

2-1

$n=1$ 或 $n=2$ 时递归算法和非递归算法产生相同移动序列

设 $k \leq n-1$ 时, 2 种算法产生完全相同的移动序列

将移动分为顺时针 C, 逆时针 CC, 非最小圆盘塔之间

移动 O

n 为奇数时, 顺时针非递归算法移动序列为 C, O, C, O... C

逆时针非递归算法产生移动序列为 CC, O, CC, O... CC

n 为偶数时, 顺时针非递归算法序列为 CC, O, CC, O... CC

逆时针非递归算法产生移动序列为 C, O, C, O... C

(1) n 为奇数时, 顺时针递归算法移动序列:

hanoi($n-1, A, C, B$) 的移动序列, O, hanoi($n-1, C, B, A$) 序列

可以知道二者为偶数圆盘逆时针移动问题.

由数学归纳法知, 移动序列为 C, O, C, O... C. 因此,

hanoi(n, A, B, C) 产生的移动序列为 C, O, C, O... C

(2) n 为偶数时, 顺时针递归算法移动序列:

hanoi(n, A, C, B) 序列, O, hanoi($n-1, C, B, A$) 序列

同为奇数圆盘逆时针移动问题.

由数学归纳法, 序列为 CC, O, CC, O... CC

因此 hanoi(n, A, B, C) 产生序列为 CC, O, CC, O... CC

n 为奇数和偶数的逆时针递归算法也类似.

故递归算法和非递归算法产生相同序列

2-7

由 $p(n_1) = p(n_2) = \dots = p(n_d) = 0$

且 $p(x)$ 为最高次项系数为 1 的 d 次多项式

有 $(x - n_1)(x - n_2) \dots (x - n_d) = p(x) = \prod_{i=1}^d (x - n_i)$

从而 $p(x) = \prod_{i=1}^{\lfloor \frac{d}{2} \rfloor} (x - n_i) \cdot \prod_{i=\lfloor \frac{d}{2} \rfloor + 1}^d (x - n_i) = p_1(x) \cdot p_2(x)$

因此 $T(n) = \begin{cases} O(1), & d = 1 \\ 2T(\frac{d}{2}) + O(d \log d), & d > 1 \end{cases}$

解之得: $T(d) = O(d \log^2 d)$

2-8

使用二分查找方法

由于 n 个整数各不相同, 故对 i 有 $T[i] \leq T[i+1] - 1$

对 $1 \leq i \leq n-1$, 当 $T[i] < i$ 时, 对 $1 \leq j \leq n$ 有

$$T[j] \geq T[i] + j - i > i + j - i = j$$

对 $1 \leq i \leq n$, 当 $T[i] < i$ 时, 对 $1 \leq j \leq i$ 有

$$T[j] \leq T[i] - i + j = j$$

故可用二分搜索算法在 $O(\log n)$ 时间内找到下标