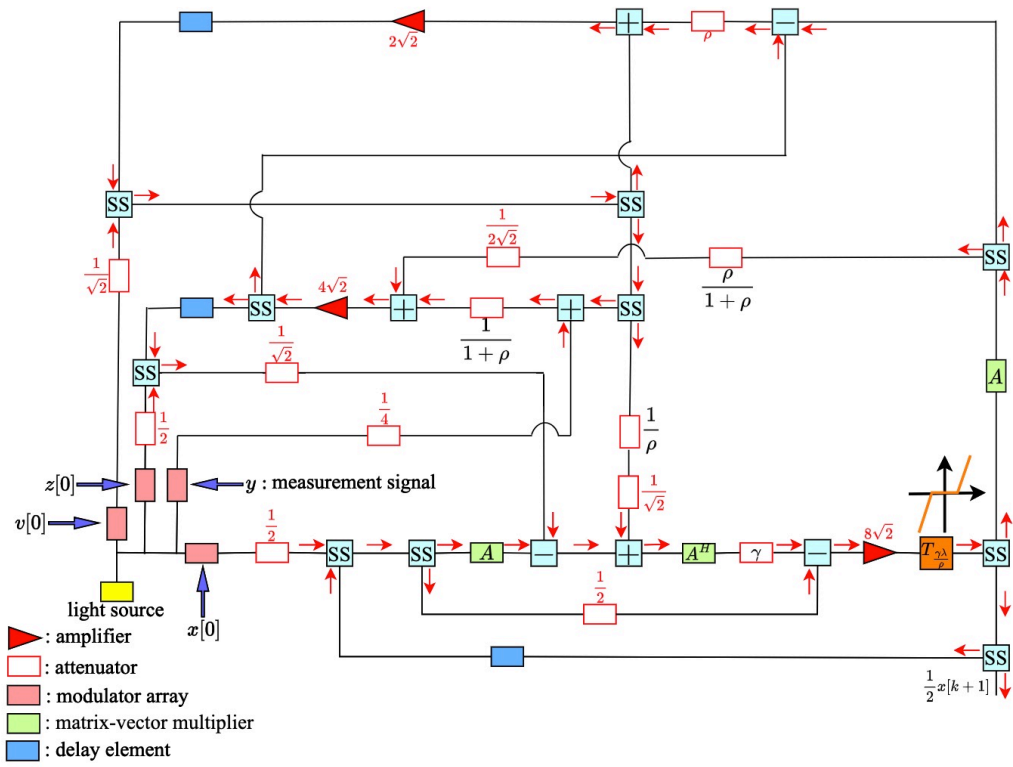


図 2.6: 近似 ADMM アルゴリズムの光アナログ回路構成 [2]

# 第3章 光アナログ回路による実装に適した画像復元アルゴリズム

本研究は光アナログ回路を用いての画像復元を検討する。本章では、まず本研究で考える画像復元アルゴリズムについて説明し、光アナログ回路での制約や雑音を考慮した際の画像復元アルゴリズムについて検討する。

## 3.1 全変動最小化に基づく画像復元

### 3.1.1 画像復元

カメラの焦点ボケや手ブレ、画素欠損などによる劣化を伴う観測データから観測モデルに基づいて原画像を推定することを画像復元という。観測した画像サイズが  $N_1 \times N_2 (= N(\text{画素数}))$  とし、観測データ  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$  が以下のような観測モデルに従って取得された状況を想定する。

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{b} \quad (3.1)$$

ここで、 $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^N$  は原画像、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  は劣化過程を記述する行列（ぼけ、欠損など）、 $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^M$  は観測した際に加わるガウス雑音である。

また、画像復元を考える上で次の最適化問題を考える。

$$\underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N}{\text{minimize}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 + g(\mathbf{x}) \right\} \quad (3.2)$$

一般的に第一項目は微分可能な項であり、 $\frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2$  とおくことで  $\mathbf{A}\mathbf{x}$  と  $\mathbf{y}$  の差を小さくする、すなわち観測画像との整合性（二乗誤差）を担保することができる。また、第二項目は正則化項といい、圧縮センシング問題では  $g(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_1$  とおいて  $\mathbf{x}$  のスパース性を促進するスパース項として定式化されているが、画像復元問題では  $\mathbf{x}$  はスパースではないため、別の正則化項を考える必要がある。

### 3.1.2 TV

画像の滑らかさに対する指標の一つである全変動（TV）について紹介する。全変動は隣接する画素差分を足し合わせた値であり、

$$\text{TV}(\mathbf{x}) := \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|_{1,2} = \sum_{i=1}^N \sqrt{d_{v,i}^2 + d_{h,i}^2} \quad (3.3)$$



図 3.1: TV :  $9.1 \times 10^5$



図 3.2: TV :  $3.7 \times 10^6$

として求めることができる．ただし，画像  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$  に対し，縦/横の隣接画素差分を計算する行列をそれぞれ  $\mathbf{D}_v, \mathbf{D}_h \in \mathbb{R}^{N \times N}$  として式 (3.4) と式 (3.5) に示す．また，これらを縦に並べた行列を  $\mathbf{D} := (\mathbf{D}_v^\top \mathbf{D}_h^\top)^\top \in \mathbb{R}^{2N \times N}$  とする．

$$\mathbf{D}_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & & & & & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & & & & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{D}_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & & \ddots & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & 1 \\ 1 & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

図 3.1 と図 3.2 を比べて分かる通り，全変動が小さいほど滑らかな画像であると捉えることができる．

このような全変動を用いることで式 (3.2) は以下のように定式化することができる．

$$\underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N}{\text{minimize}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|_{1,2} \right\} \quad (3.6)$$

---

**Algorithm 6** 式 (3.6) に対する ADMM

---

**Input:**  $\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{v}_0, \gamma > 0$ 

```
1: while 停止条件を満たすまで do
2:    $\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{A}^\top \mathbf{A} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{A}^\top \mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t))$ 
3:    $\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma \lambda \|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t)$ 
4:    $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{z}_t$ 
5:    $t \leftarrow t + 1$ 
6: end while
```

**Output:**  $\mathbf{x}_t$ 

---

パラメータ  $\lambda > 0$  はデータ項（第一項）と全変動項（第二項）のバランスを調整する重みであり，ノイズの強さに応じて決定する． $\lambda$  が大きいほど全変動を小さく，すなわち画像を滑らかにすることが優先され， $\lambda$  が小さいほど  $\mathbf{y}$  と  $\mathbf{A}\mathbf{x}$  の差を小さくすることが優先される．

自然画像は一般に隣接画素間に強い相関があるため，ほとんどの隣接する画素差分はゼロに近い値をとり，画像のエッジ部分だけ隣接する画素差分は大きくなる．このことから隣接画素差分はスパース性を有すると解釈することができ，各画素の縦と横の画素差分値をグループベクトルとするとグループスパース性を持つ．

### 3.1.3 全変動正則化を用いた最適化問題に対する ADMM

ADMM アルゴリズム（Algorithm 3）を最適化問題 (3.6) に適用させたとき，更新式は

$$\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{A}^\top \mathbf{A} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{A}^\top \mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t)), \quad (3.7)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma \lambda \|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t), \quad (3.8)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{z}_t \quad (3.9)$$

として求めることができ，アルゴリズムを Algorithm 6 に示す．ここでグループ構造を持つスパース性を評価する際によく用いられる混合  $\ell_{1,2}$  ノルム（mixed  $\ell_{1,2}$  norm）の定義は  $\|\mathbf{x}\|_{1,2} := \sum_{\mathbf{g} \in \mathfrak{G}} \|\mathbf{x}_{\mathbf{g}}\|$  である．ただし  $\mathbf{x}_{\mathbf{g}}$  は  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$  の要素を重複のないグループに分割した際の各グループベクトルを表す（ $\mathfrak{G}$  はグループのインデックス集合）．混合  $\ell_{1,2}$  ノルム近接写像は式 (3.10) に示すようにグループごとにスケールされたソフト閾値関数となり，各  $\mathbf{g} \in \mathfrak{G}$  に対して， $\ell_1$  ノルムのときと同様に効率的に計算できる．

$$[\text{prox}_{\gamma \lambda \|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{x})]_{\mathbf{g}} = \max\{1 - \frac{\gamma}{\|\mathbf{x}_{\mathbf{g}}\|}, 0\} \mathbf{x}_{\mathbf{g}} \quad (3.10)$$

本研究では，簡単のため主にノイズ除去の問題を考える．その場合，観測行

---

**Algorithm 7** 式 (3.6) に対する ADMM ( $\mathbf{A}$ : 単位行列)

---

**Input:**  $\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{v}_0, \gamma > 0$ 

- 1: **while** 停止条件を満たすまで **do**
- 2:    $\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1}(\mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t))$
- 3:    $\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma\lambda\|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t)$
- 4:    $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{z}_t$
- 5:    $t \leftarrow t + 1$
- 6: **end while**

**Output:**  $\mathbf{x}_t$ 

---

列  $\mathbf{A}$  は単位行列  $\mathbf{I}$  となり, 更新式は

$$\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1}(\mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t)), \quad (3.11)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma\lambda\|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t), \quad (3.12)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t - \mathbf{z}_t \quad (3.13)$$

であり, アルゴリズムを Algorithm 7 に示す.

## 3.2 光アナログ回路での画像復元

光アナログ回路では動的な値による除算ができないという欠点や, 信号の増幅の際に雑音が増加してしまうという欠点があった. 本研究ではその2つの欠点を考慮して, 光アナログ回路上で全変動最小化にも基づく ADMM アルゴリズムによる画像復元を検討するが, Algorithm 7 には動的な値による除算がないため, 増幅による雑音のみを考慮する.

まず考えなければならないのは Algorithm 7 にある  $\frac{1}{\gamma}$  である.  $\gamma$  が 1 より小さい値であれば  $\frac{1}{\gamma}$  は 1 より大きくなってしまうため, これは信号の増幅となり雑音が付加されてしまう. そのため, まずは適切な  $\gamma$  の値を評価する必要がある.

また, 図 3.3 に Algorithm 6 の光アナログ回路構成を, 図 3.4 に Algorithm 7 の光アナログ回路構成を示す. 図 2.5 は図 3.3 の行列  $\mathbf{D}$  を単位行列にし, ベクトルや行列を実数領域で考えたものとなっているため, 回路構成は似ていることが分かる. 2.1.1 項で述べたように, 光アナログ回路での信号分割器, 加算器, 減算器を通るたびに信号の電力は半分になる. 近接写像の非線形性を考慮すると, 式 (3.12) の  $\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t$  は減衰されていない正しい値を入力として近接写像を計算する必要がある. そのため, 図 3.3 や図 3.4 に示すように各更新式におけるパラメータの値を調整 (attenuator で調整) し, 増幅器 (amplifier) で信号を増幅させることで信号の減衰を補償している. しかし, 増幅する分だけ雑音が増加してしまうため, 雑音による復元精度の影響を評価する必要がある. 図 3.4 から分かるように信号減衰の補償をするために 256 倍の光増幅器を使用することとなり, そこでの付加雑音を  $\mathbf{n}_{256} \in \mathbb{R}^{2N}$  とすると, 光増幅器を通過した後の信号は  $\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{n}_{256}$  となるため, 光アナログ回路での全変動最小

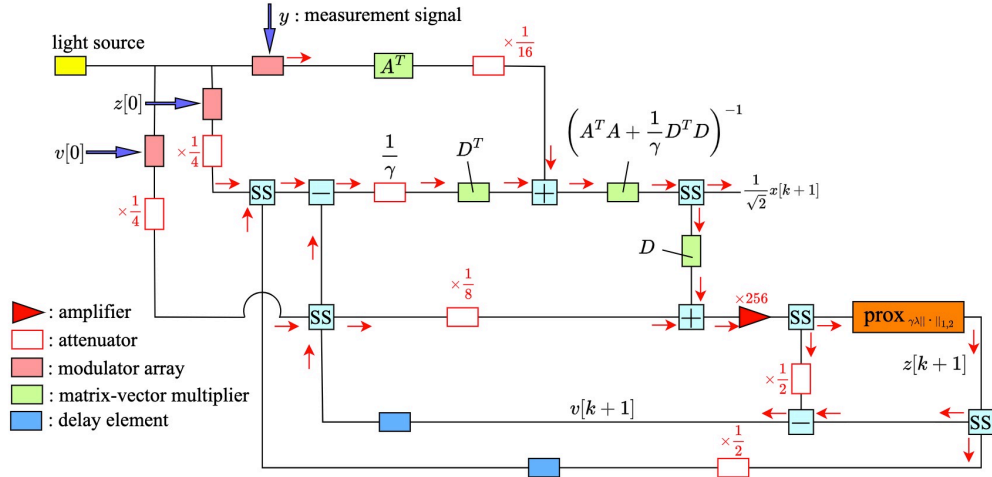


図 3.3: Algorithm 6 の光アナログ回路構成

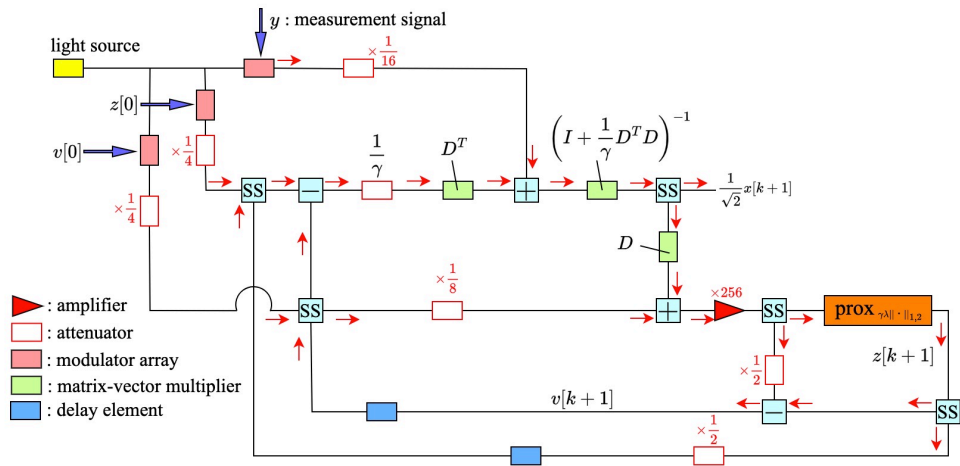


図 3.4: Algorithm 7 の光アナログ回路構成

---

**Algorithm 8** 式 (3.6) に対する回路雑音を考慮した ADMM ( $\mathbf{A}$ : 単位行列)

---

**Input:**  $\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0, \mathbf{v}_0, \gamma > 0$ 

```
1: while 停止条件を満たすまで do
2:    $\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1}(\mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t))$ 
3:    $\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma\lambda\|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{n}_{256})$ 
4:    $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{n}_{256} - \mathbf{z}_t$ 
5:    $t \leftarrow t + 1$ 
6: end while
```

**Output:**  $\mathbf{x}_t$ 

---

化による ADMM アルゴリズムの更新式は

$$\mathbf{x}_{t+1} = (\mathbf{I} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top \mathbf{D})^{-1}(\mathbf{y} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{D}^\top (\mathbf{z}_t - \mathbf{v}_t)), \quad (3.14)$$

$$\mathbf{z}_{t+1} = \text{prox}_{\gamma\lambda\|\cdot\|_{1,2}}(\mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{n}_{256}), \quad (3.15)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t + \mathbf{n}_{256} - \mathbf{z}_t \quad (3.16)$$

となる． アルゴリズムを Algorithm 8 に示す．

## 第4章 計算機シミュレーション

本章ではシミュレーションにおけるパラメータの設定や評価指標である PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio), SSIM (Structural Similarity Index Measure) について説明した後, シミュレーション結果を述べる.

### 4.1 シミュレーション設定

本研究では, 観測行列  $\mathbf{A}$  を単位行列とした場合であるノイズ除去のシミュレーションを行う. 原画像は  $256 \times 256$  のモノクロ画像 20 枚 [13] を使用した. 現状の光アナログ回路の研究では数十～数百次元程度の計算が想定されていることから, シミュレーションでは画像を重複しないパッチに分割して分割後のパッチ一つ一つに対して ADMM アルゴリズムを適用させる.

観測画像は原画像に平均 0, 標準偏差 10 のガウス雑音を加えたものとし, Algorithm 8 における初期値は  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}_0 = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$  とした. また, 光ファイバ伝送における一般的な信号電力は約 0.001 であることから光増幅器での付加雑音電力は表 2.1 の値を 1000 倍した値とした. そのため, 光増幅器における付加雑音 ( $\mathbf{n}_{256}$ ) は平均 0, 分散  $6.53 \times 10^{-4}$  のガウス雑音として, Algorithm 8 の式 (3.15) と式 (3.16) にあるように反復ごとに加えた.

画像の評価指標として PSNR と SSIM を使用する. PSNR と SSIM は画像における劣化の度合いを評価する指標である. 原画像ベクトルを  $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^N$ , 復元画像を  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$  としたとき, 平均二乗誤差 (MSE: Mean Squared Error) は

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}\|^2 \quad (4.1)$$

であり, 画素値が 0 から 255 の値をとる場合 PSNR は

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\text{MSE}} \quad (4.2)$$

と定義される. SSIM は  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}^*$  の各画素を中心とするパッチ  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}^*$  のそれぞれに対して

$$\frac{(2\mu_{\mathbf{z}}\mu_{\mathbf{z}^*} + C_1)(2\sigma_{\mathbf{z}\mathbf{z}^*} + C_2)}{(\mu_{\mathbf{z}}^2 + \mu_{\mathbf{z}^*}^2 + C_1)(\sigma_{\mathbf{z}}^2 + \sigma_{\mathbf{z}^*}^2 + C_2)} \quad (4.3)$$

を求めて平均を取ることで求められる. ただし,  $\mu_{\mathbf{z}}$ ,  $\mu_{\mathbf{z}^*}$  はそれぞれ  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}^*$  の平均を,  $\sigma_{\mathbf{z}}$ ,  $\sigma_{\mathbf{z}^*}$  はそれぞれ  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}^*$  の標準偏差を表し,  $\sigma_{\mathbf{z}\mathbf{z}^*}$  は  $\mathbf{z}$  と  $\mathbf{z}^*$  の共分散を表している. また,  $C_1$ ,  $C_2$  は評価値を安定させるための定数である. PSNR は画素値のみを基準にした評価指標であり, PSNR による評価と人間による評



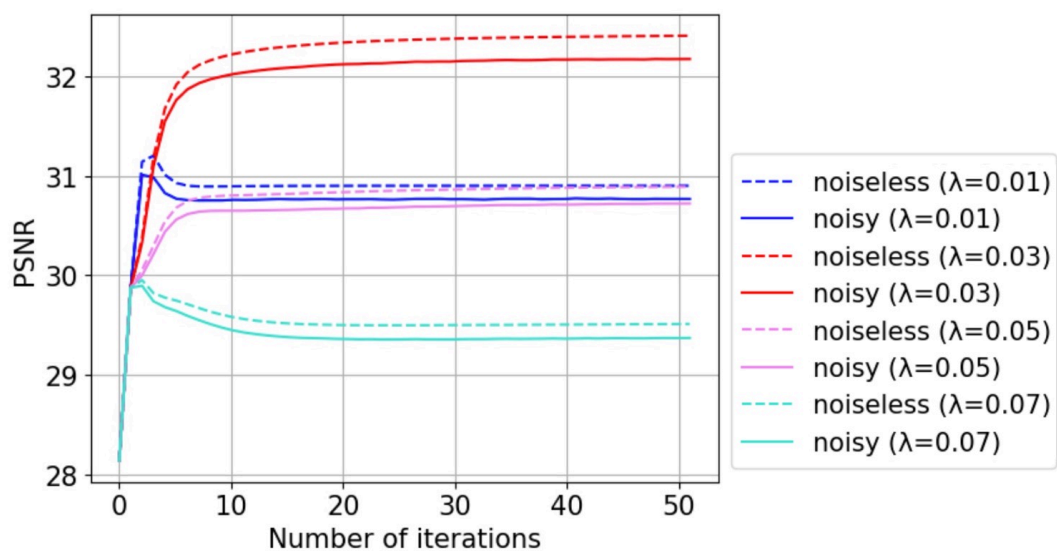
値が異なる場合がある。SSIM は画素値だけでなく画像のコントラストや構造にも基づいて画像を評価するため、人間の視覚的評価に近い傾向がある。どちらも値が大きいほど精度が高いことを表す。

## 4.2 シミュレーション結果

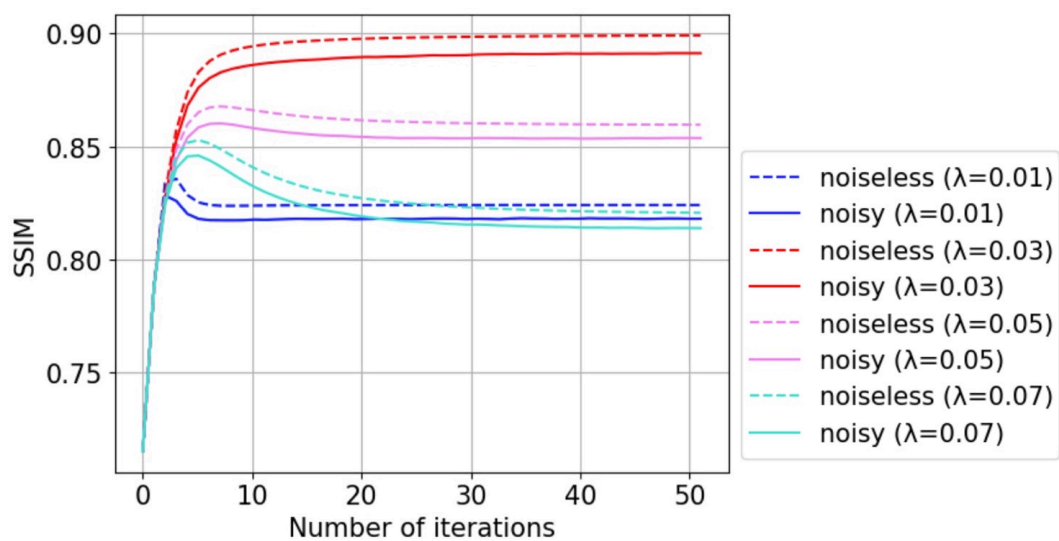
画像の分割数を 16 分割して 1 つのパッチサイズを  $64 \times 64$  にし、 $\gamma = 10$  として  $\lambda$  の値で比較したときの PSNR と SSIM の推移のグラフを図 4.1 に、 $\lambda = 0.03$  として  $\gamma$  の値で比較したときの PSNR と SSIM の推移のグラフを図 4.2 に示し、 $\gamma = 10$ 、 $\lambda = 0.03$  としたときの原画像、観測画像、復元画像を図 4.3 から図 4.6 に示す。また、画像の分割数を 256 分割してパッチサイズを  $16 \times 16$  にしたときの実験結果を図 4.7 から図 4.12 に示す。

図 4.1, 図 4.2, 図 4.7, 図 4.8 での PSNR, SSIM は分割した各パッチの PSNR, SSIM の平均の推移を示しており、noiseless は光増幅器での雑音がない場合を、noisy は光増幅器での雑音を加えた場合を表している。これらの図から、 $\gamma = 10$  のとき PSNR と SSIM はともに一番高く、一番の精度を取っていることが分かる。よって、 $\frac{1}{\gamma}$  は 1 未満であるので、 $\frac{1}{\gamma}$  による増幅は無いと考えられる。また、増幅器での雑音に乗った場合でも極端な精度の低下はなく、画像の分割数を多くしたことによる精度の低下も小さいことが分かる。

図 4.3 から図 4.6, 図 4.9 から 4.12 に示す PSNR, SSIM は画像全体の PSNR, SSIM を示しており、復元画像はアルゴリズムの反復中に増幅器での雑音に乗った場合での復元画像を示している。これらの画像から観測画像にあるノイズを低減できていることが分かる。

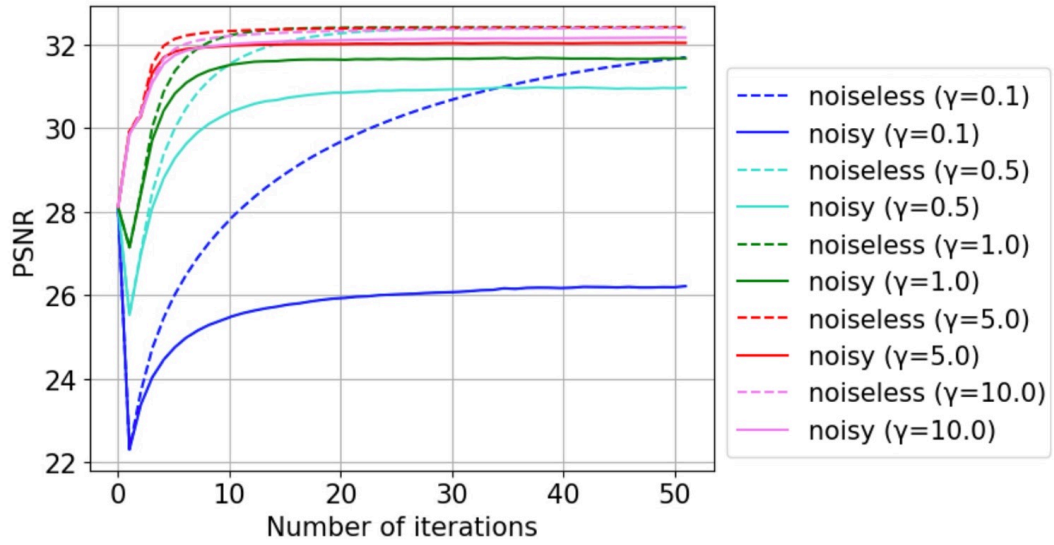


(a) PSNR の推移

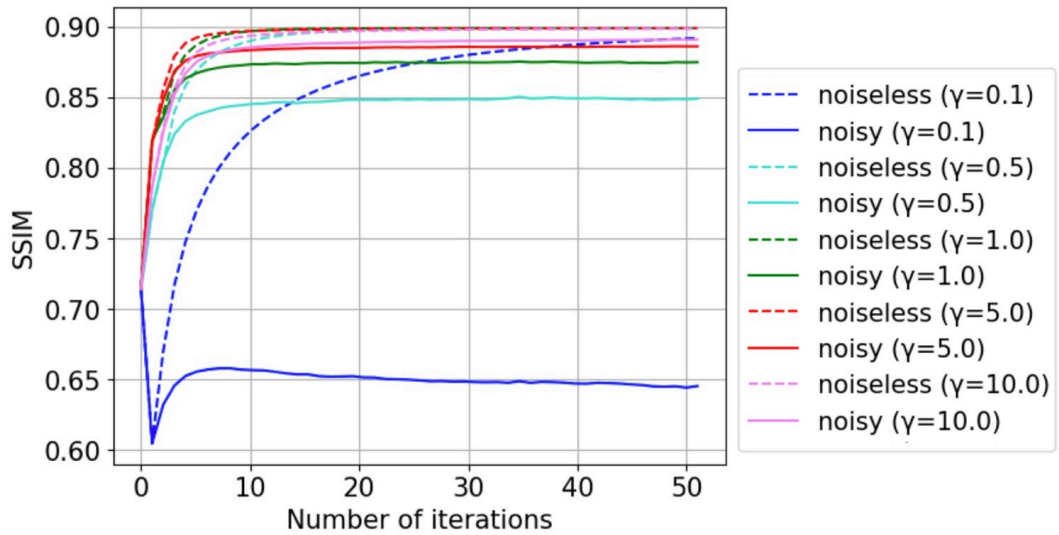


(b) SSIM の推移

図 4.1:  $\lambda$  の値で比較したときの PSNR, SSIM の推移 (パッチサイズ:  $64 \times 64$ )



(a) PSNR の推移



(b) SSIM の推移

図 4.2:  $\gamma$  の値で比較したときの PSNR, SSIM の推移 (パッチサイズ:  $64 \times 64$ )

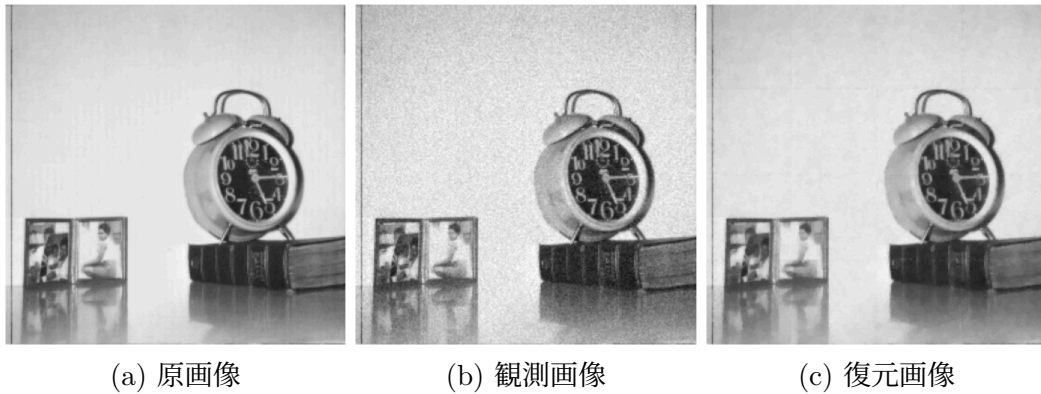


図 4.3: 画像 Clock の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=33.63, SSIM=0.91) (パッチサイズ:  $64 \times 64$ )

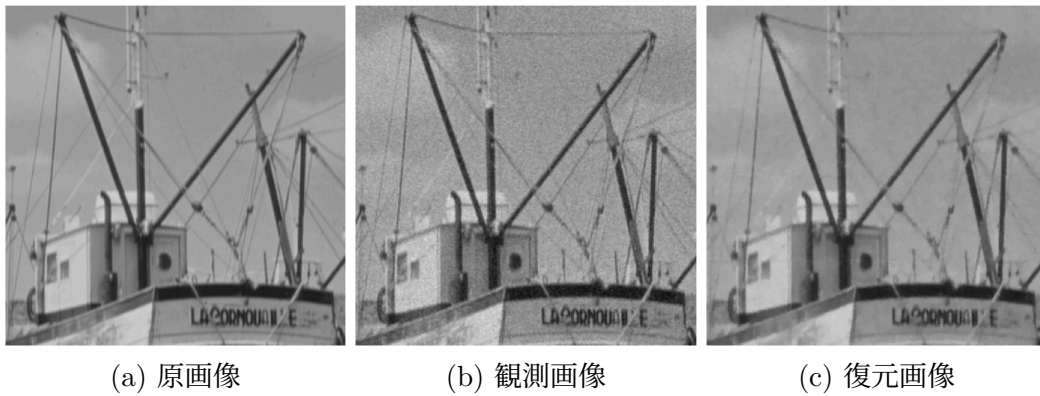


図 4.4: 画像 Boat の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=32.52, SSIM=0.89)  
(パッチサイズ:  $64 \times 64$ )

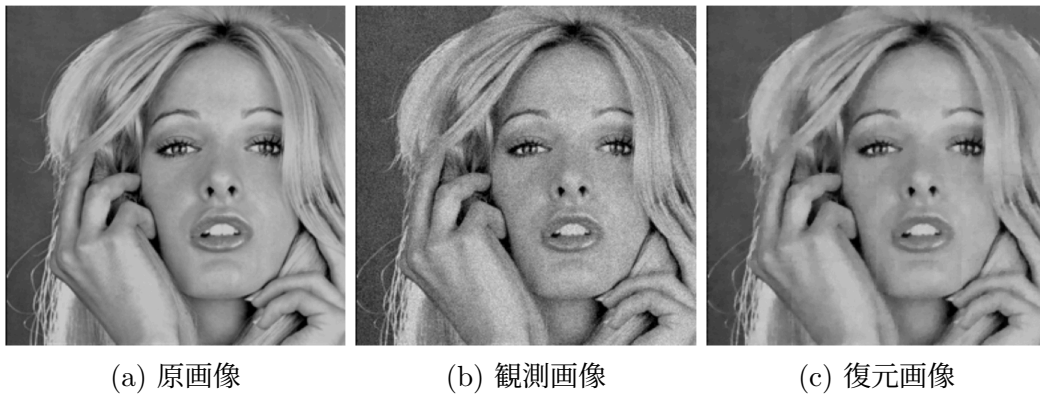


図 4.5: 画像 Woman の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=31.96, SSIM=0.90)  
(パッチサイズ:  $64 \times 64$ )

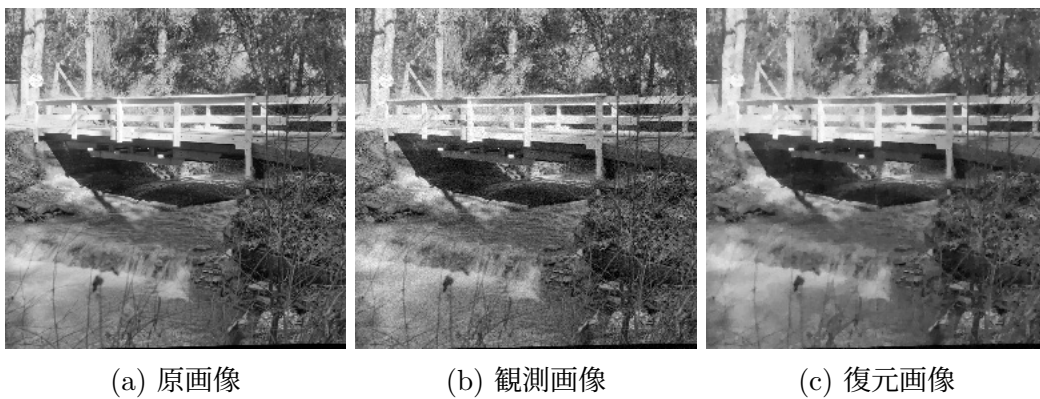
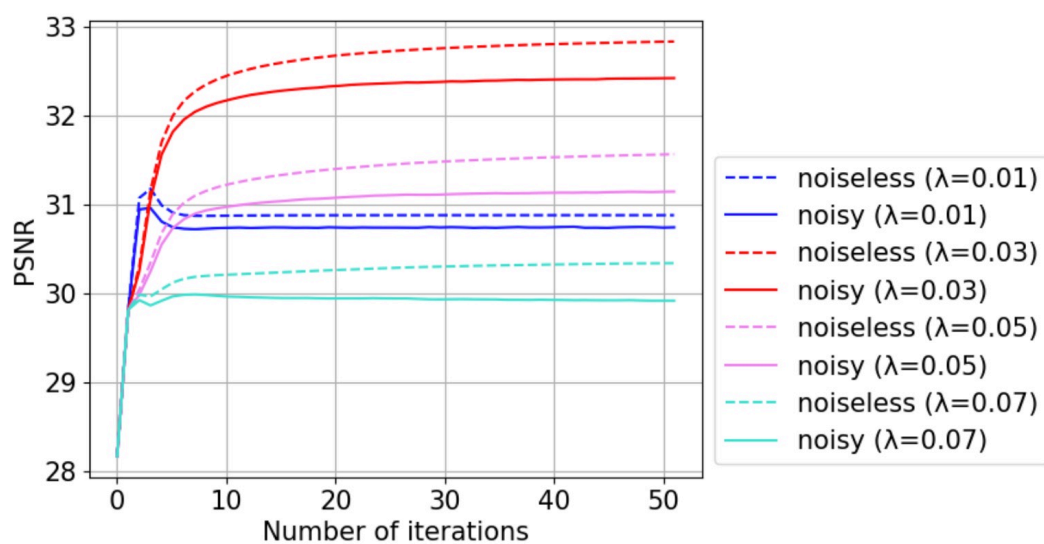
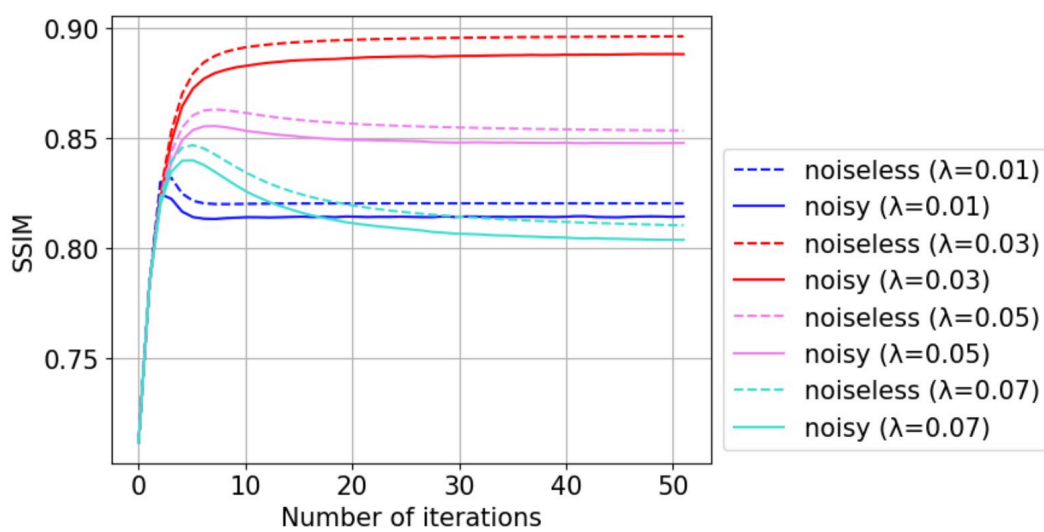


図 4.6: 画像 Bridge の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=27.88, SSIM=0.87)  
(パッチサイズ:  $64 \times 64$ )

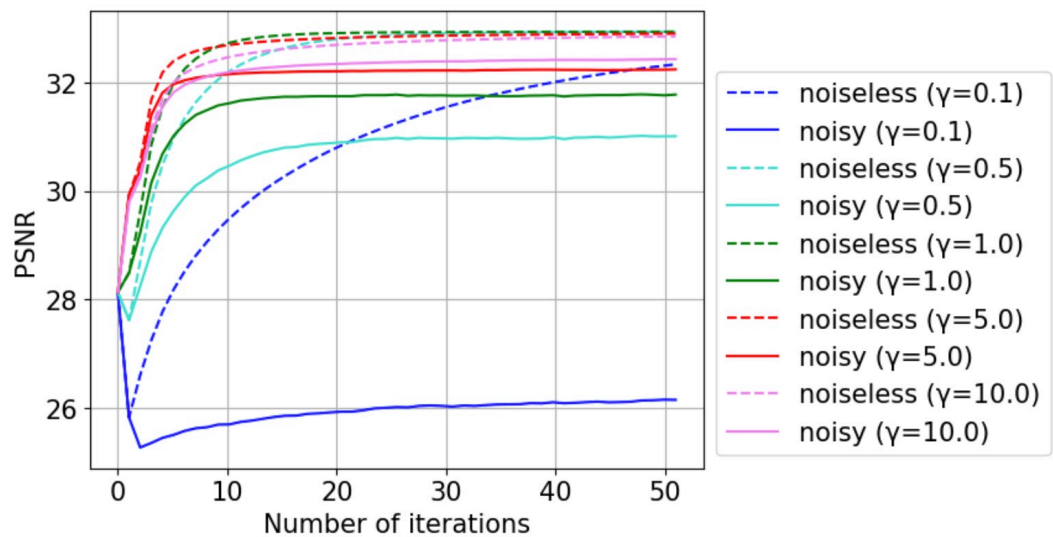


(a) PSNR の推移

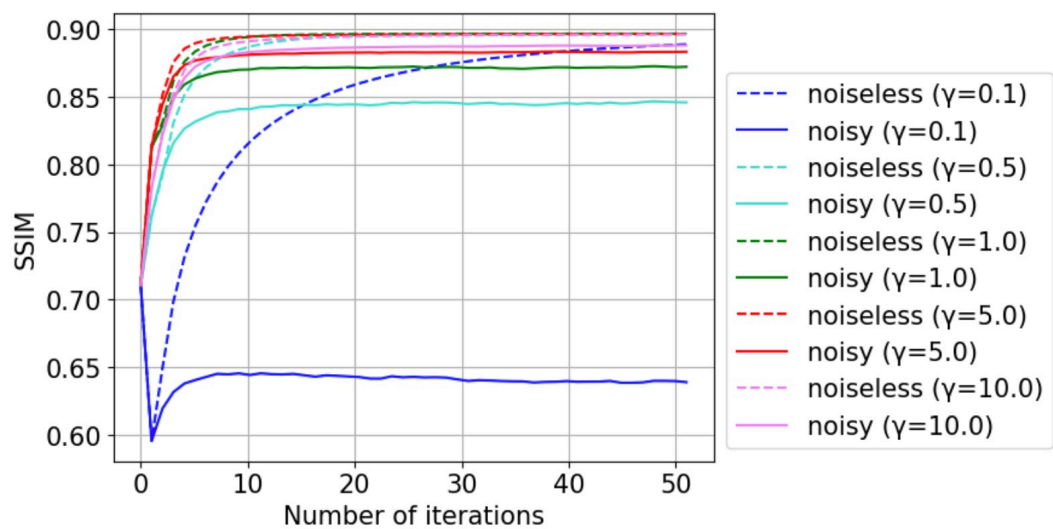


(b) SSIM の推移

図 4.7:  $\lambda$  の値で比較したときの PSNR, SSIM の推移 (パッチサイズ:  $16 \times 16$ )



(a) PSNR の推移



(b) SSIM の推移

図 4.8:  $\gamma$  の値で比較したときの PSNR, SSIM の推移 (パッチサイズ:  $16 \times 16$ )

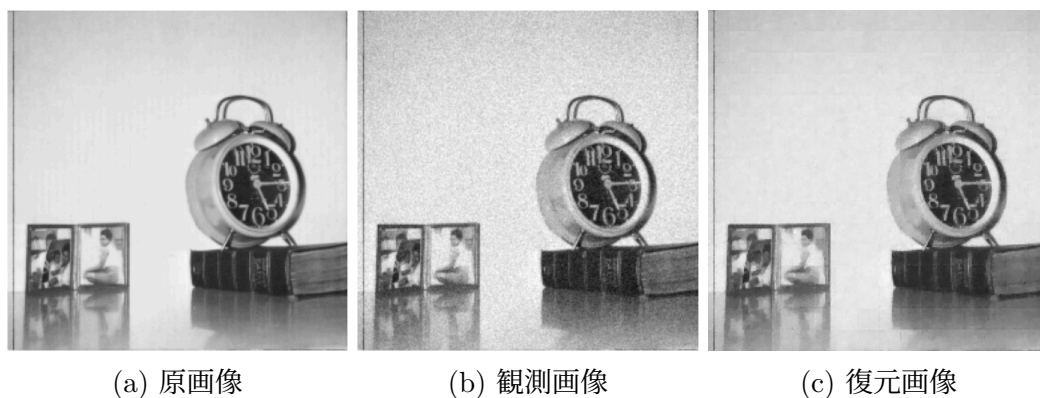


図 4.9: 画像 Clock の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=33.15, SSIM=0.91) (パッチサイズ:  $16 \times 16$ )



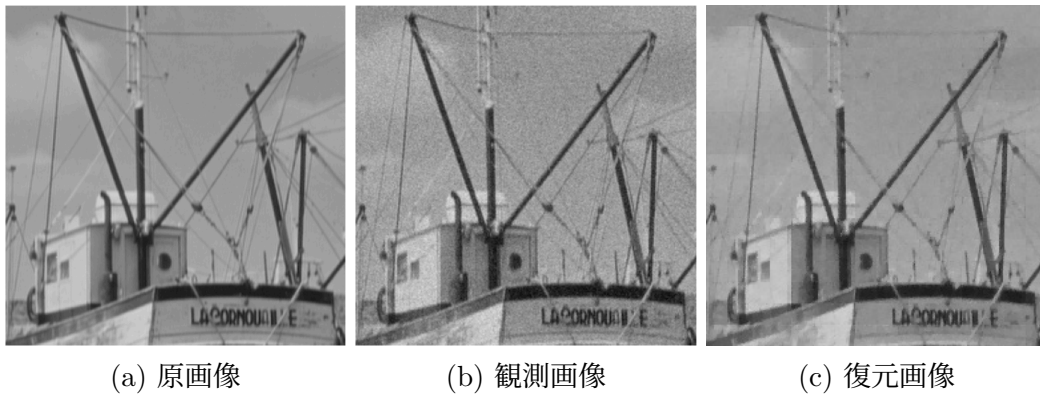


図 4.10: 画像 Boat の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=32.18, SSIM=0.88)  
(パッチサイズ:  $16 \times 16$ )

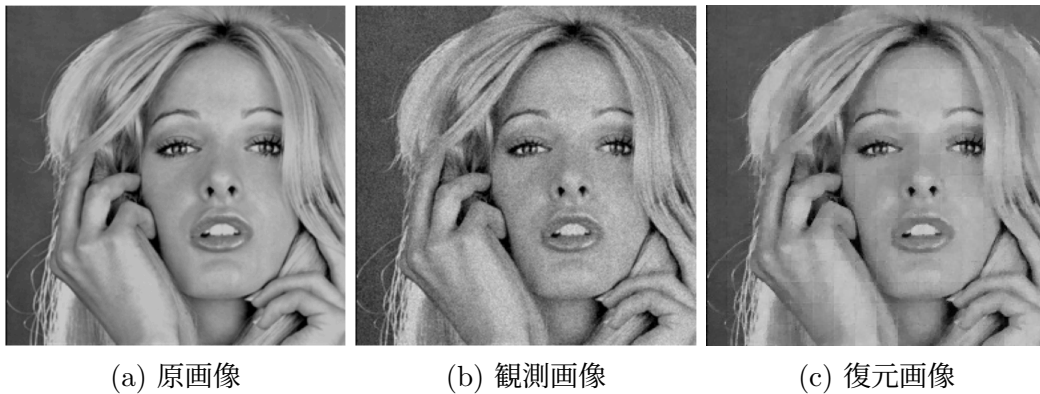


図 4.11: 画像 Woman の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=31.40, SSIM=0.88)  
(パッチサイズ:  $16 \times 16$ )

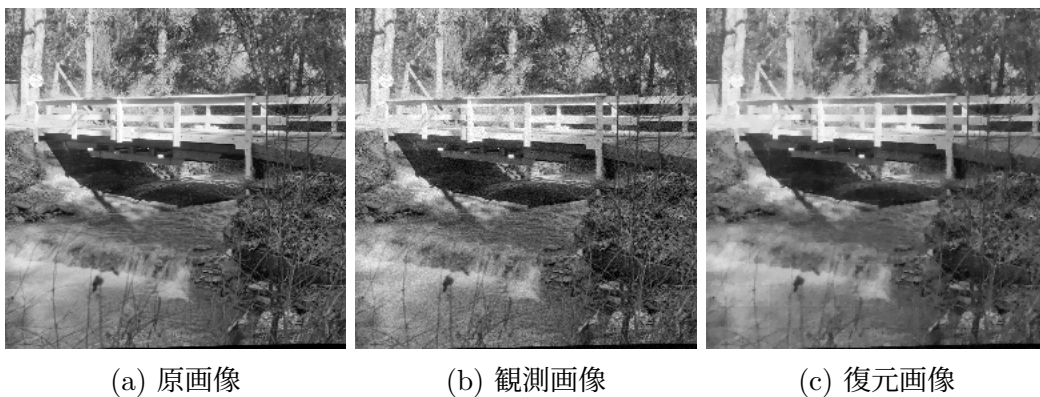


図 4.12: 画像 Bridge の原画像, 観測画像, 復元画像 (PSNR=27.71, SSIM=0.87)  
(パッチサイズ:  $16 \times 16$ )

## 第5章 結論

本研究では，光アナログ回路で画像復元を行うためのアルゴリズムとして，全変動正則化を用いた ADMM アルゴリズムについて検討した．アルゴリズムの反復ごとに付加される増幅器での雑音を考慮して，回路中での付加雑音がある場合とない場合における復元精度を計算機シミュレーションで比較した．その結果，光増幅器での雑音に加わったとしても画像に含まれるノイズを低減できることが分かった．

今後の課題としては，ノイズ除去以外の画像復元問題への応用や，光アナログ回路での画像復元アルゴリズムとしての主-双対近接分離法の検討などが挙げられる．





# 謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方々にご支援いただきました．本研究における全ての過程で適切な助言をいただき，丁寧に指導を下さった東京農工大学大学院工学府知能情報システム工学専攻，早川諒准教授に深く感謝いたします．本研究に対して様々なご指導を頂きました京都大学国際高等教育院附属データ科学イノベーション教育研究センター/大学院情報学研究科，林和則教授に深く感謝いたします．本研究に関して多くの助言を頂きました大阪大学大学院基礎工学研究科システム創成専攻，飯國洋二教授，下倉良太准教授に深くお礼申し上げます．最後になりましたが，日頃からお世話になりました飯國研究室の大学院生の方々，学部生の方々に心から感謝いたします．



## 参考文献

- [1] N. Shlezinger, G. C. Alexandropoulos, M. F. Imani, Y. C. Eldar, and D. R. Smith, “Dynamic metasurface antennas for 6g extreme massive mimo communications,” *IEEE Wireless Communications*, vol. 28, no. 2, pp. 106–113, 2021.
- [2] K. Kameda, R. Hayakawa, K. Hayashi, and Y. Iiguni, “Performance evaluation of fista with constant inertial parameter,” in *2022 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC)*. IEEE, 2022, pp. 1713–1719.
- [3] S. Furusawa, K. Hayashi, K. Kameda, and R. Hayakawa, “Numerical performance evaluation of  $\ell_1$ - $\ell_2$  sparse reconstruction using optical analog circuit,” in *2023 Asia Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC)*. IEEE, 2023, pp. 1410–1416.
- [4] M. R. Banham and A. K. Katsaggelos, “Digital image restoration,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, no. 2, pp. 24–41, 1997.
- [5] L. I. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, “Nonlinear total variation based noise removal algorithms,” *Physica D: nonlinear phenomena*, vol. 60, no. 1-4, pp. 259–268, 1992.
- [6] J. Eckstein and D. P. Bertsekas, “On the douglas—rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators,” *Mathematical programming*, vol. 55, pp. 293–318, 1992.
- [7] P. Poggiolini, G. Bosco, A. Carena, V. Curri, Y. Jiang, and F. Forghieri, “A detailed analytical derivation of the gn model of non-linear interference in coherent optical transmission systems,” *arXiv preprint arXiv:1209.0394*, 2012.
- [8] G. Wetzstein, A. Ozcan, S. Gigan, S. Fan, D. Englund, M. Soljačić, C. Denz, D. A. Miller, and D. Psaltis, “Inference in artificial intelligence with deep optics and photonics,” *Nature*, vol. 588, no. 7836, pp. 39–47, 2020.
- [9] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” *IEEE Transactions on information theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.

- [10] A. Beck and M. Teboulle, “A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems,” *SIAM journal on imaging sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.
- [11] I. Daubechies, M. Defrise, and C. De Mol, “An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint,” *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences*, vol. 57, no. 11, pp. 1413–1457, 2004.
- [12] R. Lin and K. Hayashi, “An approximated admm based algorithm for  $\ell_1$ - $\ell_2$  optimization problem,” in *2022 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC)*. IEEE, 2022, pp. 1720–1724.
- [13] “標準画像データベース [神奈川工大信号処理応用研究室],” [http://www.ess.ic.kanagawa-it.ac.jp/app\\_images\\_j.html](http://www.ess.ic.kanagawa-it.ac.jp/app_images_j.html).