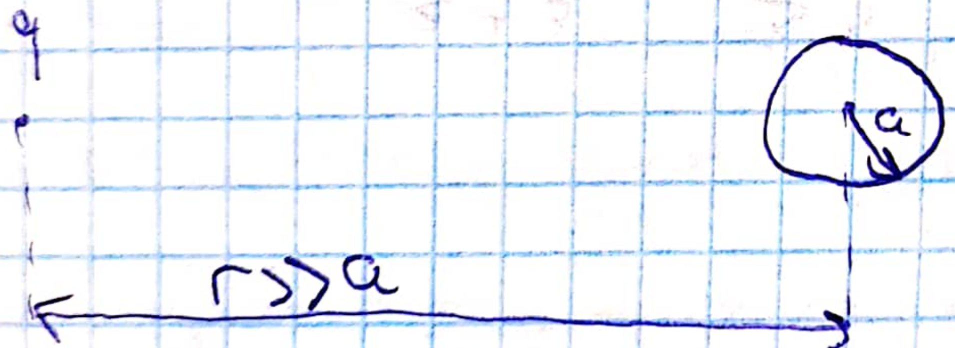
3.39



$\varepsilon - 1 << 1$

Из задачи №1.23 ⇒ для равномерно поляризованного шара, поле внутри шара

$$\vec{E}_{вн} = -\frac{4}{3}\pi\vec{P}$$

$\vec{P}$ - дипольный момент единицы объёма

Поле внутри диэлектрического шара

$$\vec{E} = \vec{E_0} - \frac{4}{3}\pi\vec{P}$$

↑
внешнее поле

$\vec{P} = \alpha\vec{E}$, $\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha$

$$\vec{E} = \vec{E_0} - \frac{4}{3}\cancel{\pi}\left(\frac{\varepsilon-1}{4\cancel{\pi}}\right)\vec{E} \Rightarrow \vec{E_0} = \left(1 + \frac{\varepsilon - 1}{3}\right)\vec{E} =$$

$$= \frac{\varepsilon+2}{3}\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = 3\frac{\vec{E_0}}{\varepsilon+2} \Rightarrow \frac{\vec{P}}{\alpha} = 3\frac{\vec{E_0}}{\varepsilon+2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{P}\cdot 4\pi}{\varepsilon-1} = 3\frac{\vec{E_0}}{\varepsilon+2} \Rightarrow \vec{P} = \frac{3}{4\pi}\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\vec{E_0}$$

Дипольный момент шара

$$\vec{p} = V\vec{P} = \frac{4}{3}\pi a^3\cdot\frac{3}{4\pi}\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\vec{E_0} =$$

$$= a^3\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\vec{E_0}$$

$r \gg a \Rightarrow \vec{E_0}$ можно считать постоянным по

Scanned with CamScanner

величине и направлению

$$\vec{p} = a^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{q}{r^2}$$

Сила, действующая на диполь в поле $\vec{E_0}$

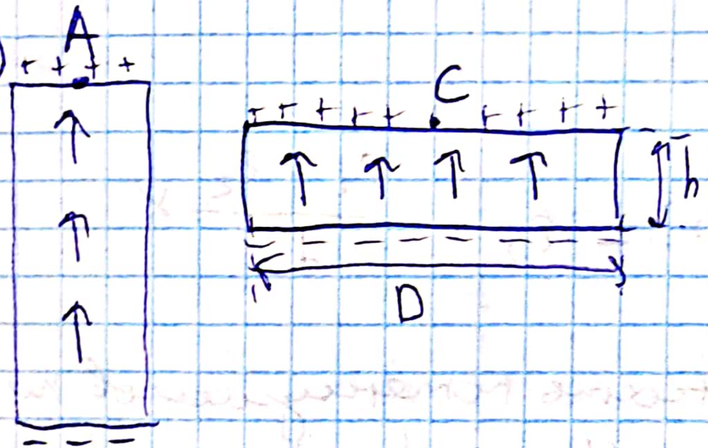
$$F = p \frac{dE_0}{dr} = p \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{q}{r^2}\right) = a^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{q}{r^2}\left(-\frac{2q}{r^3}\right)$$

$$\varepsilon - 1 \ll 1 \Rightarrow \varepsilon \simeq 1, \ \varepsilon + 2 \simeq 3$$

$$\Rightarrow F \simeq a^3 \frac{\varepsilon - 1}{a}\left(-\frac{2q^2}{r^5}\right) = -\frac{2q^2}{3r^5} a^3 (\varepsilon - 1)$$

Ответ: $-\dfrac{2q^2}{3r^5} a^3 (\varepsilon - 1)$.

3.8



Поле вблизи A имеет характер поля, создаваемого бесконечно большой равномерно заряженной пластиной

$E_A = 2\pi \sigma_{пол} = 2\pi P$ — $\sigma_{пол}$ — поверхностная плотность поляризационных зарядов

P — дипольный момент единицы объёма

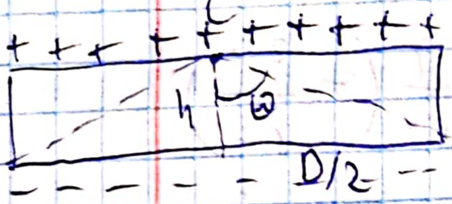
короткий цилиндр изготовлен из того же материала

$\Rightarrow$ он имеет дипольный момент 1-цы объёма $= P$

создаваемое ...)

Для короткого цилиндра поле в точке С можно найти как поле заряженного диска

$$N 1.10 \Rightarrow E_c^- = -\sigma_{пол}\Omega = -\sigma_{пол} 2\pi (1-\cos\Theta) =$$



$$= -\sigma_{пол} 2\pi \left(1 - \frac{h}{D/2}\right)$$

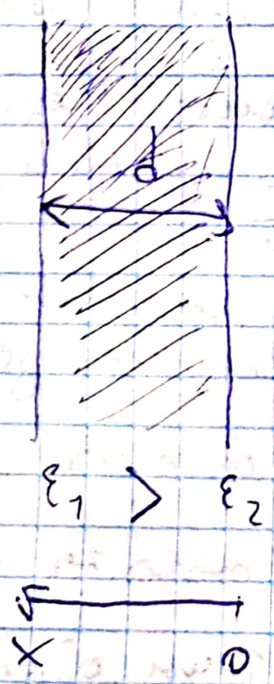
Поле, создаваемое верхней поверхностью $= 2\pi\sigma_{пол} = E_c^+$

$$E_c = E_c^- + E_c^+ = -\sigma_{пол} 2\pi \left(1 - \frac{h}{D/2}\right) + 2\pi\sigma_{пол} =$$

$$= \frac{\sigma_{пол}\cdot 4\pi h}{D} = \frac{E_A \cdot 2h}{D} = \frac{300\cdot 2\cdot 2\cdot 10^{-2} D}{D} = 12\frac{В}{см}$$

Ответ: $\frac{2E_A h}{D} = 12\frac{В}{см}$

3.26



$$\varepsilon(x) = \varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{d} x$$

Разность потенциалов пластин

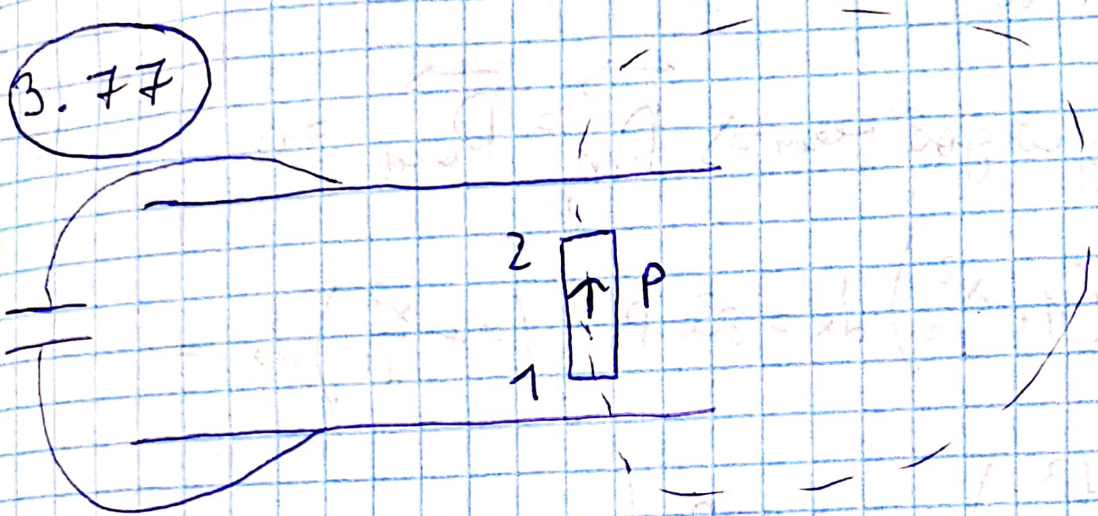
$$\Delta\varphi = \int_{\varphi(0)}^{\varphi(d)} d\varphi = \int_0^d E(x)\,dx = \int_0^d \frac{4\pi q}{S\varepsilon(x)} dx =$$

$$= \frac{4\pi q}{S} \int_0^d \frac{dx}{\varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{d} x} = \frac{4\pi q}{S} \cdot$$

$$\cdot \frac{d}{\varepsilon_1-\varepsilon_2}\ln\left(\varepsilon_2+\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{d}x\right)\Big|_0^d = \frac{4\pi q}{S}\cdot\frac{d}{\varepsilon_1-\varepsilon_2}\ln\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$C=\frac{q}{\Delta\varphi}=\frac{S(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{4\pi d\ln\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

3.77

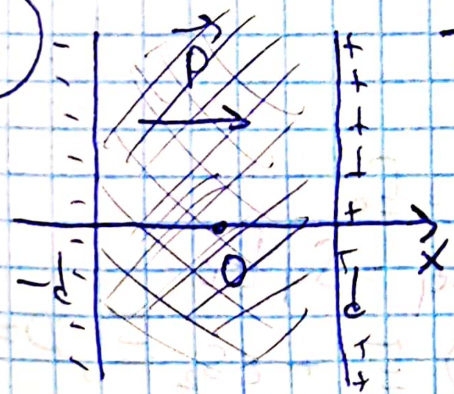


По теореме о циркуляции $\oint \vec{E}\,d\vec{l}=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \oint(\vec{D}-4\pi\vec{P})\,d\vec{l}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \oint \vec{D}\,d\vec{l}=4\pi\int_1^2 P\,dl=4\pi Pl$$

T3



$$\vec{P}(x)=\vec{P_0}\left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)$$

1) $\rho_{пол}(x)=-\operatorname{div}\vec{P}=-P_0\cdot\frac{2x}{d^2}$

2) свободных зарядов нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4\pi\rho_{пол}=\operatorname{div}\vec{E_{in}}(x) \Rightarrow$

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow -4\pi\sigma \operatorname{div}\vec{P} = \operatorname{div}\vec{E}_{in} \Rightarrow \vec{E}_{in} = -4\pi\vec{P} =$

$= \vec{E}_{in}(x) = -4\pi\vec{P_0}\left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)$

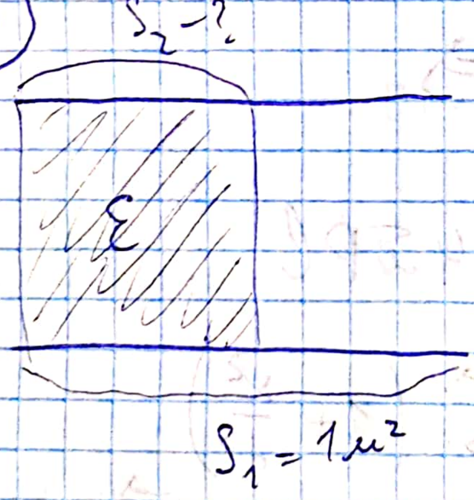
Снаружи $\vec{E}_{out}=0$, т. к. силовые линии противоположно направлены

свободных зарядов нет $\Rightarrow \vec{D}_{in} = \vec{D}_{out} = 0$

3) $U = \int_{-d}^{d} 4\pi P_0\left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)dx = 8\pi P_0 \int_0^d \left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)dx =$

$= 8\pi P_0\left(d+\frac{d^3}{3d^2}\right) = \frac{32\pi P_0 d}{3}$

3.30



$\varepsilon = 200$

$D = 40 D_0$

До внесения диэлектрика $D_0 = E_0$

$4\pi q = S_1 E_0$

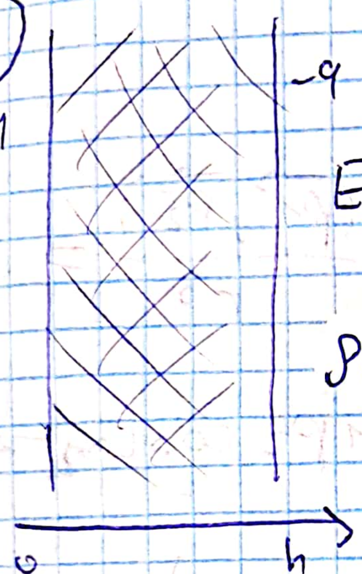
После внесения $4\pi q = (S_1 - S_2)E + \varepsilon S_2 E$, $D = \varepsilon E$

$$\frac{D}{D_0} = \varepsilon \frac{E}{E_0} = \varepsilon \frac{S_1}{S_1 - S_2 + \varepsilon S_2} = n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_2 = S_1 \frac{\varepsilon - n}{n(\varepsilon - 1)} = 0{,}02 \text{ м}^2$$

Ответ: $S_2 = S_1 \frac{\varepsilon - n}{n(\varepsilon - 1)} = 0{,}02 \text{ м}^2$

T4



$$\varepsilon(x) = \frac{2}{1 + \frac{x}{h}}$$

$$E(x) = \frac{4\pi q}{\varepsilon(x) S} = \frac{2\pi q}{S}\left(1 + \frac{x}{h}\right)$$

$$\rho_{max}(x) = \frac{1}{4\pi} \underbrace{\operatorname{div} E}_{= \frac{dE}{dx}} = \frac{q}{2Sh}$$

Разность потенциалов пластин

$$\Delta\varphi = \int_0^h E_x dx = \frac{2\pi q}{S} \int_0^h \left(1 + \frac{x}{h}\right) dx = \frac{2\pi q}{S}\left(h + \frac{h^2}{2h}\right) =$$

$$= \frac{3\pi h q}{S} \Rightarrow C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{S}{3\pi h}$$

Scanned with CamScanner