

2-1

$n=1$ 或 $n=2$ 时递归算法和非递归算法产生相同移动序列

设 $k \leq n-1$ 时, 2种算法产生完全相同的移动序列

将移动分为顺时针 C, 逆时针 CC, 非最小圆盘塔左间

移动 O

n 为奇数时, 顺时针非递归算法移动序列为 C, O, C, O, ..., C:

逆时针非递归算法产生移动序列为 CC, O, CC, O, ..., CC

n 为偶数时, 顺时针非递归算法序列为 CC, O, CC, O, ..., CC,

逆时针非递归算法产生移动序列为 C, O, C, O, ..., C

(1) n 为奇数时, 顺时针递归算法移动序列:

$\text{hanoi}(n-1, A, C, B)$ 的移动序列, O, $\text{hanoi}(n-1, C, B, A)$ 序列

可以知道二者为偶数圆盘逆时针移动问题。

由数学归纳法知, 移动序列为 C, O, C, O, ..., C. 因此,

$\text{hanoi}(n, A, B, C)$ 产生的移动序列为 C, O, C, O, ..., C

(2) n 为偶数时, 顺时针递归算法移动序列:

$\text{hanoi}^{n-1}(A, C, B)$ 序列, O, $\text{hanoi}^{n-1}(C, B, A)$ 序列

同为奇数圆盘逆时针移动问题。

由数学归纳法, 序列为 CC, O, CC, O, ..., CC

因此 $\text{hanoi}(n, A, B, C)$ 产生序列为 CC, O, CC, O, ..., CC

n 为奇数和偶数的逆时针递归算法也类似。

故递归算法和非递归算法产生相同序列

2-7

由 $p_{n_1} = p_{n_2} = \dots = p_{n_d} = 0$

最 $p(x)$ 为最高次项系数为 1 的 d 次多项式

$$(x - n_1)(x - n_2) \dots (x - n_d) = p(x) = \prod_{i=1}^d (x - n_i)$$

$$\text{从而 } p(x) = \prod_{i=1}^{\lfloor \frac{d}{2} \rfloor} (x - n_i) \cdot \prod_{i=\lfloor \frac{d}{2} \rfloor + 1}^d (x - n_i) = p_1(x) \cdot p_2(x)$$

$$\text{因此 } T(n)^d = \begin{cases} O(1), & d=1 \\ 2T(\frac{d}{2}) + O(d \log d), & d>1 \end{cases}$$

$$\text{解之得: } T(d) = O(d \log^2 d)$$

2-8

使用二分查找方法

由于 n 个整数各不相同, 故 $\forall i$ 有 $T[i] \leq T[i+1] - 1$

对 $1 < i \leq n-1$, 当 $T[i] < i$ 时, 对 $1 \leq j < n$ 有

$$T[j] \geq T[i] + j - i > i + j - i = j$$

对 $1 < i \leq n$, 当 $T[i] < i$ 时, 对 $1 \leq j < i$ 有

$$T[j] \leq T[i] - i + j = j$$

故可用二分搜索算法在 $O(\log n)$ 时间内找到下标