ディジタルメディア処理

担当: 井尻 敬

フィルタ処理2：非線形フィルタ，ハーフトーニング

達成目標
- 非線形フィルタ処理（エッジ保存平滑化フィルタ）の計算法と効果を説明できる
- ハーフトーン処理の計算法と効果を説明できる

Contents
- 線形フィルタの復習
- Convolution (畳み込み)
- 非線形フィルタ
- ハーフトーニング

線形フィルタの復習

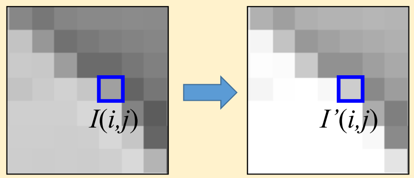
復習

空間フィルタとは

- 空間フィルタとは周囲の情報を利用して画素値を決めるフィルタ
- 空間フィルタは、線形フィルタと非線形フィルタに分けられる

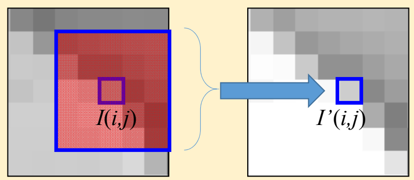
トーンカーブ :
出力画素 $I'(i,j)$ を求めるのに
入力画素 $I(i,j)$のみを利用

入力画像 : $I(i,j)$　　出力画像 : $I'(i,j)$



空間フィルタ:
出力画素 $I'(i,j)$ を求めるのに
入力画素 $I(i,j)$の周囲画素も利用

入力画像 : $I(i,j)$　　出力画像 : $I'(i,j)$

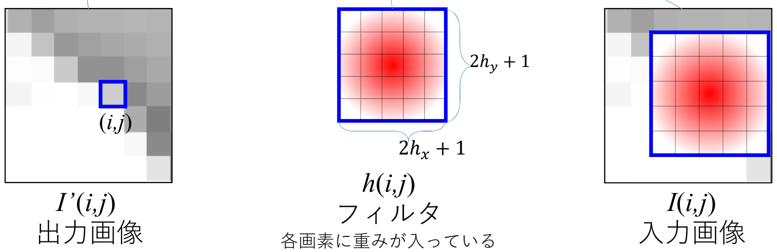


復習

線形フィルタとは

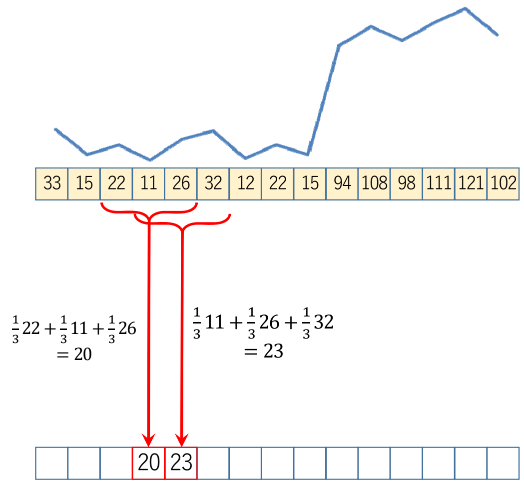
出力画素値を，入力画像の周囲画素の重み付和で計算する

$$I'(i,j) = \sum_{m=-h_y}^{h_y} \sum_{n=-h_x}^{h_x} h(m,n)\ I(i+m, j+n)$$



復習

線形フィルタの例 1D



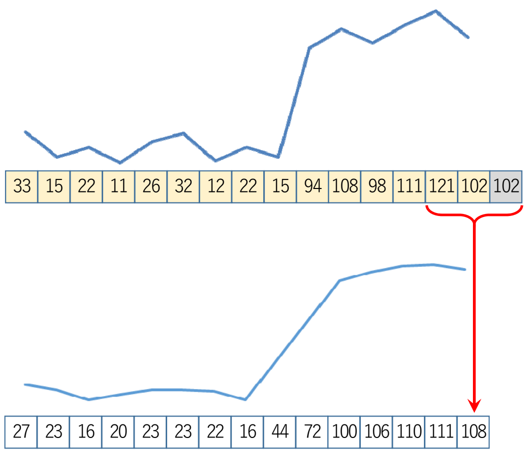
平滑化したい!

1/3	1/3	1/3

周囲３ピクセル
の平均を取る

復習

線形フィルタの例 1D



平滑化したい!

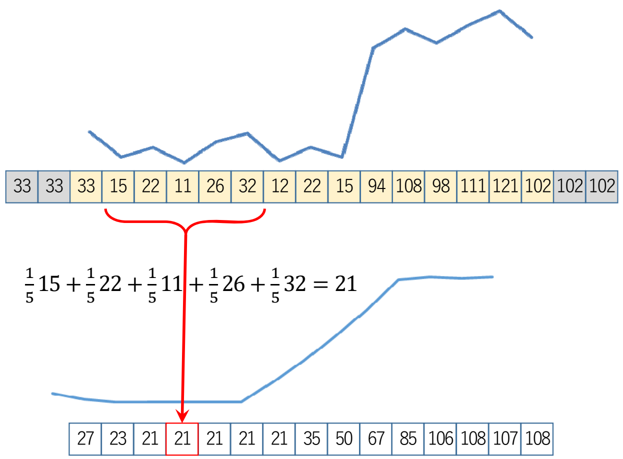
1/3	1/3	1/3

周囲３ピクセル
の平均を取る

※端ははみ出すので値をコピー（ほかの方法もある）

復習

線形フィルタの例 1D



もっと
平滑化したい!

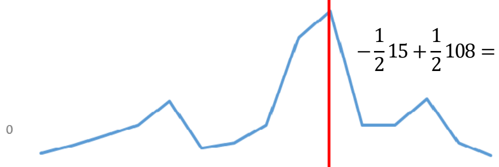
1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

周囲5ピクセル
の平均を取る

復習

線形フィルタの例 1D

33	33	33	15	22	11	26	32	12	22	15	94	108	98	111	121	102	102	102



$$-\frac{1}{2}15+\frac{1}{2}108=46.5$$

-9	-6	-2	2	11	-7	-5	2	36	47	2	2	12	-5	-10

※端ははみ出すので値をコピー（ほかの方法もある）

エッジ
（変化の大きい部分）
を検出したい

-0.5	**0**	**0.5**

右と左のピクセルの
差をとる

復習

線形フィルタ：平滑化

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25



復習

線形フィルタ：ガウシアンフィルタ

係数をガウス分布に近づけ
中央ほど強い重みに

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

$\frac{1}{256}$

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1



復習

線形フィルタ :エッジ検出（**微分**）

- 前述の単純なフィルタはノイズにも鋭敏に反応する
- ノイズを押さえつつエッジを検出するフィルタが必要

横方向微分　：　横方向微分　し　縦方向平滑化　する
縦方向微分　：　縦方向微分　し　横方向平滑化　する

Prewitt filter

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Sobel filter

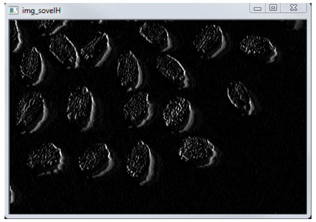
-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

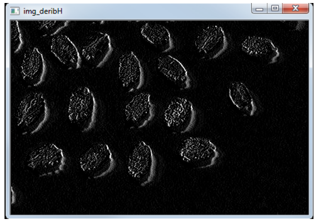
-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

0	0	0
-4	0	4
0	0	0

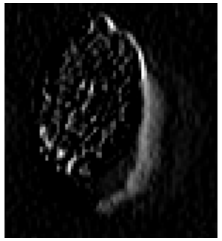
元画像



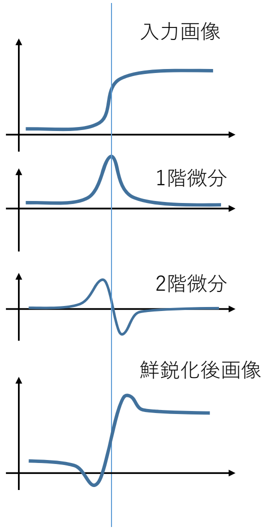


微分フィルタの正値を可視化

Sobelフィルタではノイズが
削減されているのが分かる



線形フィルタ：鮮鋭化フィルタ



2回微分に関するラプラシアンフィルタを改良すると
画像のエッジを強調する鮮鋭化フィルタが設計できる

	?	

Convolution(畳み込み)

Convolution(畳み込み)とは

二つの関数 $f(x)$ $g(x)$ を重ね合わせる演算で以下の通り定義される

連続関数

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)dt$$

離散関数

$$(f * g)(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)g(n-k)$$

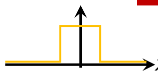
$f(t)$ を固定し，$g(t)$ を平行移動しながら$f(t)$に掛けあわせ，得られた関数を積分するとみてもよいかも

予習･復習

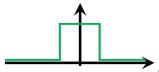
練習問題：
2つの関数f gの畳み込みを求めよ

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)dt$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$



$$g(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

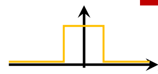


予習･復習

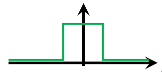
練習問題：
2つの関数f gの畳み込みを求めよ

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)dt$$

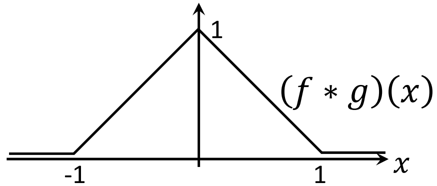
$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

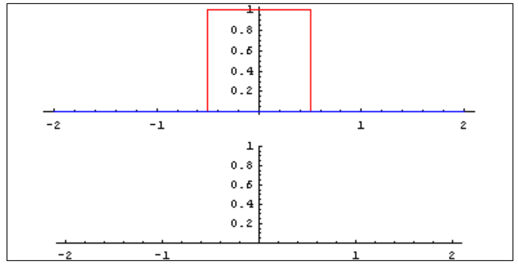


$$g(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$



$$(f * g)(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$





By Lautaro Carmona [CC-BY-SA] from wikipedia

$f(t)$ を固定し，$g(t)$ を平行移動しながら$f(t)$に掛けて，得られた関数を積分している

非線形フィルタ

準備：平均と分散

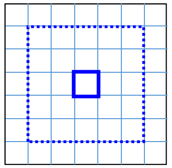
実数値の集合 $\{x_i | i = 1, \dots, N\}$ が与えられたとき、

その平均は $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$，分散は$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$ で与えられる

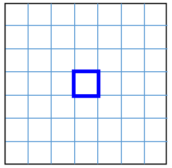
1. 以下の集合の平均と分散を求めよ
   {3,0,3,5,4,3,5,1}

2. 以下の集合AとBどちらが分散が大きい
   A: {3,4,3,4,3,2,2}，　B: {3,5,3,5,3,1,1}

エッジ保存平滑化フィルタ



入力画像

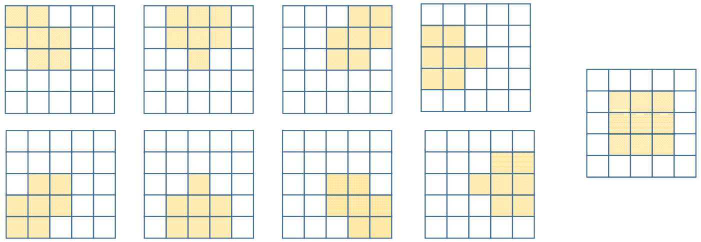


出力画像

平滑化フィルタでは，
画素(i, j)を計算するため周囲の
画素の平均を計算した

1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25

エッジ保存平滑化フィルタでは、以下9種の領域を考え，
一番分散の小さな領域の平均値を、その画素の値とする



入力画像

平滑化フィルタ

エッジ保存平滑化フィルタ

中央値フィルタ(Median filter)

- 中央値 (median)とは…

数値の集合の代表値
数値の小さい順に並べ、ちょうど中央に位置する値

入力：6, 2, 1, 5, 3, 12, 1000

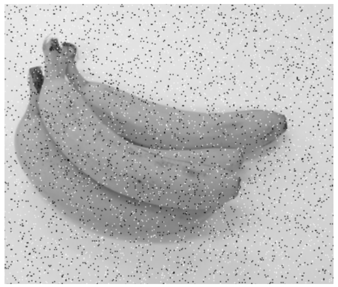
平均：1/7 x (6+2+1+5+3+12+1000) = 147

中央値： 1, 2, 3, 5, 6, 12, 1000 → 5

中央値と平均値は，用途によって使い分ける
→ 年収など、外れ値の影響が大きい対象には中央値を

中央値フィルタ(Median filter)

ImageJ
Process>Filters>Gaussian Blur
Process>Filters>median



Salt &pepper noise image

Gaussian filter

Median filter

+ 画素(i,j)を中心とする 幅hの窓内の中央値を新しい画素値とする
+ 外れ値（スパイクノイズ）を除去出来る
+ 特徴(エッジ)をある程度保存する

バイラテラルフィルタ

画像中の領域境界(強いエッジ)をまたがずに平滑化

単純な平滑化　**元画像**　**特徴保存平滑化**

(Gaussian filter)　(bilateral filter)

写真は Shin Yoshizawa 氏により提供されたもの

バイラテラルフィルタ

ImageJ
Plug in>Process > Bilateral Filters

Original image

Bi-Lateral Filer
Spatial radi:3
Range radi:50

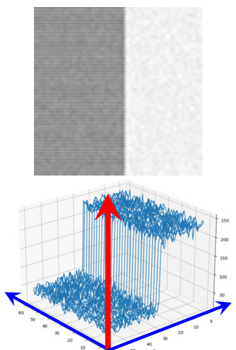
Bi-Lateral Filer
Spatial radi:5
Range radi:80

ブラー効果により顔の"あら"が消える
輪郭が保持されるのでフィルターをかけたことに気づきにくい
あまり強くかけすぎると不自然な画像になる

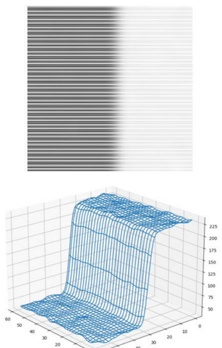
バイラテラルフィルタ

画像は [CG-Arts協会 ディジタル画像処理 図5.37]を参考に井尻が再作成したもの

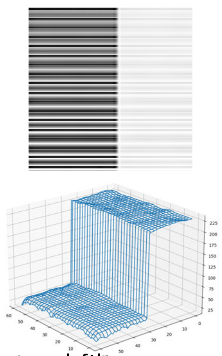
最も有名な特徴保存フィルタの１つ
空間的距離だけでなく、画素値の差を利用して重み計算



Bilateral空間
入力画像　+ 位置空間
+ 値空間



Gaussian filter
位置空間の距離で重み付け
(遠いほど重みを小さく)



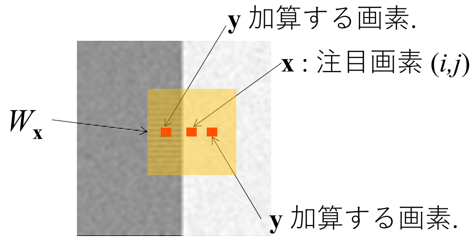
Bilateral filter
Bilateral空間の距離で重み付け
(遠いほど重みを小さく)

バイラテラルフィルタ(1/3)

入力画像 I を 出力画像 I_{new} に変換する
注目画素 $\mathbf{x}$ について 関数 h により近傍画素 $\mathbf{y}$ の重み付き平均を取る

$$I_{new}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})\, I(\mathbf{y})}{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})}$$

$\mathbf{x}$ ：注目画素位置
$W_{\mathbf{x}}$: $\mathbf{x}$を中心とする局所窓
$\mathbf{y}$ ：局所窓内の画素位置

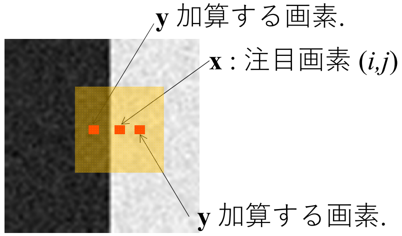


$h(\mathbf{x},\mathbf{y})$: 重み関数
$\mathbf{x}$と$\mathbf{y}$ の関係を利用し重みを計算

バイラテラルフィルタ(2/3)

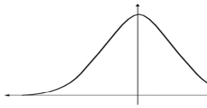
$$I_{new}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})\, I(\mathbf{y})}{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})}$$

$\mathbf{x}$ ：注目画素位置
$W_{\mathbf{x}}$: $\mathbf{x}$を中心とする局所窓
$\mathbf{y}$ ：局所窓内の画素位置



重みを下記の通り定義すると、、、

$$h(\mathbf{x},\mathbf{y}) = G_s(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$



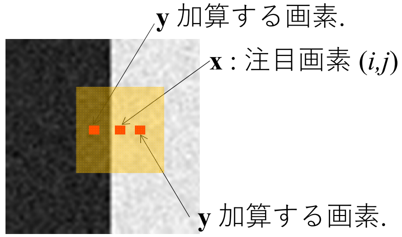
注目画素xから遠いほど重みが小さくなる
この重みはGaussian Filterとなる

バイラテラルフィルタ(3/3)

G_s/G_hは標準偏差s/hのガウス関数

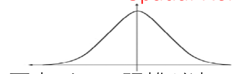
$$I_{new}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})\, I(\mathbf{y})}{\sum_{\mathbf{y}\in W_{\mathbf{x}}} h(\mathbf{x},\mathbf{y})}$$

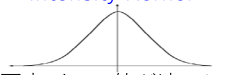
$\mathbf{x}$ ：注目画素位置
$W_{\mathbf{x}}$: $\mathbf{x}$を中心とする局所窓
$\mathbf{y}$ ：局所窓内の画素位置



Bilateral filterdでは以下の重みを利用する

$$h(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{G_s(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}_{\text{Spatial Kernel}} \cdot \underbrace{G_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|)}_{\text{Intensity Kernel}}$$





→ 距離が近く、似た値を持つ画素に強い重みを付与
→ 画素ごとに重み係数が変化するので線形フィルタでない

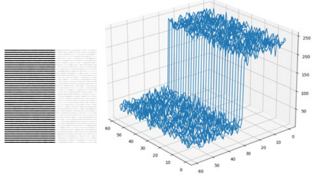
バイラテラルフィルタ（パラメタ）

$$h(\mathbf{x},\mathbf{y}) = G_s(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) \cdot G_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|)$$

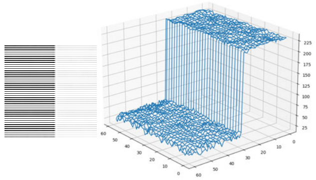
パラメータh: 平滑化したい領域の輝度値の標準偏差の 0.5-2.0倍程度をよく用いる
複数回適用すると良い結果が出やすい
カラー画像はチャンネル毎でなく、以下を用いて同じ重みを利用するとよい

$$|\mathrm{I}(\mathbf{x}) - \mathrm{I}(\mathbf{y})| = \left\| \begin{pmatrix} R(\mathbf{x}) - R(\mathbf{y}) \\ G(\mathbf{x}) - G(\mathbf{y}) \\ B(\mathbf{x}) - B(\mathbf{y}) \end{pmatrix} \right\|$$

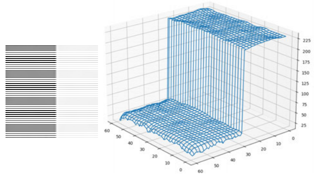
入力データ



Bilateral filter 1回



Bilateral filter 2回



まとめ：空間フィルタ（非線形）

- エッジ保存効果のあるフィルタを紹介した
  - エッジ保存平滑化
  - メディアンフィルタ
  - バイラテラルフィルタ
- 線形フィルタと比べ計算量は大きいが、特殊な効果が得られる


写真は Shin Yoshizawa氏により提供されたもの

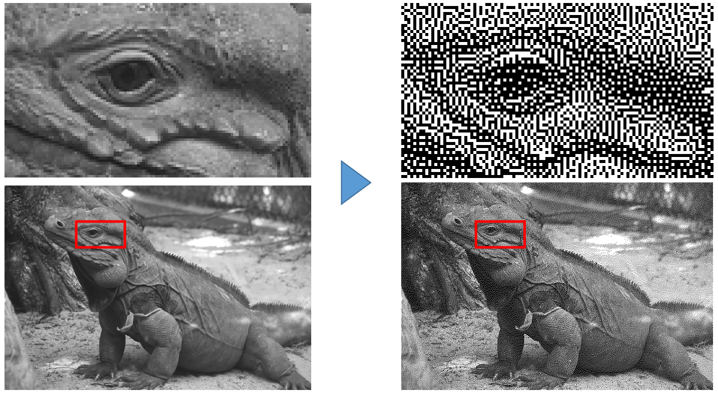
ハーフトーン処理

ハーフトーン処理

白または黒の画素のみを用いて、中間色（グレー）を表現する手法

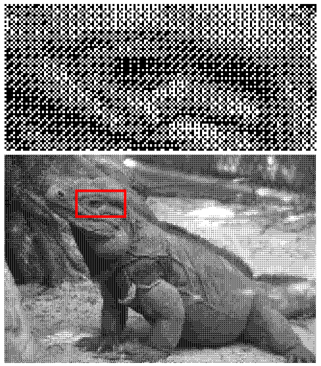
画素の密度により濃淡を表現する

→画素が十分細かければ人の目に濃淡として認識される

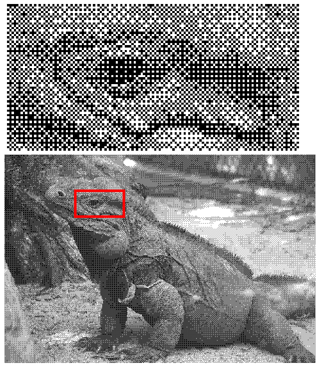


ハーフトーン処理

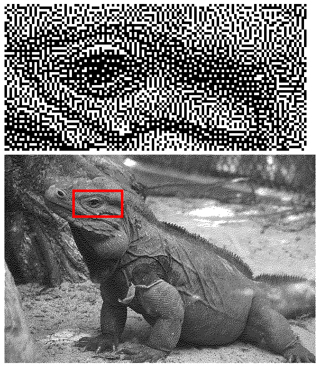
ここではグレースケール画像２ハーフトーン処理を施す３種のアルゴリズムを紹介する



濃度パターン法



ディザ法

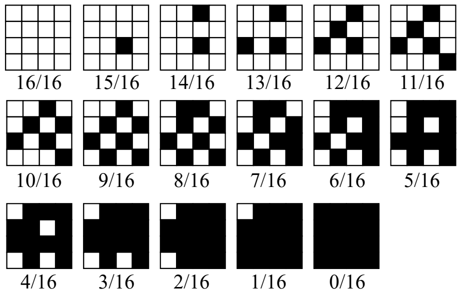


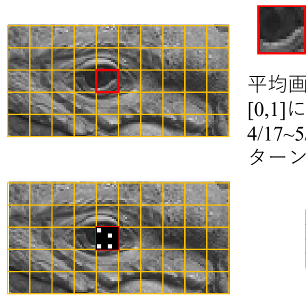
誤差拡散

濃度パターン法

1. 白画素数が異なる4x4のパターンを17個用意
2. 元画像を4 x 4のブロックに分割
3. 各ブロックの平均輝度値を計算
4. 各ブロックについて似た平均輝度値をもつパターンを選択し，置き換える

※ブロックのサイズは変更可（今回は4x4）



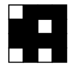


4x4のブロック

平均画素値 : 73.0

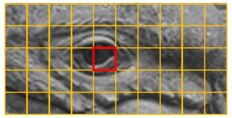
[0,1]に正規化: 0.286

4/17~5/17の範囲なのでパターン4を採用する



欠点：繰り返しパターンが目立つ

ディザ法



1. 4x4のディザパターンを用意
2. 元画像を4x4のブロックに分割
3. 各ブロックの画素においてディザパターンと比較
   ディザパターンの値以上　　　→白
   ディザパターンの値より小さい→黒

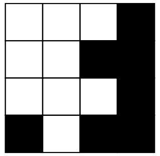
※比較する際，画像の画素値を[0,255]から[0,16]に変更しておく

0	8	2	10
12	4	14	6
3	11	1	9
15	7	13	5

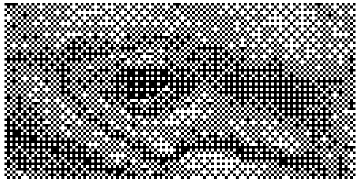
ディザパターン

10	8	2	5
11	7	8	3
9	8	6	4
12	11	6	2

4x4のブロック
[0,16]に変換済み

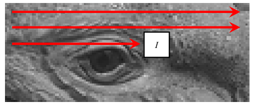


出力パターン



欠点：繰り返しパターンが目立つ

誤差拡散法



- 左上からラスタスキャンし一画素ずつ以下の通り2値化する
- 注目画素の画素値がIのとき

1. 二値化処理

I > 127 → 注目画素を白に

I ≦ 127 → 注目画素を黒に

2. 誤差拡散

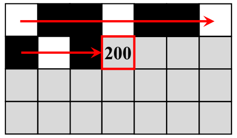
上の二値化で以下の誤差eが発生した

I > 127 → $e = I - 255$

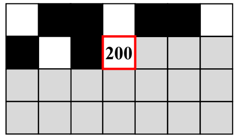
I ≦ 127→ $e = I - 0$

この誤差を隣接画素 I_1, I_2, I_3, I_4分配
(画素値を変化させる)

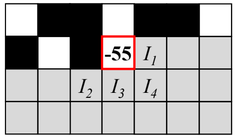
$$I_1 \leftarrow I_1 + \frac{5}{16}e,\ I_2 \leftarrow I_2 + \frac{3}{16}e,$$
$$I_3 \leftarrow I_3 + \frac{5}{16}e,\ I_4 \leftarrow I_4 + \frac{3}{16}e$$



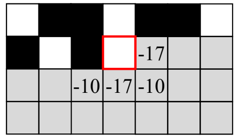
注目画素



二値化

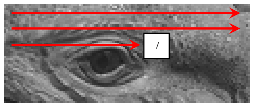


誤差拡散する隣接画素



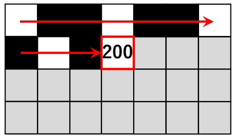
誤差拡散し画素値を変更

誤差拡散法

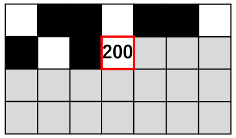


- 実装時の問題：右端や下端では誤差を拡散させる画素がない

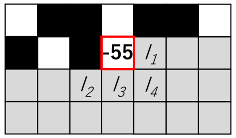
→ 解決策：右端や下端の計算時，誤差を拡散させる画素がない場合には誤差拡散を行わない



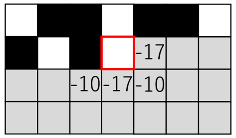
注目画素



二値化



誤差拡散する隣接画素



誤差拡散し画素値を変更

まとめ：ハーフトーン処理

グレースケール画像を白黒2値画像で表現する手法

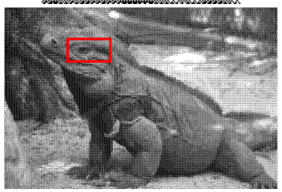
白黒画素の密度を利用して中間色を表現する

濃度パターン法：ブロックの輝度値を利用し濃度パターンで置き換える

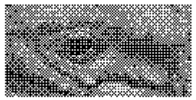
ディザ法　　　：ディザパターンと画素値を比較し二値化

誤差拡散法　　：ラスタスキャン順に二値化し，発生した誤差を隣接画素に拡散する

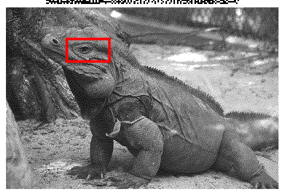
- プログラミング演習で実装します



濃度パターン法



ディザ法



誤差拡散