

西安交通大学本科生课程考试试题标准答案与评分标准

课程名称： 算法设计与分析 课时： 56 考试时间： 2020 年 12 月 4 日

一、判断题（共 20 分，每题 2 分）

- (1) × (2) × (3) √ (4) √ (5) √ (6) √ (7) × (8) √ (9) × (10) ×

二、填空题（共 12 分，每题 2 分）

- (1) B (2) B (3) A (4) A (5) D (6) D

三、简答（共 12 分，每题 4 分）

- (1) 算法在执行过程中所需的计算资源的量称为算法的复杂性，可以表示为问题规模的一个函数 $f(n)$ ；当 n 趋向于无穷大时， $f(n)$ 渐进于函数 $g(n)$ ，此时 $g(n)$ 称为算法的渐进复杂性。
- (2) 检测约束条件的函数称为约束函数，在回溯法中用来减去不满足约束条件的节点；界限函数是计算当前节点能够获得的最优的界限，用于减去不可能获得最优解的分支。
- (3) 最优子结构：当一个问题的最优解包含其子问题的最优解时，称此问题具有最优子结构。如有向图中两点之间的最短路径问题。

四、解答题（共 40 分）

1、(10 分)

- (1) (5 分) 调用 $F(0)$: $F(n-2)$ 次；调用 $F(1)$: $F(n-1)$ 次；
(2) (5 分) 时间复杂度: $\Theta(2F(n)+1)$, 即 $\Theta(F(n))$ 。

2、(共 14 分)

(1) (3 分) $n(n+1)/2, Q(n^2)$

(2) (5 分) 将数组从中间分成两部分，分别求出两部分的最大值 $max1$ 和 $max2$ ；

对于前半部分，从后往前依次相乘，并记录最大值 $M1$ 和最小值 $m1$ ；

对后前半部分，从前往后依次相乘，并记录最大值 $M2$ 和最小值 $m2$ ；

令 $M = \max\{M1*M2, M1*m2, m1*M1, m1*M2\}$

返回 $\max\{Max1, Max2, M\}$ ；

时间复杂度 $O(n \log n)$

(3) (6 分) $M(k) = \max\{A[k], A[k]*M(k), A[k]*m(k)\}$, 边界条件 $M(1) = A[1]$;

$m(k) = \min\{A[k], A[k]*M(k), A[k]*m(k)\}$, 边界条件 $m(1) = A[1]$;

求解思想：递推求解 $M[1..n]$ 和 $m[1..n]$ ，从 $M[1..n]$ 中找出最大元素。

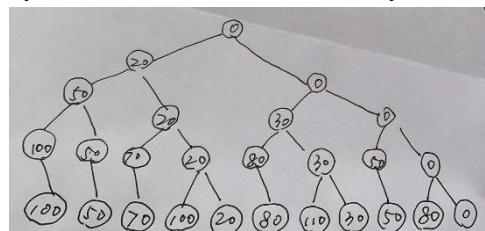
时间复杂度 $O(n)$;

3、(共 8 分)

- (1) (4 分) 解向量定义为 (y_1, y_2, \dots, y_n) ； $y_i=1$ 表示第 i 个集装箱装船， $y_i=0$ 表示第 i 个集装箱不装船；

显约束: $y_i \in \{0, 1\}$ ，隐约约束: $\sum y_i * w_i \leq c$

- (2) (4 分)



4、(共 8 分)

由顶点覆盖问题的实例 $\langle G, k \rangle$ 构造集合覆盖的实例 $\langle X, F \rangle$ 。

设 $G=(V,E)$, 其中 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$

构造 $X = E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $F = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, 其中 c_i 为与顶点 v_i 相关联的边的集合。

那么 G 中存在大小为 k 的顶点覆盖, 当且仅当 $\langle X, F \rangle$ 中存在大小为 k 的集合覆盖。

构造过程仅需多项式时间。

五、算法设计

(1) (8 分) 贪心选择策略: 选择第一个区间放入解集中, 记为当前已选区间; 接下来在剩余区间里选择一个与当前已选区间重叠但右边界最大的区间 (若无重叠区间, 则选择剩余区间的第一个), 并从中去掉该区间前面的所有区间。

用反证法其最优性。

(2) (8 分)

```
void cover(int l[], int h[], int n, int x[])
{
    int i, k, lmax;
    if (n<=0) return;
    for (i=0;i<n;i++) x[i]=0;
    i=0; lmax=l[i];
    while (i<n){
        k=i;
        while (i<n && l[i]<=lmax){
            if (h[i]>h[k] ) k=i;
            i++;
        }
        if (h[k]>lmax){
            x[k]=1;
            lmax=h[k];
        }
    }
    return;
}
```

时间复杂度: $\Theta(n)$