

1 実験の目的

線形回路 (RC, RL, RLC 回路) の過渡現象に関して、各回路における電圧・電流の振る舞いとその特徴を表す回路定数 (時定数, オーバーシュート量) について座学での学習内容を確認し、実験を通じた測定と考察によって線形回路に対する一層の理解を深める。

2 実験の理論または原理

2.1 RC 回路

抵抗 R とキャパシタンス C から構成される RC 回路である。この回路において、 C の初期電荷量が 0 の状態で、 $t = 0$ でスイッチ S が閉じられたとすると、KVL より (1) 式が成り立つ。さらに、(1) 式を解くと抵抗 R の電圧 $v_R(t)$ 、キャパシタンス C の電圧 $v_C(t)$ が (2), (3) 式のように求まり、それぞれ図 2, 3 のように変化する。

$$E = Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad (1)$$

$$v_R(t) = Ri(t) = Ee^{-\frac{t}{T}} \quad (2)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = E(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3)$$

ここで、時定数 $T = RC$ である。

2.2 RL 回路

RL 回路は、抵抗 R とインダクタンス L から構成されています。この回路で $t = 0$ でスイッチ S が閉じられるとすると、KVL により次の式 (4) が成立します。さらに、式 (4) を解くことで、抵抗 R の電圧 $v_R(t)$ とインダクタンス L の電圧 $v_L(t)$ は、式 (5)、(6) のように求められます。

$$E = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (4)$$

$$V_R(t) = Ri(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (5)$$

$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = Ee^{-\frac{t}{T}} \quad (6)$$

ここで、時定数 $T = \frac{L}{R}$ である。

2.3 RC 回路および RL 回路の時定数

一般的に RC 回路および RL 回路の過渡現象では、電圧または電流は、(7) または (8) 式のどちらかの形で表される。ここで、 T は時定数である。

$$\text{電圧}(t) \text{ または電流}(t) = \text{定常値} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (7)$$

$$\text{電圧}(t) \text{ または電流}(t) = \text{初期値} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (8)$$

(7) または (8) 式の形と、初期値、定常値、回路の種別において対応する電圧の形状、 $t = T$ における値の関係は表 1 のようになる。

表 1 (7), (8) 式における初期値と最終値電圧

式の形	初期値	定常値	RC 回路	RL 回路	$t = T$ における値
(7) 式	$= 0$	$\neq 0$	$v_C(t)$	$v_R(t)$	定常値の 63.2%
(8) 式	$\neq 0$	$= 0$	$v_R(t)$	$v_L(t)$	初期値の 36.8%

注 $0.368 = 1.0 - 0.632$

さらに、(7), (8) 式をより一般的化すると (9) 式で表され、(7) 式は初期値が 0 の場合、(8) 式は定常値が 0 の場合と解釈できる。

$$\text{電圧}(t) \text{ または電流}(t) = \text{初期値} + (\text{変化分}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$= \text{初期値} + (\text{定常値} - \text{初期値}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (9)$$

2.4 RLC 回路とオーバーシュート

図 7 は、抵抗 R 、インダクタンス L およびキャパシタンス C から構成される RLC 回路である。この回路において、 $t = 0$ での C の初期電荷量が 0 の状態でスイッチ S が閉じられたとすると、KVL より (10) 式が成り立つ。

$$E = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad (1)$$

図 8 は、(10) 式の解 $i(t)$ から求まる C の電圧 $v_c(t)$ をグラフ化したものであり、その応答波形は R 、 L 、 C の値によって大きく異なる。ここで、 ζ (ゼータ) を式 (11) で表される減衰係数と定義すると、その値の大きさによって、過制動 ($\zeta > 1$)、臨界制動 ($\zeta = 1$)、振動制動 ($\zeta < 1$) の 3 つの振る舞いが見られることが知られている。

振動制動 ($\zeta < 1$) の条件では、 $v_c(t)$ が E を行き過ぎるオーバーシュートが発生する。減衰係数 ζ とオーバーシュート量 O_s との関係は、式 (12) で表される。

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2)$$

$$O_s = \frac{v_c(\max) - v_c(\infty)}{v_c(\infty)} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (3)$$

一方、 ω_n は固有角周波数であり、式 (13) で表される。

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4)$$

3 実験の作業順序

3.1 実験 1 RC 回路

(a) 図 1 の RC 回路において、抵抗 R の値として表 2 の A, B, C のそれぞれを選んだ場合について、キャパシタンス C を 0.1~1.0 F (B の場合のみ 1~10 F) まで変化させたときの時定数 T を計算し、キャパシタンス C に対する時定数 T の理論曲線のグラフを作成する (A と C の場合を 1 枚、B の場合を 1 枚の合計 2 枚のグラフとする)。ただし、計算及びグラフに用いる抵抗値は、FG の内部抵抗 600Ω を考慮し RC 回路の R に 600Ω を加えたものを使用すること (以下、実験 2, 実験 3 においても同様)。

表1 RC 回路の設定値

	抵抗 R (k Ω)	キャパシタンス C (F)
A	10	0.1-1.0
B	4.7	1-10
C	3.3	0.1-1.0

3.2 実験 2 RL 回路

(a) 図 4 の RL 回路において、インダクタンス L の値として表 3 の A, B, C のそれぞれを選んだ場合について、抵抗 R を 100Ω ~ $3k\Omega$ まで変化させたときの時定数 T を計算し、抵抗 R に対する時定数 T の理論曲線のグラフを作成する (A, B, C の 3 つの場合をあわせて 1 枚のグラフとする)。

3.3 実験 3 RLC 回路

(a) 図 7 に示した RLC 回路において、表 4 のインダクタンス L の値を用い、指定された振動角周波数 ω_n が得られるキャパシタンス C の理論値を計算する。理論値は、A, B, C のすべてのインダクタンス値の場合について求める。

表2 RL 回路の設定値

	インダクタンス L (mH)
A	5
B	10
C	20

(b) A, B, C のすべてのインダクタンス値の場合において、オーバーシュート量 O_s が 0 となる抵抗 R_0 の値を計算で求める。

(c) 抵抗 R を 0Ω (RLC 回路全体の抵抗値は FG の内部抵抗 600Ω のみ) から上で求めた R_0 まで変化させた場合の O_s を計算し、抵抗 R に対するオーバーシュート量 O_s の理論曲線のグラフを作成する (A, B, C の 3 つの場合をあわせて 1 枚のグラフとする)。

表3 RLC 回路

	L(mH)	振動角周波数 ω_n (rad/s)
A	10	1×10^5
B	10	3×10^5
C	50	3×10^4

4 実験の結果

4.0.1 RC 回路

計算された時定数 ●●●
測定された時定数 □□□

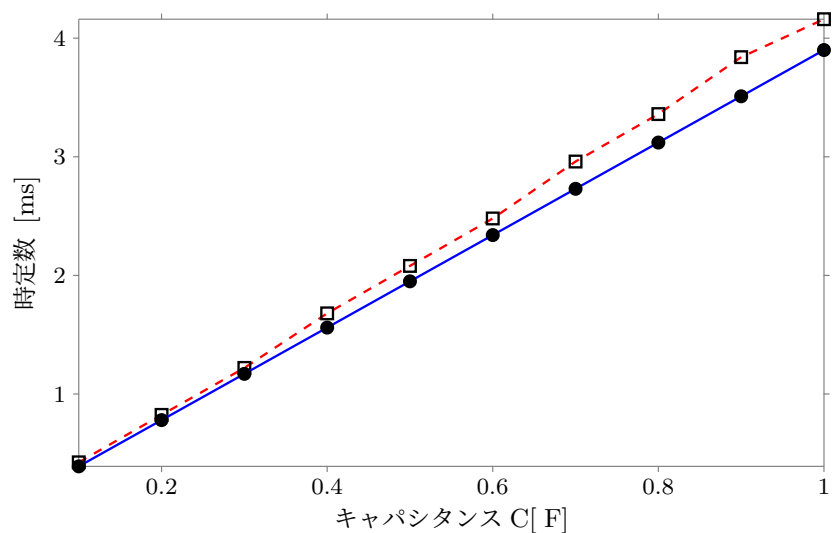


図1 キャパシタンスと時定数の関係

4.0.2 RL 回路

計算された時定数 ●—●
測定された時定数 □—□

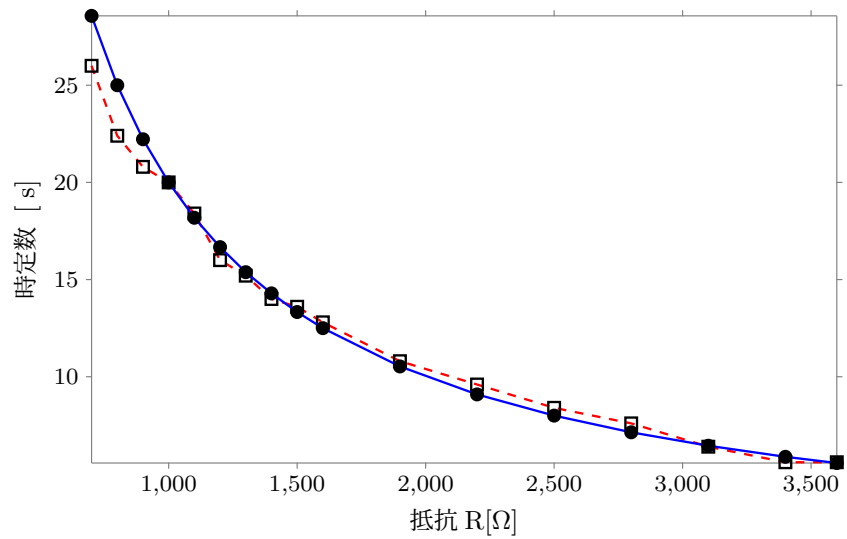


図2 抵抗と時定数の関係

抵抗とオーバーシュートの関係

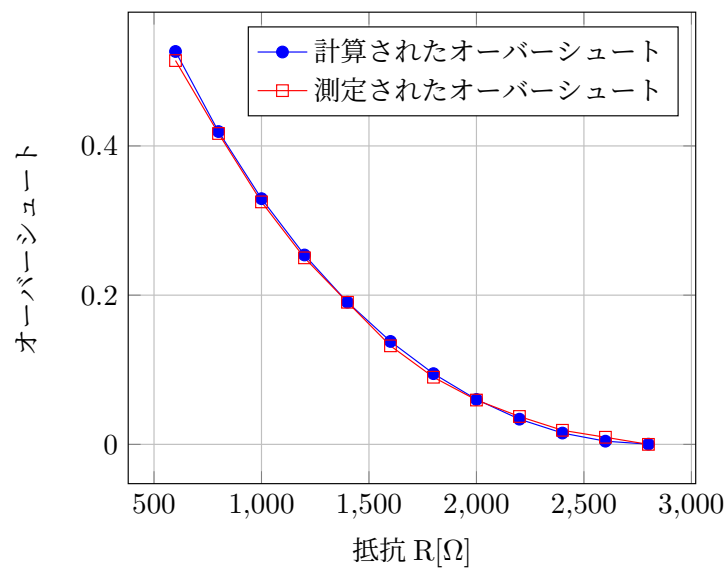


図3 抵抗 R とオーバーシュートの関係

5 実験の考察およびまとめ

5.1 RC 回路の考察

RC 回路実験では、キャパシタンス C の変化に伴う時定数 T の測定と理論的な計算を行いました。図 1 から明らかなように、実験結果と理論曲線は非常に近い一致を示しています。この一致は、

実験が理論的な予測に従っていることを示しています。

実験結果では、キャパシタンス C が増加するにつれて時定数 T も増加していることが確認できました。この現象は、キャパシタンスが時間定数に大きな影響を与えることを示唆しています。実用的な観点から見ると、RC 回路の応答速度を調整するためには、適切なキャパシタンス値を選択することが重要であることが示唆されます。また、内部抵抗を考慮に入れた実験結果が、理論的な計算と一致していることも重要なポイントです。

5.2 RL 回路の考察

RL 回路実験では、抵抗 R の変化に伴う時定数 T の測定と理論的な計算を行いました。図 2 からわかるように、実験結果と理論曲線は非常に近い一致を示しています。この一致は、実験が理論的な予測に従っていることを強調しています。

抵抗 R が増加すると、時定数 T も増加します。これは、RL 回路の特性において、抵抗 R が時間定数に影響を与えることを示しています。RL 回路は信号フィルタやタイムコンスタント制御などのアプリケーションで使用され、特定の応答速度を達成するために抵抗値の調整が重要です。また、内部抵抗を考慮に入れた実験結果が理論と整合していることも重要です。

5.3 RLC 回路の考察

RLC 回路実験では、振動角周波数 ω 、インダクタンス L 、キャパシタンス C 、抵抗 R に関する詳細な考察が行われました。まず、振動角周波数 ω は、インダクタンス L とキャパシタンス C に依存し、理論的な計算と実験結果が一致しています。これは、RLC 回路の振動特性が L と C の物理的な特性に大きく依存することを示しています。

さらに、オーバーシュートについても詳細に考察しました。抵抗 R の変化に伴うオーバーシュート量の実験結果と理論曲線は図 4 に示されており、一致しています。オーバーシュートが抵抗 R に依存することから、特定の抵抗値でオーバーシュートが最小になる臨界制動が存在することが確認されました。

これらの詳細な考察結果から、実験において理論と実際の結果が一致し、線形回路の特性やパラメータについての理解が深まったことが示されています。特に、回路設計や制御系設計において、時定数、振動角周波数、オーバーシュートなどのパラメータ調整が重要であることが強調されます。