T12 $x = \xi_1\left(1+\frac{t}{\tau}\right),\ y = \xi_2\left(1+\frac{t^2}{\tau^2}\right)^{-1},\ z = \xi_3$

$$\begin{cases} V_x = \dfrac{\partial x}{\partial t} = \dfrac{\xi_1}{\tau} \\ V_y = -2\xi_2\left(1+\dfrac{t^2}{\tau^2}\right)^{-2}\dfrac{t}{\tau^2} \\ V_z = \dfrac{\partial z}{\partial t} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_x = \dfrac{\partial V_x}{\partial t} = 0 \\ a_y = \dfrac{\partial V_y}{\partial t} = -\dfrac{2\xi_2}{\tau^2}\left(1+\dfrac{t^2}{\tau^2}\right)^{-2}\left(1-\dfrac{4t^2}{\tau^2}\left(1+\dfrac{t^2}{\tau^2}\right)\right) \\ a_z = \dfrac{\partial V_z}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

$$\operatorname{rot}\bar{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$ поле скоростей — чистая деформация

$\bar{V} = 0 \Rightarrow \xi_1 = 0,\ \xi_2 = 0,\ \xi_3$ – произвольная

$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 = \xi_3^2$

T13 На стержень действует только сила тяжести $\Rightarrow$ все компоненты тензора напряжений кроме σ_{zz} нулевые. S – площадь поперечного сечения цилиндра

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho g \Rightarrow \sigma_{zz} = \rho g z + C$$

при $z = 0$

$$\sigma_{zz} = \frac{-\rho g l S}{S} = -\rho g l$$

$\Rightarrow C = -\rho g l$

$\sigma_{zz} = -\rho g(l-z)$ => тензор напряжений

$$p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho g(l-z) \end{pmatrix}$$

Выразим компоненты тензора деформаций через компоненты тензора напряжений

$$u_{ij} = \frac{1}{E}\left((1+\mu)p_{ij} - \mu p_{kk}\delta_{ij}\right) \qquad k = \overline{1,3}$$

$$u_{xx} = \frac{1}{E}\left(p_{xx} - \mu(p_{yy} + p_{zz})\right) = \frac{\mu\rho g(l-z)}{E}$$

$u_{yy} = u_{xx}$

$u_{xy} = u_{yz} = u_{zx} = 0$

$$u_{zz} = \frac{-\rho g(l-z)}{E}$$

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\mu\rho g(l-z)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu\rho g(l-z)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\rho g(l-z)}{E} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{\rho g(l-z)}{E}\begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$