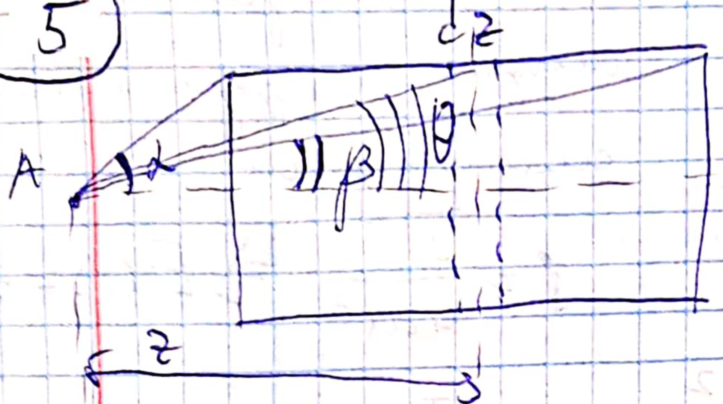
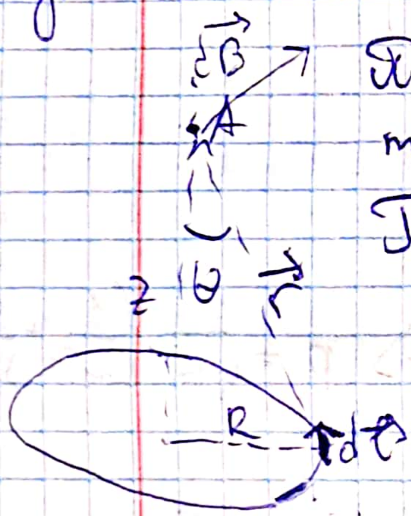
Б. 5



Выделим слой длиной dz, содержащий $\frac{N}{l}dz$ витков

Пусть его расстояние от точки A $= z$

Найдём составляющую поля, создаваемую одним витком



Поле, создаваемое линейным элементом $d\vec{l}$ определяется из закона Био–Савара

$$d\vec{B} = \frac{J}{cr^3}\, d\vec{l} \times \vec{r}$$

После суммирования по всем участкам, ненулевой вклад будут носить лишь z-компоненты. Для отдельно рассматриваемого компонента dl

$$dB_z = \frac{J}{cr^2}\, dl \sin\alpha$$

$\Rightarrow$ суммарное $B(\vec{r}) = \frac{2\pi R}{cr^2} J \sin\alpha = \frac{2\pi}{cR} J \sin^3$

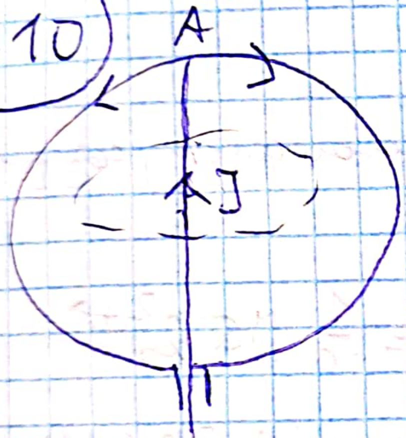
Тогда для $\frac{N}{l}dz$ витков имеем $dB = \frac{2\pi J N dz}{l c R}\sin^3\alpha$

$z = \frac{R}{tg\alpha} \Rightarrow dz = \frac{-R\,d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$\Rightarrow B(A) = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \left(-\frac{2\pi J N}{lc}\right)\sin\alpha\, d\alpha = \frac{2\pi J N}{cl}(\cos\beta - \cos\alpha)$

Ответ: $\frac{2\pi J N}{cl}(\cos\beta - \cos\alpha)$

5.10

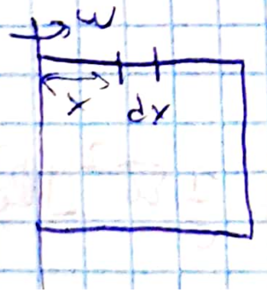


Снаружи сферы поля нет, т.к. суммарный ток $= 0$

Внутри сферы, по теореме о циркуляции магнитного поля, выделив контур-кольцо радиуса r, получаем

$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} J \Rightarrow 2\pi r B = \frac{4\pi}{c} J \Rightarrow B(r) = \frac{2J}{rc}$

5.18



На расстоянии x от оси вращения выделим элемент dx

Он создаёт момент $dm = \frac{q\,dx\,\omega}{2\pi c}\pi x^2$

Тогда суммарный момент от горизонтальных сторон

$$\vec{m}_1 = 2\int_0^l \frac{q\,dx\,\vec{\omega}}{2\pi c}\pi x^2 = \frac{q l^3 \vec{\omega}}{3c}$$

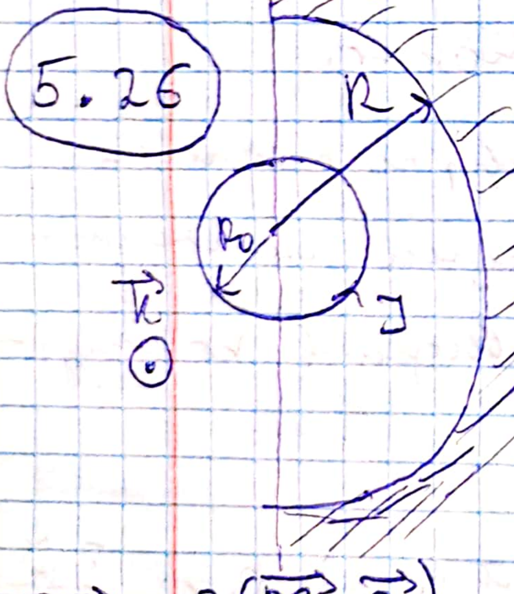
Момент, создаваемый вертикальной стороной

$$\vec{m}_2 = \frac{1}{c}\cdot\frac{q l \vec{\omega}}{2\pi}\cdot\pi l^2 = \frac{q l^3 \vec{\omega}}{2c}$$

Итоговый момент $\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 = \frac{5}{6}\cdot\frac{q l^3}{c}\vec{\omega}$

Ответ: $\frac{5}{6}\frac{q l^3}{c}\vec{\omega}$

5.26



Магнитный момент, создаваемый витком

$$\vec{m} = \frac{1}{c} J \vec{S} = \frac{1}{c} J \pi R_0^2 \vec{k}$$

Поле, создаваемое этим витком на большом расстоянии

$$\vec{B} = \underbrace{\frac{3(\vec{m},\vec{r})}{r^5}}_{0} - \frac{\vec{m}}{r^3}$$

т.к. $\vec{m} \perp \vec{r}$

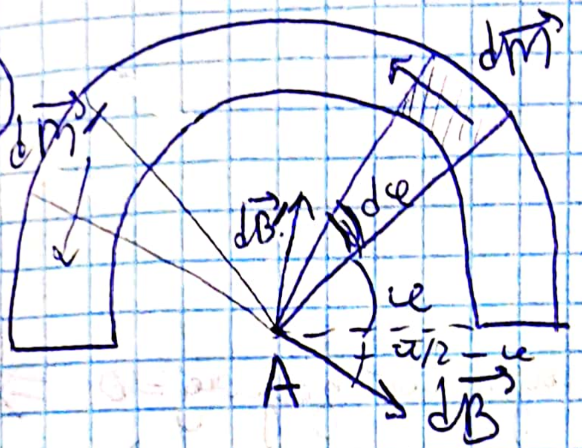
Искомый поток $|\Phi| = \int_R^\infty \frac{m}{r^3}\pi r\,dr = \frac{1}{c}\pi^2 J R_0^2 \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} =$

Scanned with CamScanner

$$= \frac{\pi^2 J R_0^2}{c}\left(0 + \frac{1}{10R_0}\right) = \frac{\pi^2 J R_0}{10c}$$

Ответ: $-\dfrac{\pi^2 J R_0}{10c}\vec{k}$

5.12



Выделим малый элемент соленоида, соответствующий центральному углу $d\alpha$

Его длина $= R\,d\alpha \Rightarrow$ момент, создаваемый им

$$d\vec{m} = \frac{I}{c}\vec{S} = \frac{iR\,d\alpha}{c}\vec{S}$$

Аналогично № 5.26, магнитное поле в точке A, создаваемое этим элементом

$$d\vec{B} = -\frac{\vec{m}}{R^3} = \frac{-i\vec{S}\,d\alpha}{cR^2}$$

При сложении $d\vec{B}$, соответствующих каждому $d\alpha$, все вертикальные компоненты занулятся, а горизонтальные будут сонаправлены

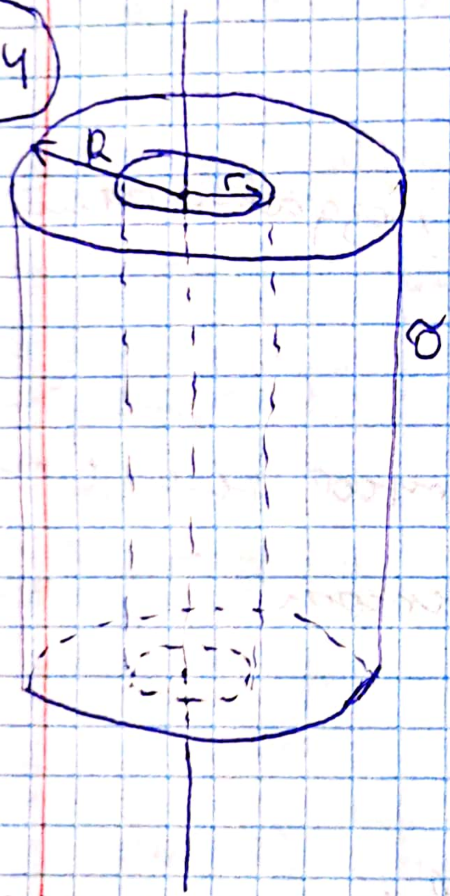
Горизонтальная компонента, соответсвующая $d\alpha$ $=$

$$= dB \sin\alpha = \frac{i S \, d\alpha}{c R^2} \sin\alpha$$

$$B = \frac{iS}{cR^2} \int_0^{\pi} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{2iS}{cR^2} = \frac{2\pi i}{c} \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Ответ: $\frac{2\pi i}{c} \left(\frac{r}{R}\right)^2$

5.14



Суммарный заряд $= 0$ $\Rightarrow$ суммарный ток $= 0 \Rightarrow$ в полости и снаружи поля нет

Напряжённость электрического поля на внешней поверхности цилиндра $= \frac{2\varkappa}{R} = E$

а) плотность заряда $= \frac{\frac{2\varkappa}{R}}{4\pi} =$

$$= \frac{\varkappa}{2\pi R} = \sigma$$

$i = \sigma \Omega R = \frac{\varkappa \Omega}{2\pi}$ — не зависит от радиуса

$$B = \frac{4\pi}{c} i = \frac{4\pi}{c} \sigma \Omega R = \frac{2\varkappa\Omega}{c} \approx \frac{2}{3} \cdot 10^{-7}\ \text{Гс}$$

б) $\varepsilon E_g = E_g + P\,4\pi \Rightarrow P = \dfrac{(\varepsilon - 1)E_g}{4\pi}$

поверхностная плотность поляризационных зарядов $= P = \dfrac{(\varepsilon-1)E_g}{4\pi} = \dfrac{(\varepsilon-1)E}{4\pi\varepsilon} =$

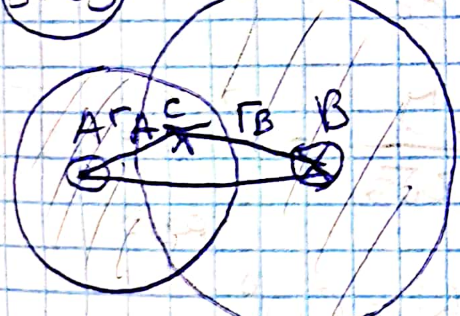
$= \dfrac{(\varepsilon-1)\varkappa}{2\pi\varepsilon R} = \sigma$

$i = \sigma\Omega R = \dfrac{(\varepsilon-1)\varkappa}{2\pi\varepsilon}$ - не зависит от радиуса

$B = \dfrac{4\pi}{c} i = \dfrac{4\pi}{c} \cdot \dfrac{\varkappa(\varepsilon-1)\Omega}{2\pi\varepsilon} = \dfrac{4}{9}\cdot 10^{-7}$ Гс

Ответ: а) $\frac{2}{3}\cdot 10^{-7}$ Гс, б) $\frac{4}{9}\cdot 10^{-7}$ Гс

5.23



По теореме о циркуляции, при $r > R$ R - радиус проводника

$B\cdot 2\pi r = \dfrac{4\pi}{c} J \Rightarrow$

$\Rightarrow B = \dfrac{2J}{cr} = \dfrac{2}{c}\cdot\dfrac{j\pi r^2}{r} = \dfrac{2\pi}{c} j r$

$\vec{B} = \dfrac{2\pi}{c}[\vec{j}\times\vec{r}]$

$\vec{B_c} = \vec{B_A} + \vec{B_B} \ominus$

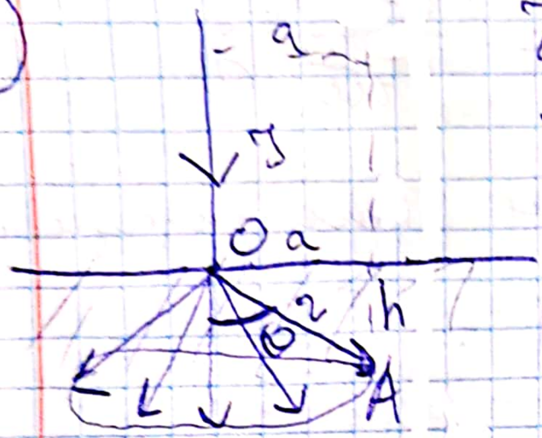
поле, создаваемое в точке C проводником A

проводником B

$\ominus\ \dfrac{2\pi}{c}[\vec{j}\times(\vec{r_A} - \vec{r_B})] = \dfrac{2\pi}{c}\vec{j}\times\vec{AB} \Rightarrow B_c = \dfrac{2\pi}{c} dj =$

$= 3142$ Гс

T6



Найдём ток, проходящий через коническую поверхность с вершиной в точке O, радиуса : A ∈ краю основы

Токи расходятся равномерно $\Rightarrow$ этот ток $= J\dfrac{\Omega}{2\pi}$

Ω – телесный угол, под которым видно основу конуса из точки O

$$\Omega = 2\pi(1-\cos\theta)$$

По теореме о циркуляции магнитного поля

$$H\cdot 2\pi a = \frac{4\pi}{c}J(1-\cos\theta) \Rightarrow H = \frac{2J}{ca}(1-\cos\theta) =$$

$$= \frac{2J}{cr}\cdot\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{2J}{cr}\,\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{2J}{cr\sqrt{3}} = \frac{2J}{c\frac{a}{\sin\theta}\sqrt{3}} =$$

$$\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}} = \frac{a/\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{a^2}{3}+a^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$= \frac{2J}{c\frac{2a}{\sqrt{3}}\sqrt{3}} = \frac{J}{ca}$$

Ответ. $\dfrac{J}{ca}$