ディジタルメディア処理2

担当: 井尻 敬

Contents：画像領域分割

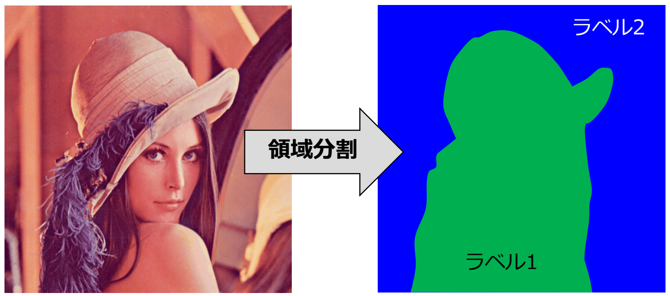
- 画像領域分割とは
- 閾値法
- 領域成長法
- クラスタリング
- 識別器　　　　(後半へ)
- 動的輪郭モデル (割愛)
- グラフカット法
- 曲面再構成法　 (割愛)
- 深層学習　　　 (割愛・後半に概要紹介)

今回と次回は多様な領域分割法を
広く浅く紹介します

教科書10章に対応しますが
井尻の専門分野なので教科書からは
だいぶ外れた内容も紹介します

画像領域分割（Image Segmentation）とは

- 『画像領域分割』『画像領域抽出』『画像ラベリング』とも呼ばれる
- Vision/Graphics/Image Processing 分野において重要な課題
- デジタル画像の各画素にラベルをつける作業
  （ラベル画像を作る作業）



Low-level と High-level segmentation

Low-level segmentation
画像を特徴（色等）が一様な
局所領域に分割する作業

High-level segmentation
画像内の目標物の領域を切り
抜く作業

※両者の境界は曖昧で両者の意味を込めて
『画像領域分割』と呼ぶのが一般的


例：Water shed法


例：Graph Cut法

Low-level と High-level segmentation

Low-level segmentation
意味のある固まりを抽出
画像を圧縮
処理の高速化
(画素は直接処理するのに小さすぎる)

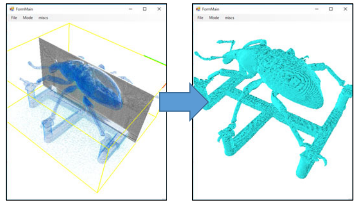

例：Water shed法

High-level segmentation
画像編集（エフェクト適用）
コラージュ
シミュレーション用モデルの構築(3D)


例：Graph Cut法

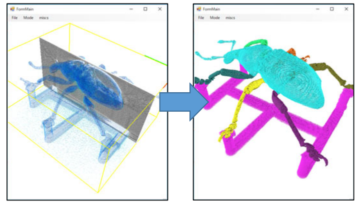
二値化と多値化

二値化
画像を前景・背景に分割

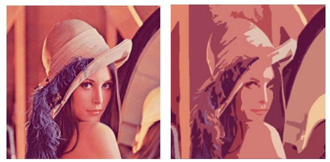


例)濃淡画像の白黒二値化

多値化
画像を複数領域に分割



例) ポスタリゼーション
（階調数を削減し特殊効果を得る）



Contents：画像領域分割

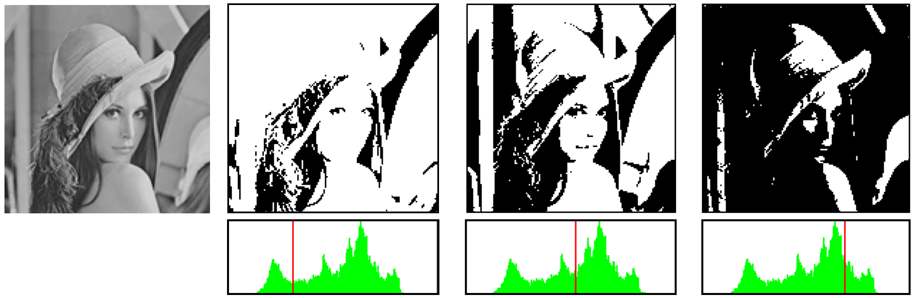
- 画像領域分割とは
- 閾値法
- 領域成長法
- クラスタリング (後半へ)
- 識別器 (後半へ)
- 動的輪郭モデル
- グラフカット法
- 曲面再構成法 (割愛)
- 深層学習 (割愛・概要のみ後半へ)

Contents：画像領域分割

閾値法
thresholding

閾値法とは

デモ：TThresholding.exe

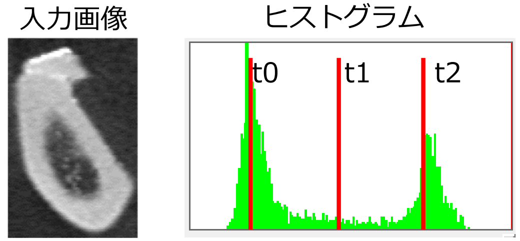


閾値により画素に前景・背景ラベルを付ける
閾値を自動的に計算する方法が研究される
→ Pタイル法[1], 大津法[2], Sauvola法[3]…etc…

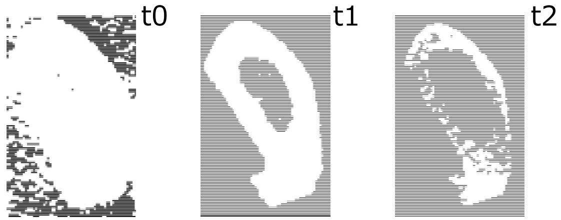
[1] CG-Arts協会. ディジタル画像処理
[2] Ostu N.: A threshold selection method from gray-level histo-grams. IEEE SMC, 9, 1979, 62-66.
[3] J. Sauvola et. al., "Adaptive document image binarization," Pattern Recognition 33(2), 225–236, 2000.

閾値法：大津法

デモ：TThresholding.exe



閾値をどこに置けばいい？
二峰を真ん中で分割するのが理想



大津法

二峰性ヒストグラムを仮定し，
二峰を最も良く2分割する閾値
を自動計算する手法

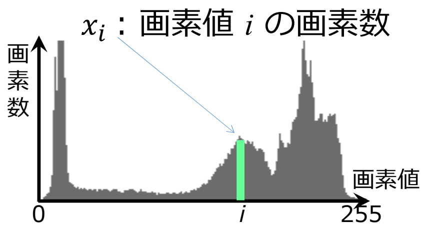
引用数20kを超える論文

閾値法：大津法

デモ：TThresholding.exe

ヒストグラムの**分離度**を定義しこれを最大化する閾値を探す

入力画像



画素数

$$\omega = \sum_{i=0}^{255} x_i$$

平均

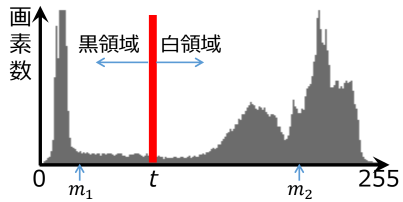
$$m = \frac{1}{\omega} \sum_{i=0}^{255} x_i \times i$$

分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{\omega} \sum_{i=0}^{255} x_i \times (i - m)^2$$

閾値法：大津法

ある閾値tで2領域に分離したとき…



	全体	黒領域	白領域
画素数	ω	ω_1	ω_2
平均	m	m_1	m_2
分散	σ^2	σ_1^2	σ_2^2

黒領域

$$m_1 = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=0}^{t-1} x_i \times i$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=0}^{t-1} x_i \times (i - m_1)^2$$

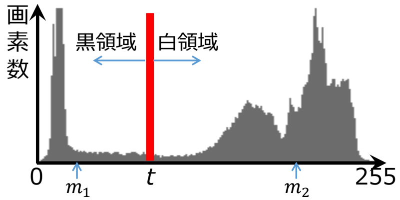
白領域

$$m_2 = \frac{1}{\omega_2} \sum_{i=t}^{255} x_i \times i$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{\omega_2} \sum_{i=t}^{255} x_i \times (i - m_2)^2$$

閾値法：大津法

ある閾値tで2領域に分離したとき…



	全体	黒領域	白領域
画素数	ω	ω_1	ω_2
平均	m	m_1	m_2
分散	σ^2	σ_1^2	σ_2^2

クラス内分散

$$\sigma_w^2 = \frac{\omega_1\sigma_1^2 + \omega_2\sigma_2^2}{\omega_1 + \omega_2}$$

2領域の分散の平均値
小さい方が良い分割

クラス間分散

$$\sigma_b^2 = \frac{\omega_1(m_1 - m)^2 + \omega_2(m_2 - m)^2}{\omega_1 + \omega_2}$$

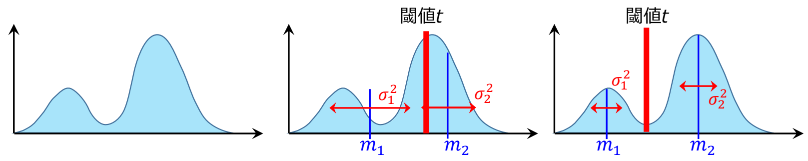
2領域の平均値の距離
大きい方が良い分割

閾値法：大津法

$$\text{分離度} = \frac{\text{クラス間分散}}{\text{クラス内分散}} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{\omega_1(m_1 - m)^2 + \omega_2(m_2 - m)^2}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\omega_1\sigma_1^2 + \omega_2\sigma_2^2}{\omega_1 + \omega_2}$$

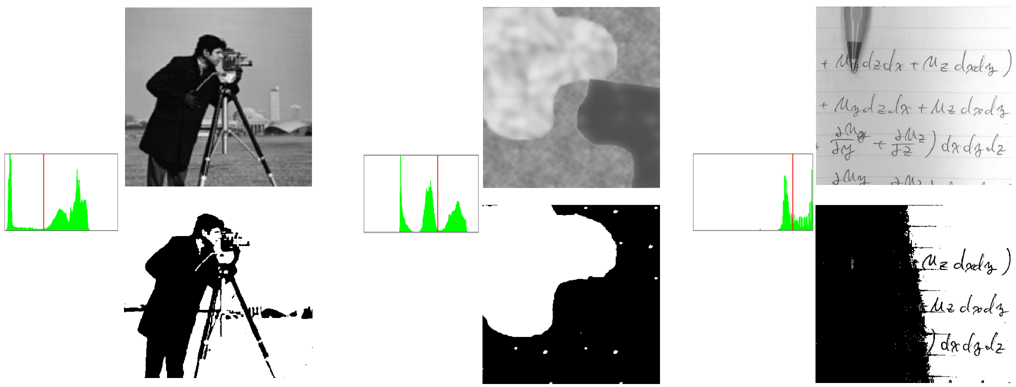


大津法

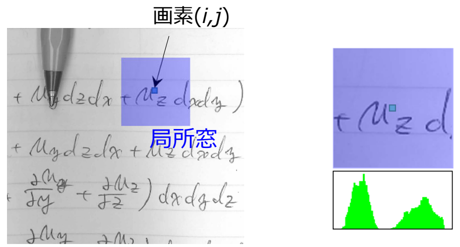
1) 入力画像のヒストグラムを構築
2) 閾値tを 1 から254まで動かし分離度を計算
3) 分離度が最大になる閾値t_{max}で画像を分割

閾値法：大津法

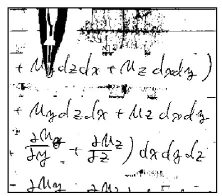
双峰性の高いヒストグラムを持つ画像には強い (そうでない画像には使えない)
グラデーションに弱い



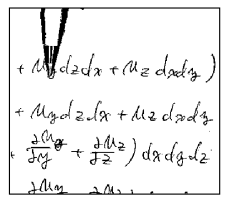
閾値法：Adaptive thresholding



各画素x_{ij}周囲の局所窓を考える
窓内のヒストグラムからその画素用の閾値t_{ij}を計算



大津法：局所窓のヒストグラムから大津法を計算



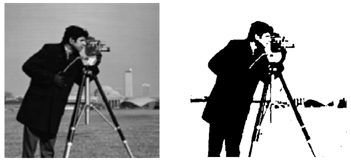
$$t_{i,j} = m_{i,j}\left(1 + k\left(\frac{\sigma_{i,j}}{R} - 1\right)\right)$$

$t_{i,j}$ ：画素i,jの閾値
$m_{i,j}$：窓内の平均
σ^{i,j^2}: 窓内の分散
R ：最大標準偏差 (= 128)
k ：パラメータ (= 0.2)

Sauvola法: 局所窓の平均値と分散$\sigma 2$から閾値tを計算

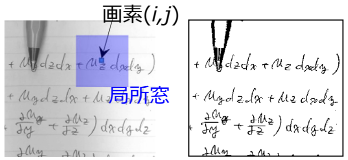
まとめ：閾値法

大津法



$$\text{分離度} = \frac{\text{クラス間分散}}{\text{クラス内分散}} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2}$$

Adaptive thresholding



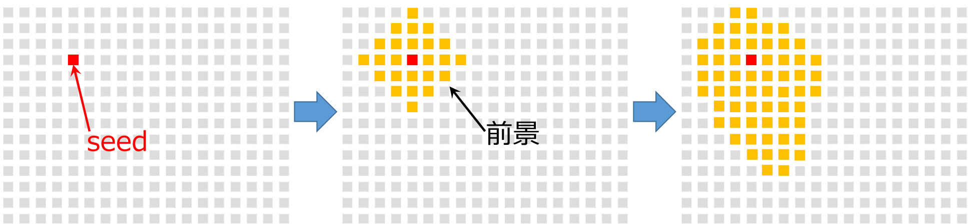
局所窓の情報を利用して閾値計算
大津法 や Sauvola法

閾値により画素に前景ラベル・背景ラベルを付ける
閾値を自動計算する手法（ Pタイル法, 大津法, Sauvola法）を紹介した

Contents：画像領域分割

領域成長法
Region Growing

領域成長法の概要



- Seed画素から領域を徐々に成長させる
  (Seedは手で与えるか自動生成する)
- 局所的な規則に従って成長を止める
- Seed配置・成長規則について多くの研究・開発がされている

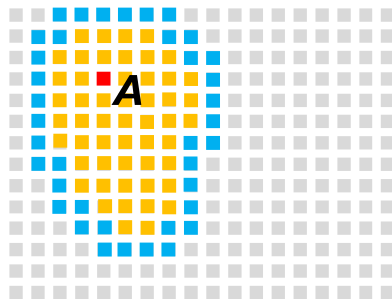
Adams R. *et. al.*: Seeded region growing. *IEEE PAMI* 16, 641-647, 1994.
Roerdink J.B.T.M., *et. al.*: The Watershed Transform: Denitions, Algorithms and Parallelization Strategies, 2000.

デモ：TRegionGrowing.exe

領域成長法: 二値化

■ Seed　■ 境界画素 T

■ 現在の領域 A



kステップ後の状態

領域成長法(二値化)

入力：複数のseed画素

1. Seed画素を前景領域に追加
2. 前景領域に隣接する画素xのうち
   次式を満たすもの前景領域に追加
   $|c(seed) - c(x)| < r$　※
3. 成長が止まるまで(2)を繰り返す

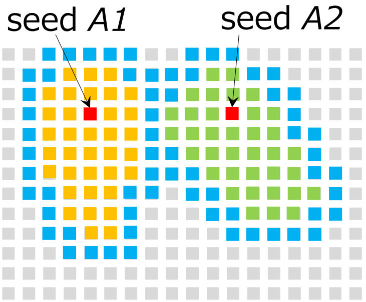
$c(seed)$ ：seedの画素値
$c(x)$ ：画素xの画素値
r ：パラメータ

※条件には様々なものが考えられる

デモ：TRegionGrowing.exe

領域成長法: 多値化

■ Seed ■領域境界画素T
■領域 *A1* ■領域 *A2*



図は*k*ステップ後の状態

Seeded Region Growing

入力: 領域ID(*A1*,⋯, *An*)の付いたSeed

1. 各Seedを領域*A1*,⋯, *An*の要素とする
2. 境界画素 x とその隣接領域 *Ai* のうち、次式が最小となるxを*Ai* に追加
$$\delta(x) = |c(x) - c(Ai)|$$
3. 全画素を追加するまで(2)を繰り返す

$c(x)$: xの色
$c(Ai)$: xが隣接する領域*Ai*の平均色

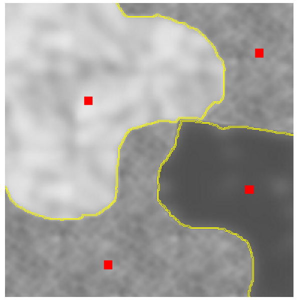
※2.においてxが複数領域に隣接する場合は境界ラベル（-1など）をつける

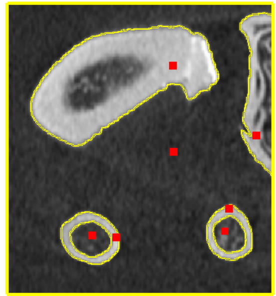
[Adams *et. al.* 1994]

デモ：TRegionGrowing.exe

領域成長法の特徴

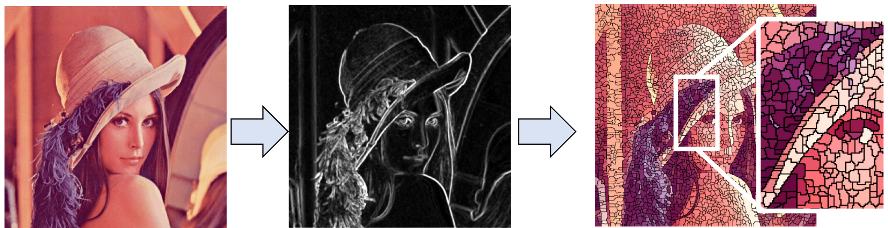
一様な画素値を持つ領域の分割に適する
ぼけた境界では成長が止まりにくい





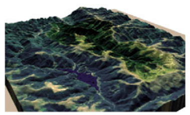
領域成長法: Watershed Algorithm

[Roerdink J.B.T.M., *et. al.*: 2000.]



入力画像 輝度勾配強度画像 Watershed領域分割

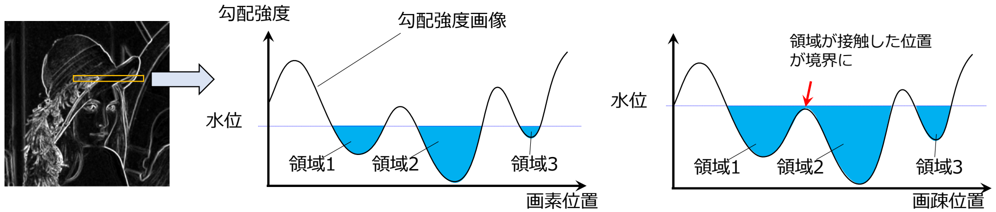
勾配強度を高さと見なすと、勾配強度画像を地形と見なせる
この地形の分水界を境界とする領域分割法



Watershed：地形学における『分水界』を表す用語:
ある地形のある点に落ちた雨がどこに溜まるかを考える隣接しながらも溜まる先が異なる2点間を領域の境界に
左図はwikipediaより（Public Domain）

領域成長法: Watershed Algorithm

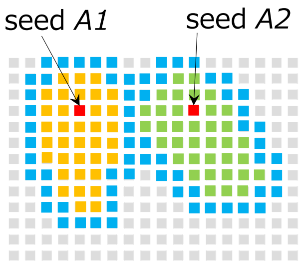
[Roerdink J.B.T.M., *et. al.*: 2000.]



勾配強度を高さと考え水を下から満たしていく
徐々に水位を上げ隣接領域が接した部分を境界とする
領域成長法の言葉で言うと….

- 勾配強度の全ての局所最小点にSeedを配置
- 全領域を同時に成長させ，異なる領域が接した部分を境界にする

領域成長法: まとめ



Watershed法

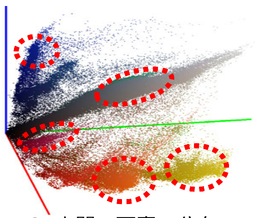
- 局所的な規則に従って領域を成長させる手法
- Seed配置・成長規則に関する研究がなされている
- 単純な二値化 / Seeded Region Growing(多値化)/Watershed法』を紹介

Adams R. *et. al.*: Seeded region growing. *IEEE PAMI* 16, 641-647, 1994.
Roerdink J.B.T.M., *et. al.*: The Watershed Transform: Denitions, Algorithms and Parallelization Strategies, 2000.

Contents：画像領域分割

クラスタリング clustering

クラスタリングによる領域分割



RGB空間の画素の分布

12領域

画素を**特徴空間**に配置し、特徴空間内で**密集する画素集合（クラスタ）**を発見し分割する

特徴空間　：色空間, Bilateral空間, テクスチャ空間, etc…

有名な手法：K-mean法[1], Mean shift法[2], Normalized Cut法[3], etc…

[1] 高木幹雄ら, 新編画像解析ハンドブック. 東京大学出版会, 2004.
[2] Comaniciu D. *et. al.*: Mean shift: A robust approach toward feature space analysis, *IEEE PAMI*, 24, 5(2002), 603-619.
[3] Shi J. *et. al.*: Normalized cuts and image segmentation. *IEEE PAMI*, 22, 8(2002), 888–905.

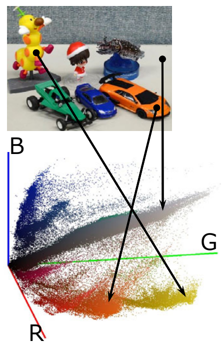
デモ：TClustering.exe

特徴空間とは

特徴空間：画像の局所的な特徴が張る空間のこと

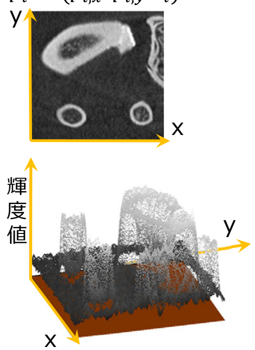
RGB空間

$p_i \rightarrow (R_i \ G_i \ B_i)^T$



Bilateral空間

$p_i \rightarrow (p_{i,x} \ p_{i,y} \ I_i)^T$



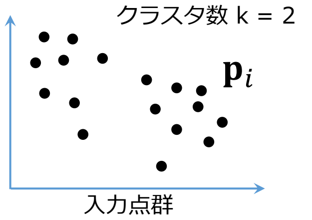
Bilateral空間（Color）

$p_i \rightarrow (p_{i,x} \ p_{i,y} \ R_i \ G_i \ B_i)^T$

※ R_i・G_i・B_i・I_iは画素p_iのR・G・B・輝度値

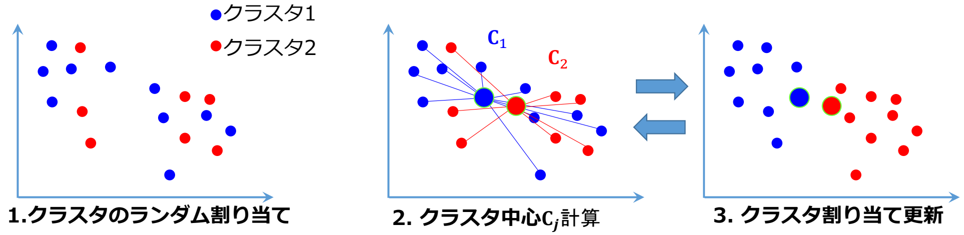
他にも…
テクスチャ特徴/HOG/SIFT/HLAC/CHLAC/等

k-means clustering (*k*-平均法)

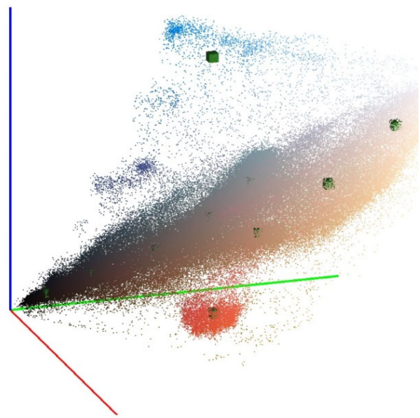


入力：特徴空間の点群$\mathbf{p}_i$, クラスタ数k

1. 各点$\mathbf{p}_i$にクラスタIDをランダムに割り当てる
2. クラスタ中心$\mathbf{C}_j$をクラスタの重心に移動
3. 各点$\mathbf{p}_i$を中心$\mathbf{C}_j$が最も近いクラスタに割り当てる
4. 変化がなくなるまで2,3を繰り返す



k-means clustering (*k*-平均法)

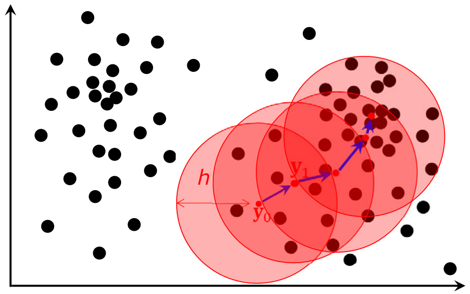


◆**利点**
- アルゴリズムが単純で実装が楽
- サイズの小さなクラスタ分割が行える

◆**欠点**
- 初期割り当てに結果が依存
- 多様なクラスタ形状を扱えない
- クラスタ数kが既知の必要あり

Mean-Shift Clustering（平均シフト法）

点群 $\mathbf{p}_i \;\; i = 1,2,\dots,N$



Mean Shift Procedure (MSP)

点 $\mathbf{y}_0$ 付近の点群密度の局所最大点を発見
入力：点群 $\mathbf{p}_i$, 初期点$\mathbf{y}_0$, バンド幅 h

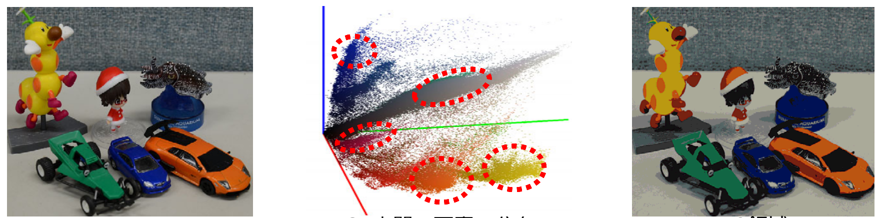
1. $\mathbf{y}_{k+1} \leftarrow \frac{\sum_{i=1}^{N} g_i \mathbf{p}_i}{\sum_{i=1}^{N} g_i} \qquad g_i = \begin{cases} 1 & \|\mathbf{p}_i - \mathbf{y}_k\| \le h \\ 0 & \|\mathbf{p}_i - \mathbf{y}_k\| > h \end{cases}$
2. $\|\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k\| <$ 閾値 まで 1 を繰り返す

Mean Shift Clustering

方法1. 各画素位置$\mathbf{p}_i$からMSPを行い、近い点に収束した画素を同一クラスタにする

方法2. 特徴空間内に格子状に配置した点群$\mathbf{x}_i$にMSP行う．同じ点に収束するカーネルが通った画素を同一クラスタにする

クラスタリングによる領域分割： まとめ



RGB空間の画素の分布　　12領域

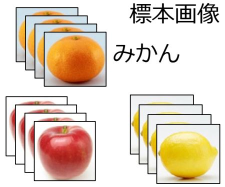
画素を特徴空間に射影し、その特徴空間内で密度の濃い部分を同一領域として分割する

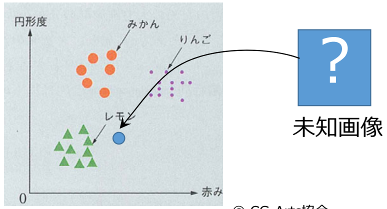
- **特徴空間の選択**と**クラスタの発見法**が大切
- 教師無し（正解データセット無し）学習の一種
- k-平均法, Mean Shift法 を紹介した

Contents：画像領域分割

識別器

SKIP
後半に詳しく解説する（予定）





特徴空間

未知画像

© CG-Arts協会,
ディジタル画像処理, 2004

識別器による領域分割

ラベル付けされた標本画像（教師データ）から分類法則を学習し，未知画像にラベル付け

1. 教師データを特徴空間に射影する
2. 特徴空間を教師データに基づき分割
3. 未知画像を特徴空間に射影し、事前に生成した特徴空間の分割に基づき未知画像のラベルを決定

Contents：画像領域分割

動的輪郭モデル

SKIP
概要のみ紹介

TActiveContour.exe

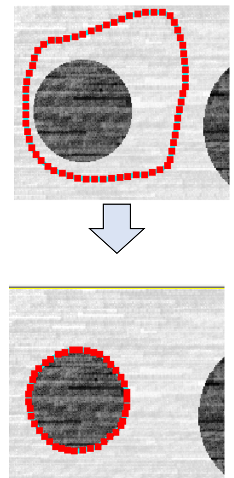
動的輪郭法（Active Contours）

領域境界を徐々に変形する手法

- 境界形状を滑らかに
- 境界が画像のエッジを通るよう

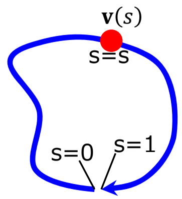
2手法に分類できる

- 境界を陽的に表現する手法：**Snakes**法
- 境界を陰的に表現する手法：**Level Set**法



画像のCTデータは理研・画像情報処理研究チームより

Snakes法のコスト関数



前提1. 曲線はパラメータ表現される $\mathbf{v}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix} \quad s \in [0,1]$

前提2. 曲線のエネルギー

$$E(\mathbf{v}(s)) = \alpha\, E_{len} + \beta\, E_{curv} + \gamma\, E_{img}$$

弧長に対応する項 (長い → 大)

$$E_{len} = \int_0^1 \left\| \frac{d\mathbf{v}(s)}{ds} \right\|^2 ds$$

曲率に対応する項 (ガタガタ → 大)

$$E_{curv} = \int_0^1 \left\| \frac{d^2\mathbf{v}(s)}{ds^2} \right\|^2 ds$$

画像(勾配強度)に対応する項

$$E_{img} = -\int_0^1 \|\nabla(G \otimes I(\mathbf{v}(s)))\| ds$$

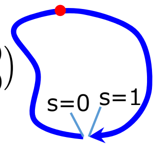
画像
ガウスフィルタ(ぼかす)
勾配強度を計算

問題 Eを最小化する曲線$\mathbf{v}(s)$ を探す
(動的計画法 / 貪欲法など)

Snakes법のコスト関数

最適化計算のため**折れ線近似**する

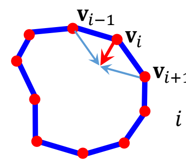
$\mathbf{v}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix}$
$s \in [0,1]$



$$E_{len} = \int_0^1 \left\| \frac{d\mathbf{v}(s)}{ds} \right\|^2 ds$$

$$E_{curv} = \int_0^1 \left\| \frac{d^2\mathbf{v}(s)}{ds^2} \right\|^2 ds$$

$$E_{img} = -\int_0^1 \|\nabla(G \otimes I(\mathbf{v}(s)))\| ds$$



$i = 1,2, \dots N$

$$E_{len} \simeq \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{i-1})^2$$

$$E_{curv} \simeq \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{v}_{i+1} + \mathbf{v}_{i-1} - 2\mathbf{v}_i)^2$$

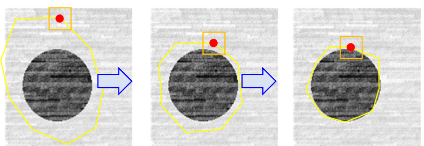
$$E_{img} \simeq -\sum_{i=1}^{N} \|\nabla I(\mathbf{v}_i)\|$$

※左式は連結部分$\mathbf{v}_1$と$\mathbf{v}_N$を考慮してないので注意（見やすくするためこうしました）

※ ∇Iは勾配強度画像

Snakes法の最適化

- 色々な最適化法が考えられるがここでは貪欲法を紹介



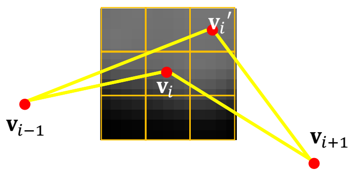
頂点$\mathbf{v}_i$が寄与するエネルギー

$$E = \frac{\alpha}{2}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{i-1})^2 + \frac{\alpha}{2}(\mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{v}_i)^2 \quad (E_{len})$$
$$+\beta\,(\mathbf{v}_{i+1} + \mathbf{v}_{i-1} - 2\mathbf{v}_i)^2 \quad (E_{curv})$$
$$-\gamma\, I'(\mathbf{v}_i) \quad (E_{img})$$

Snakes (貪欲法)

入力：画像と初期曲線（折れ線）

1. 頂点をひとつずつ訪問する
2. 頂点$\mathbf{v}_i$に訪問中，局所コストが最小となる近傍画素へ$\mathbf{v}_i$を移動する
3. 頂点の移動量が閾値以下になるまで，又は，決められた回数，(1) を繰り返す



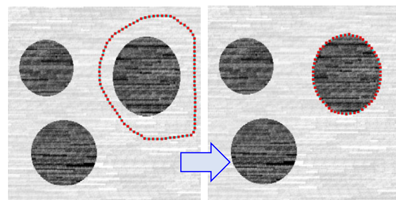
1-1 $\mathbf{v}_i$を近傍画素中心に移動してみる
1-2 局所エネルギー最小の画素に移動

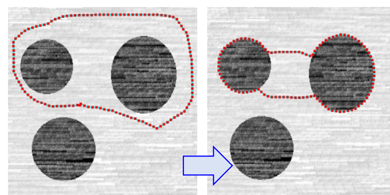
※この手法だと接線方向に頂点が動いてしまう問題はあります

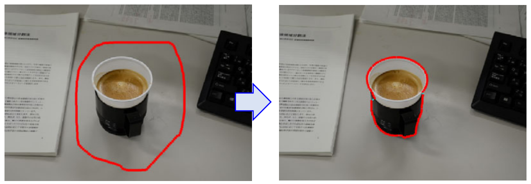
Snakes法の特徴

利点
- ノイズに強い領域分割が可能
- 高速かつ実装が簡単

欠点
- パラメータに強く依存
- 初期輪郭線に強く依存
- トポロジー変化が困難



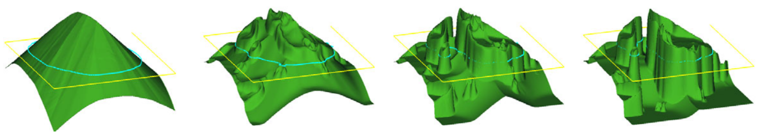




Level set法

TActiveContour.exe

- 曲線を符号付きスカラー場（内挿関数）のゼロセットで表現
- スカラー場の初期値は初期境界からの距離場を利用
- スカラー場を変化させることで曲線を間接的に変形する
- → トポロジー変化に対応できる

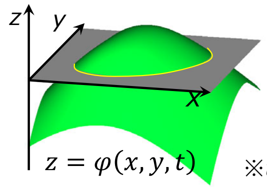


補足資料

Level set法

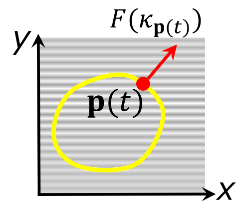
前提1. 境界曲線を内挿関数 $\varphi(x,y,t)$のゼロセットで表現

曲線： $\varphi\left(p_x(t),p_y(t),t\right)=0$



※tは時刻

前提2. 曲線上の点$\mathbf{p}(t)$ は 法線方向に速度$F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$で動く



※$\kappa_{\mathbf{p}(t)}$は曲率

課題: 収束するまで曲線を変形する

※ 実際に変化させるのは$\varphi(x,y,t)$

※ 移動速度$F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$をうまく指定すると、輪郭の進展が境界で止まる

補足資料

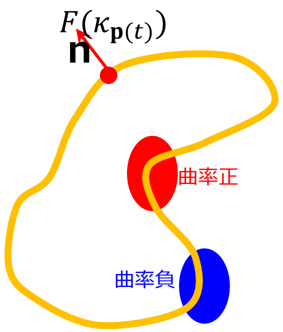
速度Fを曲率$\kappa_{p(t)}$の関数にする理由

曲線の凸部・凹部で挙動を変化できる

例) 凹部は外へ、凸部は内へ向かって移動

曲がり具合に応じて挙動を変化できる

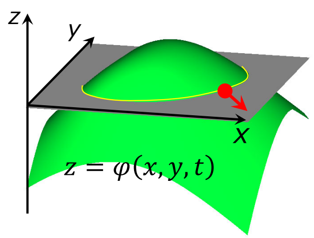
例) 曲がり具合が大きいところは速く移動



※曲率の正負は
曲線の向き・定義に依存

補足資料

Level Set法



問題の前提

点$\mathbf{p}$が曲線に乗る　$\varphi\left(p_x(t),p_y(t),t\right)=0$

点$\mathbf{p}$は法線$\mathbf{n}$方向に速度Fで移動　$\dfrac{\partial\mathbf{p}(t)}{\partial t}=F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})\mathbf{n}$

法線$\mathbf{n}$はφの勾配　$\mathbf{n}=\dfrac{\nabla\varphi}{||\nabla\varphi||}$

内挿関数φの時間進展に関する方程式を導く

整理する　$\dfrac{\partial\varphi\left(p_x(t),p_y(t),t\right)}{\partial t}=-F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})||\nabla\varphi||$

※この式は曲線上で成立
※変形の詳細は付録へ

全体に拡張　$\dfrac{\partial\varphi(x,y,t)}{\partial t}=-F(\kappa)||\nabla\varphi||$

※κは内挿関数φの曲率

位置(x, y)と時刻tについて離散化　$\dfrac{\varphi(i,j,t+1)-\varphi(i,j,t)}{h}=-F\left(\kappa_{i,j}\right)||\nabla\varphi(i,j,t)||$

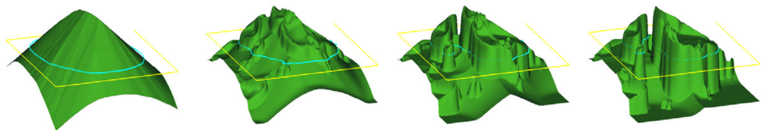
※ i,jは画素位置
※ hは微小時刻

- 1. 初期曲線から初期スカラー場 $\varphi(i,j,0)$ を構築
  (i,jは画素位置,$\varphi(i,j,0)$は初期曲線からの距離場)
- 2. 変化が十分小さくなるまで時刻tを進めφを更新

$$\boxed{\frac{\varphi(i,j,t+1)-\varphi(i,j,t)}{h} = -\frac{a - b\kappa_{i,j}}{1+\|\nabla(G\otimes I(i,j))\|}||\nabla\varphi||}$$

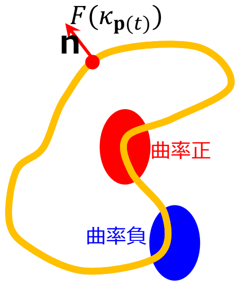
a, bはパラメータ
$\kappa_{i,j}$ > a/bなら正方向に進む
エッジ部分では変化が遅い

- 3. $\varphi(i,j,t) = 0$ である画素を境界として出力する



曲率の定義

曲線上の定義

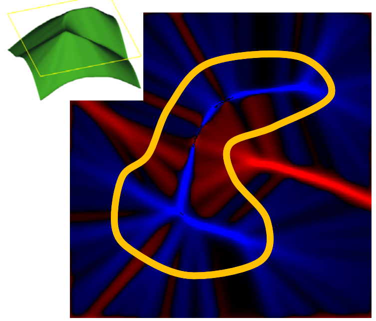


$$\varphi(p_x(t), p_y(t), t) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}(t)}{\partial t} = F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})\mathbf{n}$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla\varphi}{||\nabla\varphi||}$$

内挿関数(空間全体)へ拡張



$$\frac{\partial\varphi(x,y,t)}{\partial t} = -F(\kappa)||\nabla\varphi||$$

$\kappa = \nabla\left(\frac{\nabla\varphi}{||\nabla\varphi||}\right)$ ：内挿関数の曲率

Level set法の特徴

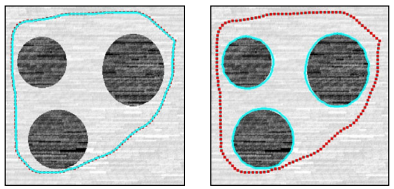
輪郭線をスカラー場のゼロセットで表現し,
スカラー場を変更することで輪郭線を動かす

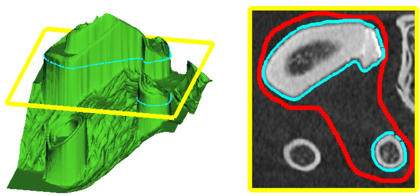
利点

- ノイズに対し堅固・高速
- **トポロジー変化に対応**

欠点

- 速度$F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$の適切な選択が難しい
- パラメータ調節が大変



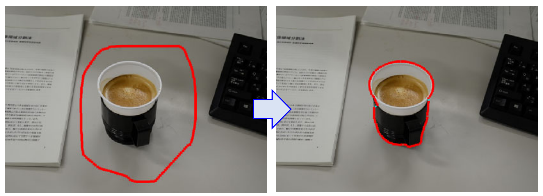


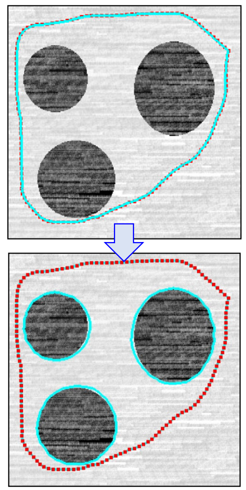
まとめ: 動的輪郭モデル

境界曲線を『形状が滑らかになるように』『画像のエッジを通る様に』変形する手法

- 境界を陽的に表現する：**Snakes** 法
- 境界を陰的に表現する：**Level Set** 法

変形モデル(速度の定義)・最適解の計算法・高次元化など、関連研究は多い



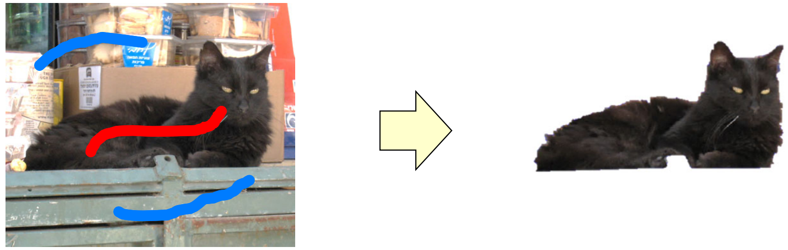


Contents：画像領域分割

グラフカット法
Graph Cut

グラフカット領域分割

前傾制約 背景制約

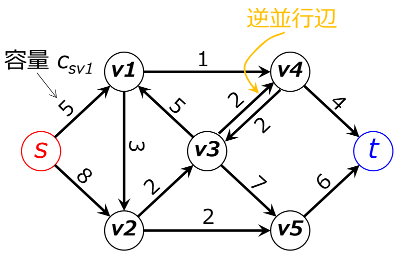


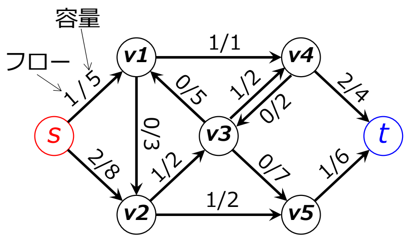
前景・背景に属する画素を適当に入力すると，これを制約に画像を二値化

二値化をエネルギー最小化問題として定式化し、フローネットワークの最小カットにより最適解を計算する

臓器などの塊状領域に対してはかなり強力な領域分割法

準備：フローネットワーク





フローネットワーク
- 容量付き有向グラフ $G = (V, E)$
- 頂点集合 V と辺集合 E から成る
- 辺 (p, q) は容量 $c_{pq} > 0$ を持つ
- 始点 s と終点 t を含む

フロー
- 各辺には容量を超えない範囲でフローが流れる
- ある頂点vについて，流入するフローと流出するフローは等しい
- 総流量：始点から出るフローの総和
- 最大フロー：ネットワークに流せる最大の総流量

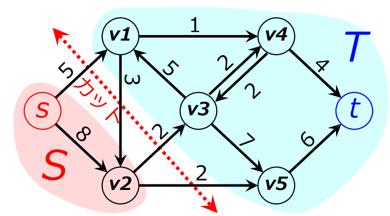
準備：フローネットワーク

カット:
頂点を『sを含む部分集合S』と『tを含む部分集合T』に分割する

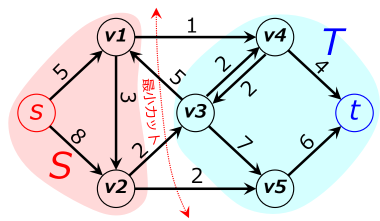
カットセット:
部分集合SとTの間をつなぐ辺の集合

カットの容量:
カットセットのうち S→T方向の辺の容量総和（逆向きの辺は無視する）

最小カット
容量が最小となるカット



カット　　：S={s, v2}, T={v1,v3,v4,v5,t}
カットセット：{(s,v1), (v1,v2), (v2,v3), (v2,v5)}
カット容量　：5 + 2 + 2 = 9



最小カット： S={s,v1,v2}, T={v3,v4,v5,t}
カット容量： 1 + 2 + 2 = 5

準備：フローネットワーク

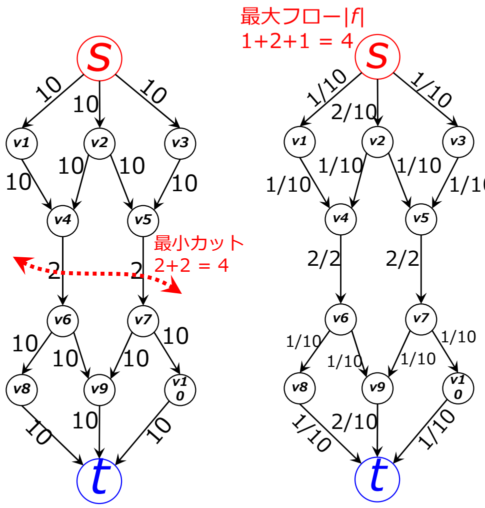
最大フロー最小カットの定理

任意のフローネットワークにおいて、
その**最大フローと最小カットは等しい**

最大フローはネットワークの一番細い部分(最小カット)によって決定される

※ 最大フローが流れているとき、始点sから不飽和辺のみを使って到達できる頂点群をSとし、$T = V - S$ とすると、S-Tは最小カットをなす

※ 最大フロー・最小カットの探索には様々なアルゴリズムが存在し、比較的高速に"解ける"ことを知っておいてください

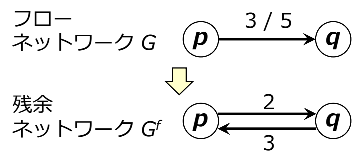


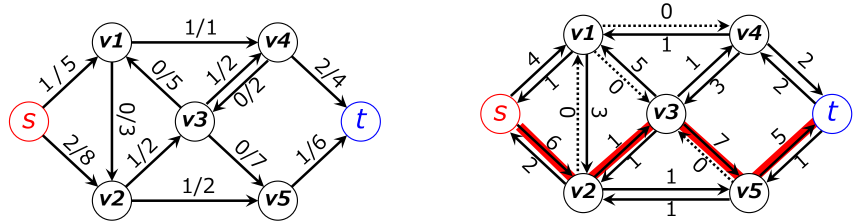
補足資料

最大フローアルゴリズム

残余ネットワーク G^fとは，フローネットワークG にフローが流れているとき、フローの可変範囲を表すネットワークのこと

増加可能経路とは，残余ネットワーク内のs→t経路のこと

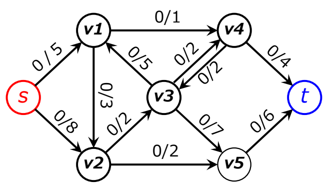




フローネットワーク G　　　残余ネットワーク G^f

補足資料

最大フローアルゴリズム

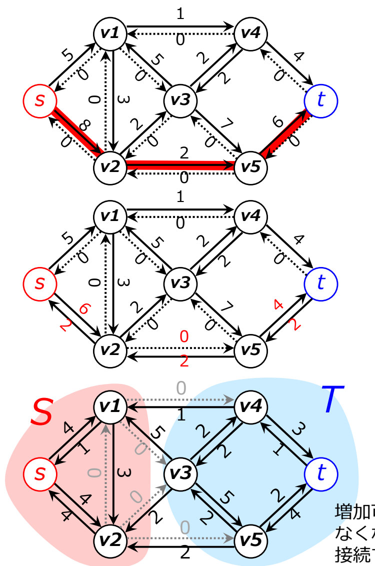


最大フローアルゴリズム（単純なもの）

入力：フローネットワークG

出力：最大フローと最小カット

1. フローを0で初期化
2. 残余ネットワークを構築
3. 増加可能経路Pが無くなるまで下を繰り返す
   3-1) 増加可能経路 Pの探索
   3-2) 経路Pに沿ってフロー追加



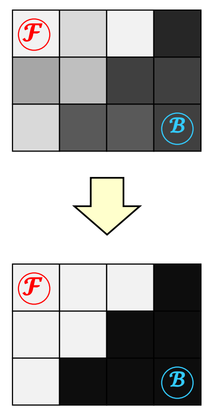
増加可能経路Pがなくなったら，Sと接続する全頂点をグループSに．

グラフカット領域分割：コスト関数

入力：画像、制約画素集合（前景F・背景B）

出力：以下を満たす二値化

- 制約画素pは必ず制約を満たす
- 非制約画素pは、その特徴(色など)が前景画素Fに近ければ前景に、Bに近ければ背景になる
- 境界は特徴の異なる画素間を通る



$$\underset{\{L_p|\,p\epsilon\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p\epsilon\Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q)\epsilon\mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$$

Ω ： 全画素集合
$\mathcal{N}$ ： 近傍画素集合
L_p ： 画素$p\epsilon\Omega$につくラベル値 {*fore*, *back*}のどちらか

グラフカット領域分割：コスト関数

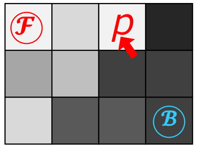
$$\underset{\{L_p|\,p\in\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \boxed{\sum_{p\in\Omega} E_1(L_p)} + \lambda \times \sum_{(p,q)\in\mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$$

Ω ： 全画素集合
$\mathcal{N}$ ： 近傍画素集合
L_p ： ラベル値 {*fore*, *back*}

$E_1(L_p)$：『データ項』画素*p*のラベル付の不正確さに反応する項

画素pが前景制約画素に似ているなら…

$E_1(L_p = fore)$ ← 小
$E_1(L_p = back)$ ← 大



定義は論文によって色々
右は一例

$$E_1(L_p = fore) = \begin{cases} 0 & p \in \mathcal{F} \\ \infty & p \in \mathcal{B} \\ t_p^{fore} & other \end{cases}$$

$$E_1(L_p = back) = \begin{cases} \infty & p \in \mathcal{F} \\ 0 & p \in \mathcal{B} \\ t_p^{back} & other \end{cases}$$

$$t_p^{fore} = \frac{d_p^{\mathcal{F}}}{d_p^{\mathcal{F}} + d_p^{\mathcal{B}}}, t_p^{back} = \frac{d_p^{\mathcal{B}}}{d_p^{\mathcal{F}} + d_p^{\mathcal{B}}}$$

$$d_p^{\mathcal{F}} = \min_{k\in\mathcal{F}} ||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_k||$$

$$d_p^{\mathcal{B}} = \min_{k\in\mathcal{B}} ||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_k||$$

※$\mathbf{c}_p$は画素*p*の画素値

※ t_p^{fore}は画素*p*の色が前景画素に似るほど小さくなるよう指定する

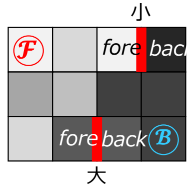
グラフカット領域分割：コスト関数

$$\underset{\{L_p|\,p\in\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p\in\Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \boxed{\sum_{(p,q)\in\mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)}$$

Ω ： 全画素集合
$\mathcal{N}$ ： 近傍画素集合
L_p ： ラベル値 {*fore*, *back*}

$E_2(L_p, L_q)$:『平滑化項』 隣り合う画素が似た特徴（色）を持つときは、なるべく同じラベルをつける

☆隣接画素 *p,q*に同じラベルをつける
→ $E_2 = 0$
☆隣接画素 p,qに違うラベルをつける
*p,q*が似た色を持つ → E_2は大
*p,q*が遠い色を持つ → E_2は小



定義は論文によって色々
右は一例

$$E_2(L_p, L_q) = \begin{cases} 0 & L_p = L_q \\ \frac{1}{1+||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_q||} & other \end{cases}$$

$\mathbf{c}_p$は画素*p*の画素値

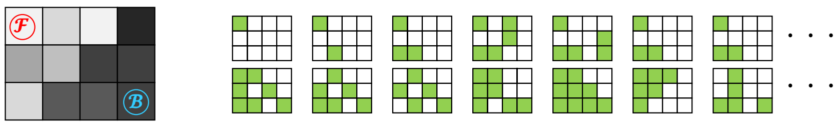
グラフカット領域分割：コスト関数

$$\underset{\{L_p|\,p\in\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p\in\Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q)\in\mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$$

Ω ： 全画素集合
$\mathcal{N}$ ： 近傍画素集合
L_p ： ラベル値 {*fore*, *back*}

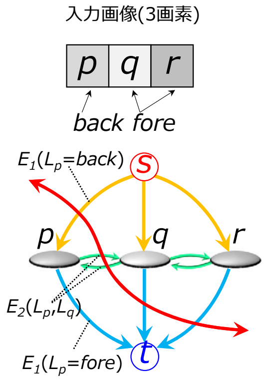
この問題は解くのが難しい

- 局所最小解が多い
- 全通り検索する↓？ さすがに組み合わせが多すぎ (3×4画像でも2^{12} = 4096通り)



『この問題の大域最小化解は、フローネットワークの最小カットにより高速に求められる』 [Boykov Y., Jolly M-P. *MICCAI*, 276-286, 2000.]
※L_pが二状態をとる場合（二値化）に限る
※グラフカット発見以前はやきなまし法（ランダムウォーク）で解いていた

グラフカットを用いた最適化



$E_1(L_p = back) + E_1(L_q = fore) +$
$E_1(L_r = fore) + E_2(L_p, L_q)$

$$\underset{\{L_p|\,p\in\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p\in\Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q)\in\mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$$

画像からフローネットワークを構築

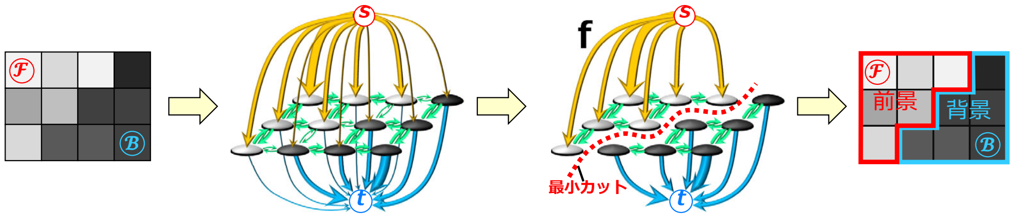
- 頂点*V*：全画素，始点 *s*, 終点 *t*
- 辺 *E* ：右図

フローネットワークをカットし

- *s* に連結する画素にラベル *fore* をつける
- *t* に連結する画素にラベル *back* をつける

→ カット容量 がコストに対応する
→最小カットを求めればコスト最小化できる

グラフカットを用いた最適化



1) 画像からフローネットワークを構築
- 頂点：全画素，始点 *s*, 終点 *t*
- 辺 *E*：図の通り
- 辺の容量：コスト関数を利用

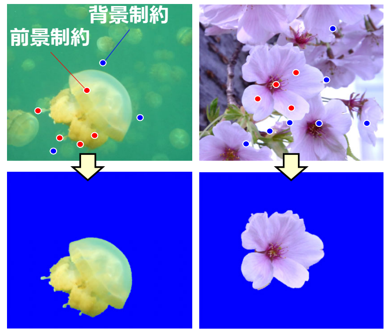
2) ネットワークの最小カットを計算
- *s* に連結する画素にラベル *fore* をつける
- *t* に連結する画素にラベル *back* をつける

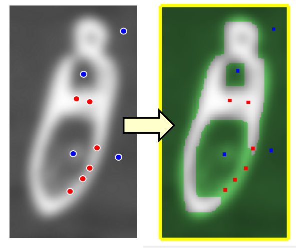
カットされた辺の容量がコスト関数に対応
→ 最小カット容量がコスト関数に対応する

グラフカット領域分割

利点
高速・高精度
高次元化が容易
UIと相性がよい

欠点
境界が不明瞭な領域には利用し難い
血管・筋膜等、細い・薄い形状には不向き

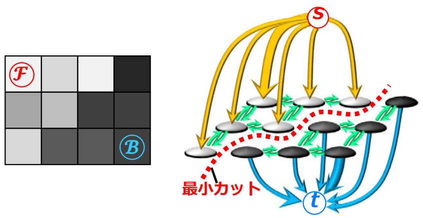




グラフカット領域分割

$$\underset{\{L_p \mid p \in \Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p \in \Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q) \in \mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$$

Ω：全画素集合
$\mathcal{N}$：隣接画素集合
L_p：画素pに付けるラベル値 {*fore*, *back*}



画像二値化をエネルギー最小化問題として定式化し、フローネットワークの最小カットにより最適解を計算する

境界が明瞭な領域の分割にはかなり良い結果を出力できる

生体画像の領域分割に向く

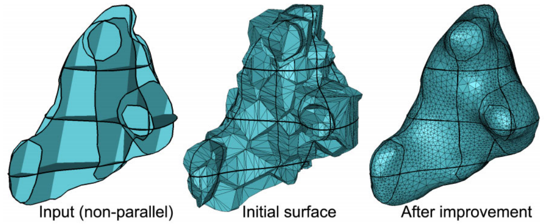
Contents：画像領域分割

陰関数曲面再構成法

曲面再構成法による領域分割

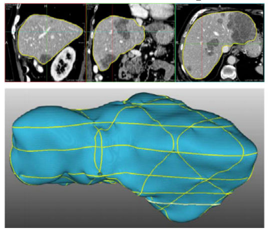
- 形状モデリングのための曲面再構成法を転用
- **輪郭線制約から三次元境界曲面を生成**する

直接的曲面再構成法[Lie et. al. 2008]



図は論文[Lie et. al. 2008]より

陰関数曲面再構成[Heckel et. al. 2011]

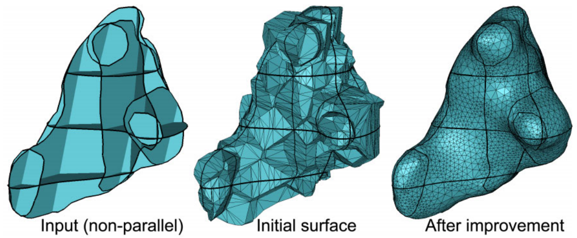


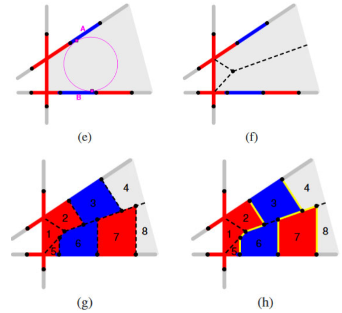
図は論文[Heckel et. al. 2011]より

Heckel F., et. al. : Interactive 3D medical image segmentation with energy-minimizing implicit function. VCBM 35, 2(2011),275–287.
Liu L. et. al. : Surface reconstruction from non-parallel curve networks. *CGF* 27, 2(2008), 155–163.

直接（陽的）曲面再構成による領域分割

図は[Liu L. et. al. : Surface reconstruction from non-parallel curve networks. *CGF* 27, 2(2008), 155–163.]より

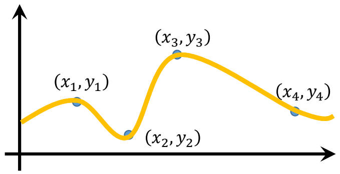




入力：平面に乗った複数の閉曲線
出力：閉曲線を通り，かつ，滑らかな形状を持つメッシュ（境界面）
手法：i) 制約平面の各ペアに対して中立面生成
ii) 閉曲線の作る領域を中立面に射影することで三次元空間を分割し初期メッシュ生成
iii) 初期メッシュを平滑化する

準備：放射基底関数補間法 1次元

補間法
入力：N点 x_i における値 y_i, i=1,2⋯N
問題：$f(x_i) = y_i$ を満たす関数 f を求める



放射基底関数補間法

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi(||x - x_i||) + ax + b$$

$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 0$, $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i x_i = 0$

$\varphi(t) = t^3$ ：カーネル

$f(x_i) = y_i$ を代入し未知数α_i, a, bを求める.

N= 4ならば⋯ 未知数は4+2個

$$f(x) = \alpha_1|x - x_1|^3 + \alpha_2|x - x_2|^3 + \alpha_3|x - x_3|^3 + \alpha_3|x - x_3|^3 + ax + b$$

制約は4+2個 → これを解いてα_i, a, bを決定

$f(x_1) = y_1$, $f(x_2) = y_2$,
$f(x_3) = y_3$, $f(x_4) = y_4$,
$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0$
$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 = 0$

準備：放射基底関数補間法 *d*次元

補間法
入力：N点 $\mathbf{x}_i \in R^d$ における値 y_i
問題：$f(\mathbf{x}_i) = y_i$ を満たす関数fを求める

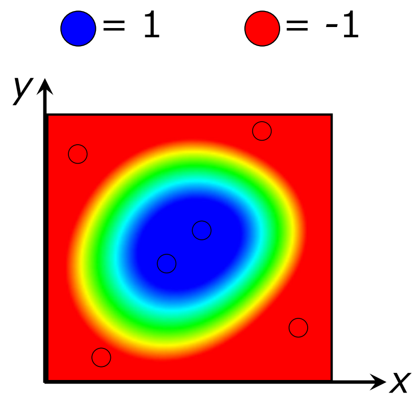
放射基底関数補間法

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi(||\mathbf{x} - \mathbf{x}_i||) + \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + b$$

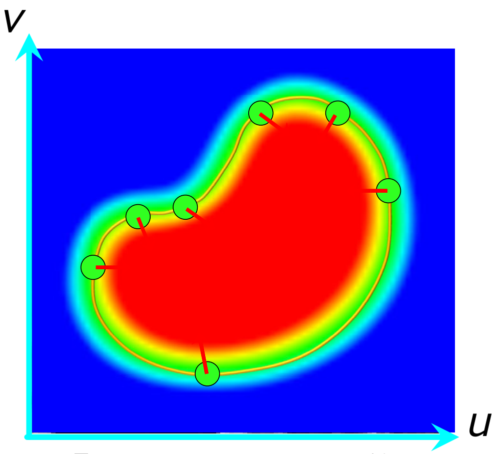
$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 0$, $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i \mathbf{x}_i = 0$

$\varphi(t) = t^3$ ：tri-harmonic カーネル

$f(\mathbf{x}_i) = y_i$ を代入し未知数$\alpha_i, \mathbf{a}, b$を求める.



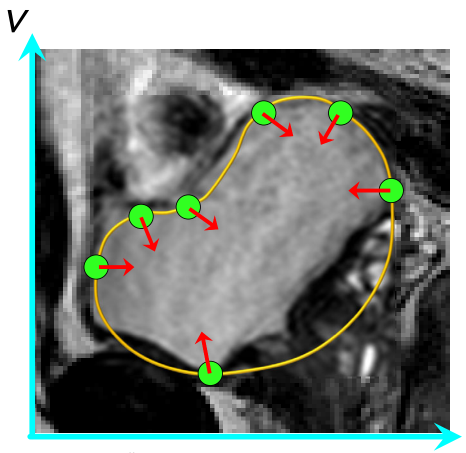
曲面再構成法：陰関数曲面再構成 [Turk and O'Brien 02]



図は[Ijiri et al. EUROGRAPHICS 2013]より

1. 境界の通る点・法線を指定
2. uv空間にスカラー場fを構築
   $f(\mathbf{x}) = 0$、$\nabla f(\mathbf{x}) = \mathbf{n}$
3. スカラー場のゼロセットを抽出

陰関数曲面再構成による領域分割



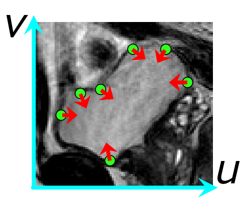
図の出典[Ijiri et al. EUROGRAPHICS 2013]

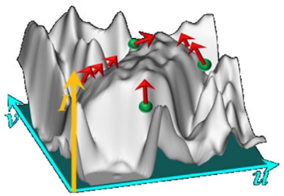
<u>問題：画像のエッジを追従しない</u>

→動的輪郭モデルで境界を動かす
[Aliroteh M et. al. 2007]

→Bilateral空間への拡張
[Ijiri et al 2013]

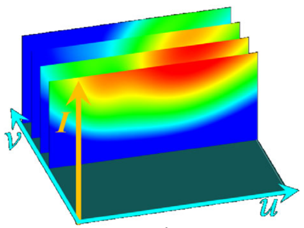
陰関数曲面再構成による領域分割 [Ijiri et al 2013]



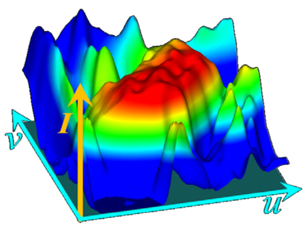


1) Bilateral空間の画像多様体を構築

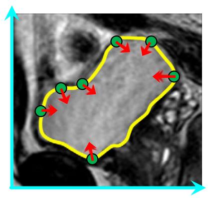
画素値を高さとみなす
と画像は曲面をなす



2) Bilateral空間に
スカラー場構築

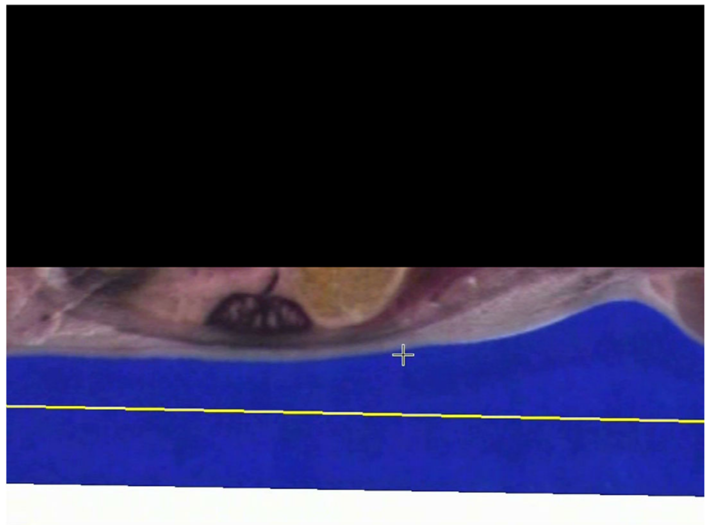


3) 画像多様体上でスカラー値
をサンプリング



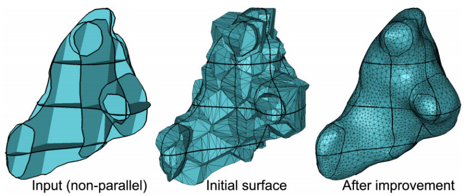
4)ゼロ等値面を
境界として出力

陰関数曲面再構成による領域分割 [Ijiri et al 2013]

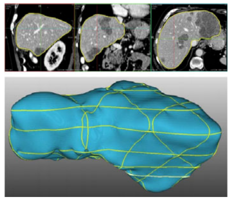


まとめ：曲面再構成法を応用した領域分割

形状モデリングのための技術を3次元領域分割へ転用
輪郭線制約から三次元境界曲面を生成する
直接的曲面再構成：輪郭線頂点を直接つなぎ境界面を構築
陰関数曲面再構成：輪郭線から滑らかなスカラー場を構築しそのゼロ等値面を出力



直接的再構成 [Lie et. al. *CGF 2008*]



陰関数曲面再構成 [Heckel et. al. VCBM 2011]

TURK G., O'BRIEN J. F.: Modelling with implicit surfaces that interpolate. *ACM TOG* 21, 4(2002), 855–873.
Heckel F., et. al. : Interactive 3D medical image segmentation with energy-minimizing implicit function. VCBM 35, 2(2011),275–287.
Liu L. et. al. : Surface reconstruction from non-parallel curve networks. *CGF* 27, 2(2008), 155–163.
Takashi Ijiri, et. al. Bilateral Hermite Radial Basis Functions for Contour-based Volume Segmentation. CGF, 2013.

まとめ：画像領域分割

- 任意の画像（写真, CT, MRI, 顕微鏡）、任意の関心領域(人物、臓器、腫瘍、細胞内小器官)に対し良い結果を出せる『オールマイティ』な領域分割法は未だ実現されていない
- ユーザは、対象に応じて手法を注意深く選択することが大切(選択肢が多くあることを知っておくだけでも)
- 高度情報処理演習（後期）で領域分割を取り扱うかも