

デルタ関数と階段関数

以下のような関数を考える：

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (1)$$

この関数を **階段関数 (Heaviside 関数)** という。

(b) $\theta'(x)$ の積分値

階段関数の微分 $\theta'(x) = \frac{d\theta}{dx}$ が

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta'(x) dx = 1 \quad (2)$$

となることを示せ。

(b) $\delta(x)$ と関数への作用

ε を正の定数としたとき、

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(x) \theta'(x) dx = f(0) \quad (3)$$

となることを示せ。