# PRML 2 章練習問題解答

Taka007

最終更新日：2024 年 1 月 18 日

## 目次

## 2-1

[1] ベルヌーイ分布は正規化されている。つまり下記が成立することを示す。

$$\sum_{n=0}^{1} p(x|\mu) = 1$$

ベルヌーイ分布は $Ber(x|\mu) = \mu^x(1-\mu)^{1-x}$ となる。
$\sum_{n=0}^{1} Ber(x|\mu) = Ber(0|\mu) + Ber(1|\mu) = \mu^0(1-\mu)^{1-0} + \mu^1(1-\mu)^{1-1} = 1 \times (1-\mu) + \mu \times 1$
$= 1 - \mu + \mu = \underline{1}$
上記より、

$$\sum_{n=0}^{1} Ber(x|\mu) = 1$$

が成立するので、ベルヌーイ分布は正規化されている。

[2] $E[x] = \mu$ であることを示す。
$E[x] = 0 \times Ber(0|\mu) + 1 \times Ber(1|\mu) = 0 \times (1-\mu) + 1 \times \mu = \underline{\mu}$

[3] $V[x] = \mu(1-\mu)$ であることを示す。

$$V[x] = E[x^2] - E[x]^2$$

ここで、$E[x^2] = 0^2 \times Ber(0|\mu) + 1^2 \times Ber(1|\mu) = 0 \times (1-\mu) + 1 \times \mu = \underline{\mu}$
よって、$V[x] = \mu - \mu^2 = \underline{\mu(1-\mu)}$

[4] エントロピー $H[x]$が $-\mu \log_e \mu - (1-\mu)\log_e \mu(1-\mu)$ であることを示す。

エントロピーは下記のように定義される。(P.50)

$$H[p] = -\sum_i p(x_i) \log_e p(x_i)$$

$H[x] = -\sum_i Ber(x_i|\mu) \log_e Ber(x_i|\mu) = -\sum_i \mu_i^x (1-\mu)^{1-x_i} \log_e \mu_i^x (1-\mu)^{1-x_i}$

## 2-12

一様分布は下記のように定義される。

$$U(x|a,b) = \frac{1}{b-a} \quad (a \le x \le b)$$

## 2-26

> 下記の $Woodbury$ 行列反転公式を証明せよ。
>
> $$(A+BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1}+DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

$A, B, C, D$ は行列とする。
$(A+BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1}+DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$ を示す。
右辺に $(A+BCD)$ を右から掛ける。
$(A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1}+DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1})(A+BCD) =$

## 参考文献


[1] Bishop, C. M. (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. Springer.