

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Лабораторная работа

Измерение магнитного поля Земли

Выполнила:
Карасёва Таисия
Б02-001

Долгопрудный 2021

Цель работы: определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное склонение.

В работе используются: 12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25*30*60 мм³), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

Теория

Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{P}_m тонкого витка площадью S с током I равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где $\vec{S} = S \vec{n}$ – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией B на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это – положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты $P_1 = P_2 = P_m$ двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}.$$

Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1) шары намагничены однородно;

2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент \vec{P}_m постоянного магнита определяется намагниченностью \vec{p}_m вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}.$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = 4\pi p_m$. Индукция магнитного поля \vec{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r.$$

Определение величины магнитного момента магнитных шариков

Метод А Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

Метод Б Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром d с магнитными моментами P_m равна:

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен: $F \approx 1.08F_0$. Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

Определение величины магнитного поля Земли

Горизонтальная составляющая Магнитная «стрелка» образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

где P_0 – магнитный момент стрелки, B_h – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $I_n \approx \frac{1}{12} n^3 m d^3$, тогда период колебаний $T = kn$,

где $k = \pi \sqrt{\frac{m d^2}{3 P_m B_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится B_h :

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$$

Вертикальная составляющая Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор \vec{B} индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β , зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент M силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку» $M(n) = An$, $A = P_m B_v$, то есть

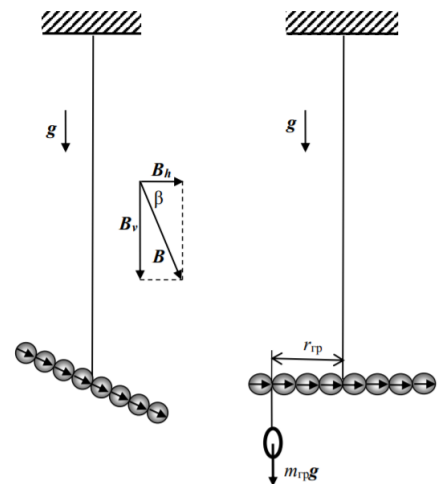
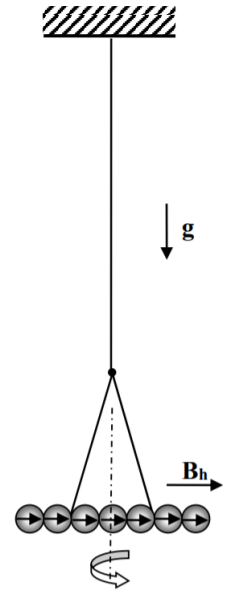
$$B_v = \frac{A}{P_m}$$

Магнитное наклонение В районе Москвы

$$\beta = \arctg \frac{B_v}{B_h} \approx 53^\circ$$

Ход работы

1. Определим параметры шариков: масса 12 штук $12m = 5.770 \pm 0.001$ г, тогда масса одного $m = 0.4810 \pm 0.0001$ г, диаметр $d = 4.92 \pm 0.01$ мм.
2. Воспользуемся методом А определения величины магнитного момента шариков. Для измерения r_{max} поместим шарики по разные стороны стопки листов, чтобы они всё ещё притягивались, и будем подкладывать листы бумаги между ними до тех пор, пока сила тяжести не пересилит силу притяжения. Измеренный $r_{max} = 1.37 \pm 0.05$ см. Тогда



$$P_m = 16.6 \pm 1.2 \text{ Гс} \cdot \text{м}^3 ; \sigma_{P_m} = r_{max}^2 \sqrt{g} \sqrt{\frac{\sigma_m^2 r_{max}^2}{24m} + \frac{2\sigma_{r_{max}}^2 m}{3}}$$

$$p_m = 270 \pm 20 \text{ Гс} ; \sigma_{p_m} = \frac{3}{4\pi r^3} \sqrt{\sigma_{P_m}^2 + \frac{9P_m^2 \sigma_r^2}{r^2}}$$

$$B_p = 2.3 \pm 0.1 \text{ кГц} ; B_r = 3.4 \pm 0.2 \text{ кГц}$$

3. Воспользуемся методом Б определения величины магнитного момента шариков. Минимальный вес цепочки $F = 171600 \pm 100$ дин. $P_m = 39.4 \pm 0.1 ; \sigma_{P_m} = d \sqrt{\sigma_F^2 \frac{0.04d^2}{F} + 0.62F\sigma_d^2}$
4. Измерения датчиком холла: $B_p = 2.29 \pm 0.01$ кГц. Отсюда получим более точное значение для $P_m = \frac{B_p r^3}{2} = 17.0 \pm 0.1 ; \sigma_{P_m} = r^2 \sqrt{\frac{\sigma_{B_p}^2 r^2}{4} + \sigma_r^2 B_p^2}$
5. Измерим зависимость $T(n)$:
 $\sigma_T = 0.1 \text{ с}$

Таблица 1: Зависимость $T(n)$.

N	12	11	10	9	8	7	6	5	4
$T, \text{с}$	3.1	2.9	2.6	2.3	2.1	2.0	1.7	1.4	1.1

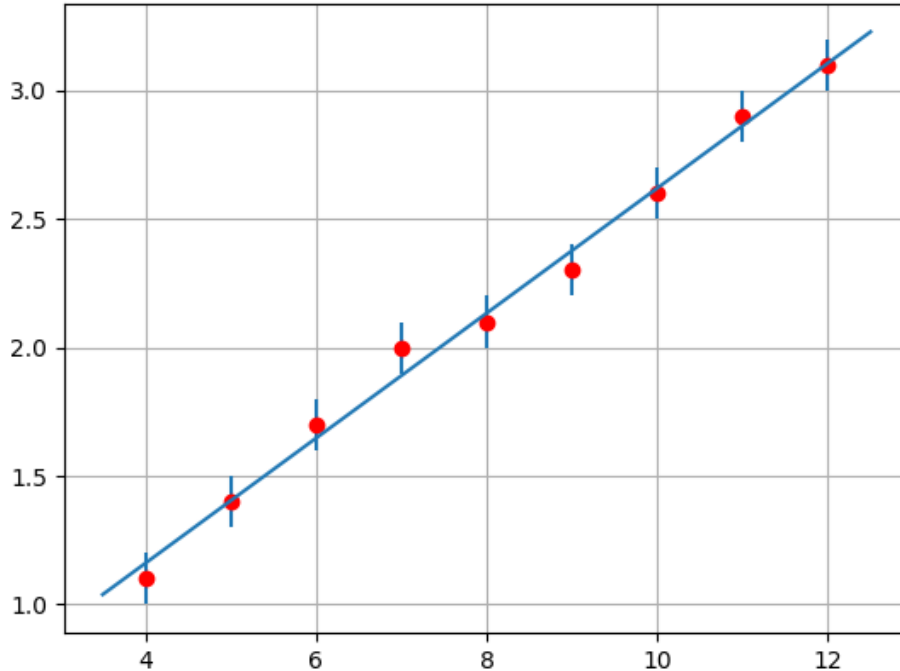


Рис. 1: $T(n)$

Методом МНК получим угловой коэффициент $k = 0.24 \pm 0.01 \text{ с}$.

$$B_h = 0.39 \pm 0.03 \text{ Гс}; \sigma_{B_h} = B_h \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{m^2} + \frac{4\sigma_d^2}{d^2} + \frac{\sigma_{P_m}^2}{P_m^2} + \frac{4\sigma_k^2}{k^2}}$$

6. Измерим зависимость $M(n)$

Уравновешивание производилось с помощью 3 кусков проволоки массами $m_1 = 0.069 \pm 0.001$ г, $m_2 = 0.073 \pm 0.001$ г, $m_3 = 0.200 \pm 0.001$

Общая формула для погрешности момента

$$\sigma_M = g \sum_{i=1}^K p_i \sqrt{m_i^2 \sigma_d^2 + d^2 \sigma_{m_i}^2}$$

где K — количество использованных для уравновешивания проволок, p_i — номер шарика, после которого вешается кусок проволоки, m_i — общая масса кусков проволоки, которые вешаются после p_i -того шарика

Таблица 2: Зависимость $M(n)$.

N	12	10	8	6	4
M , дин · см	166 ± 3	122 ± 3	104 ± 2	90 ± 2	65 ± 1

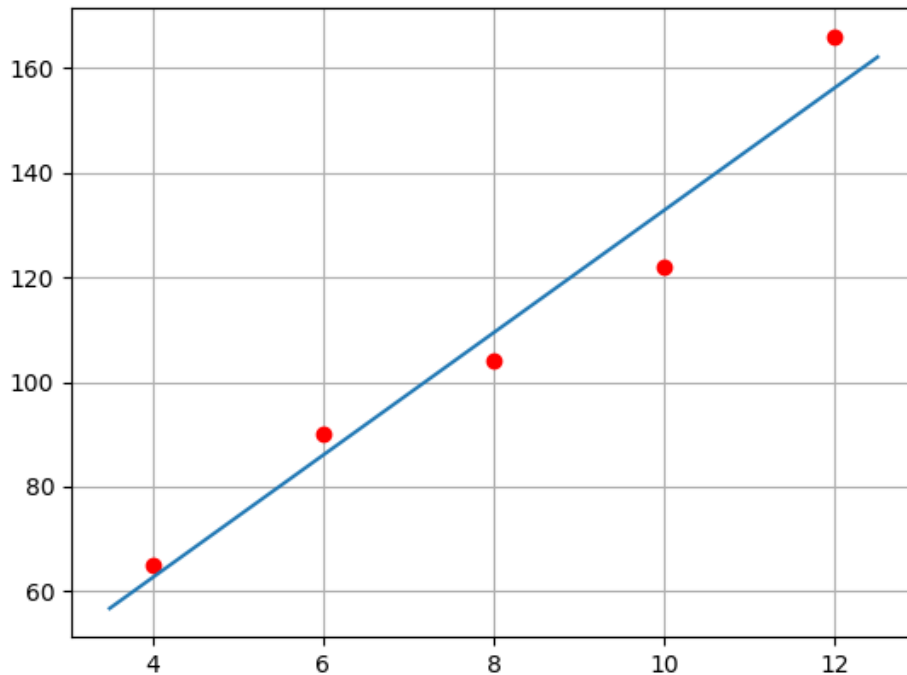


Рис. 2: $T(n)$

С помощью МНК находим $A = 12 \pm 2$ Отсюда

$$B_v = 0.7 \pm 0.1$$

7. Магнитное поле Земли в районе исследований

$$B = \sqrt{B_v^2 + B_h^2} = 0.8 \pm 0.1$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sigma_{B_h}^2 B_h^2 + \sigma_{B_v}^2 B_v^2}{B_h^2 + B_v^2}}$$

8. Магнитное наклонение

$$\beta = \arctg \frac{B_v}{B_h} \approx 60^\circ \pm 4^\circ$$

$$\sigma_\beta = \frac{B_h}{B_h^2 + B_v^2} \sqrt{\sigma_{B_v}^2 + B_v^2 \frac{\sigma_{B_h}^2}{B_h^2}}$$

Вывод

В ходе работы

- (а) двумя методами был определён магнитный момент неодимового магнитного шарика, относительная погрешность результата метода А составила 7%, метода Б - 0.2%. Результаты метода А совпали с измеряемыми датчиком холла в пределах погрешности.
- (b) с помощью определения углового коэффициента зависимости периода крутильных колебаний магнитной стрелки от количества шариков в ней, была вычислена горизонтальная составляющая магнитного поля Земли с относительной погрешностью 8%
- (с) с помощью определения углового коэффициента зависимости момента, действующего на стрелку в магнитном поле от количества шариков в ней, была вычислена вертикальная составляющая магнитного поля Земли с относительной погрешностью 14%
- (d) с помощью 2 результатов, описанных выше, была определена индукция магнитного поля в районе наблюдения с относительной погрешностью 13%. Полученное значение (0.8 Гс) совпадает с табличным (0.5 - 1 Гс) в пределах погрешности.
- (е) было определено магнитное наклонение с относительной погрешностью 7%. Полученное значение отличается от теоретического на 13%