デジタルメディア処理2

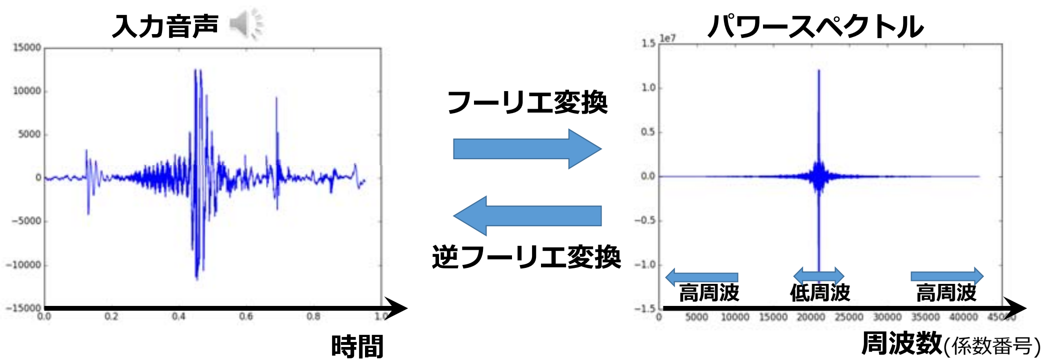
担当: 井尻 敬

Contents

フーリエ変換とは（音）

FourierSound.py（python）

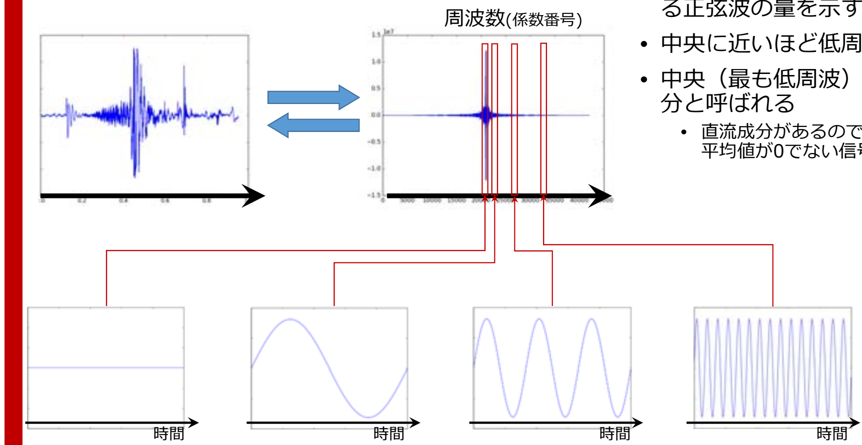
- 横軸が時間の関数を、横軸が周波数の関数に変換する手法



フーリエ変換とは（音）

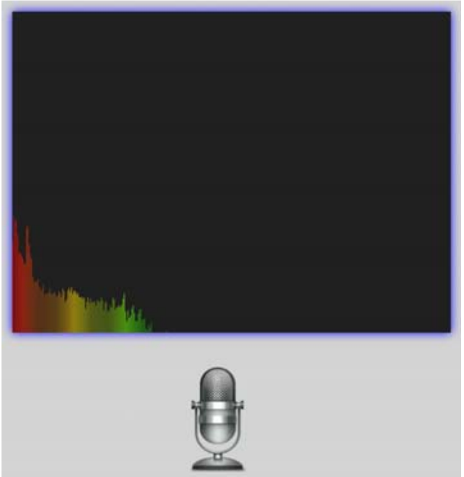
FourierSound.py

- フーリエ変換後の関数は元信号に含まれる正弦波の量を示す
- 中央に近いほど低周波，外ほどが高周波
- 中央（最も低周波）は，定数項で直流成分と呼ばれる
  - 直流成分があるので正弦波の組み合わせでも平均値が0でない信号を作れる



※下の波はイメージ

※本来はもっともっと細かいです。



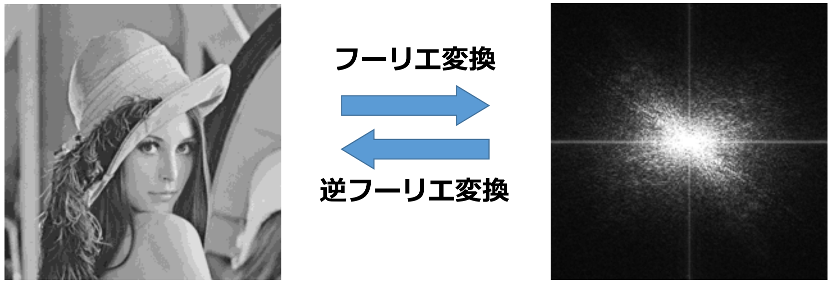
音の実時間フーリエ変換

データ量に依存するが1D/2D
のフーリエ変換は高速なので
実時間解析可能

Spector Analyzer
by Hidetomo Kataoka @ 立命館大

フーリエ変換とは （画像）

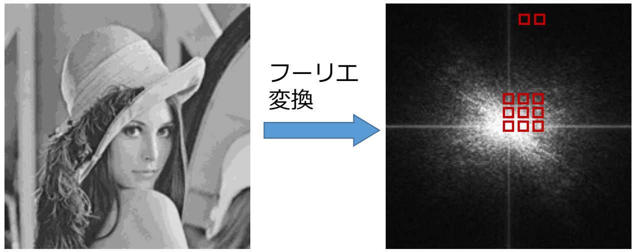
- 横軸が時間/空間の関数を、横軸が周波数の関数に変換する手法

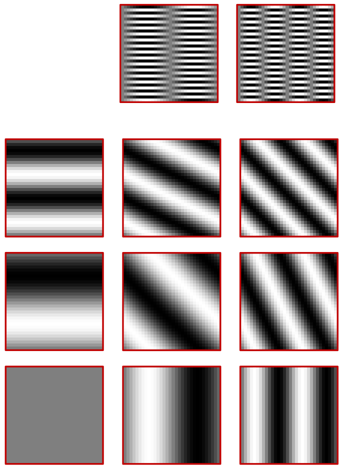


画像
(2D空間に画素が並ぶ)

周波数画像
(画素は特定周波数の大きさを示す)

フーリエ変換とは （画像）





この図はイメージです
本来は現画像と同サイズで
もっと細かいです

- フーリエ変換後の画像の画素は元信号に含まれる正弦波の量を示す
- 中央付近が低周波，外側が高周波
- 中央画素は，定数項（直流成分）

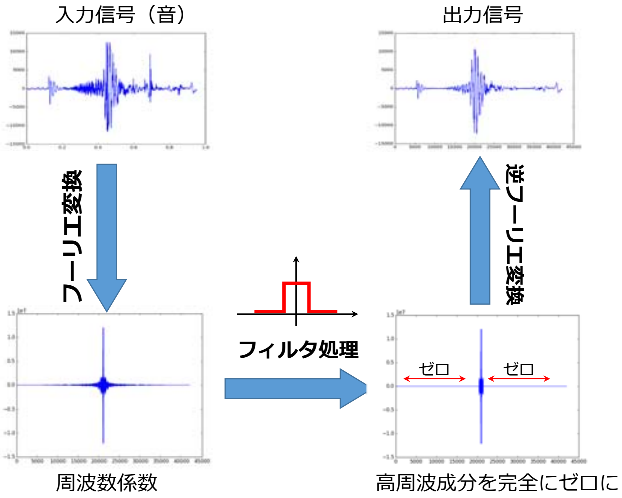
→ 任意の画像はしましま画像の和で表現できる

フーリエ変換とは （画像）

FourierPaint.py
FourierImg.py

周波数フィルタリング（音）

FourieSound.py



フーリエ変換により周波数を考慮したfilterが設計できる

1. フーリエ変換し
2. 周波数空間でフィルタを掛け
3. 逆フーリエ変換

周波数フィルタリング（音）

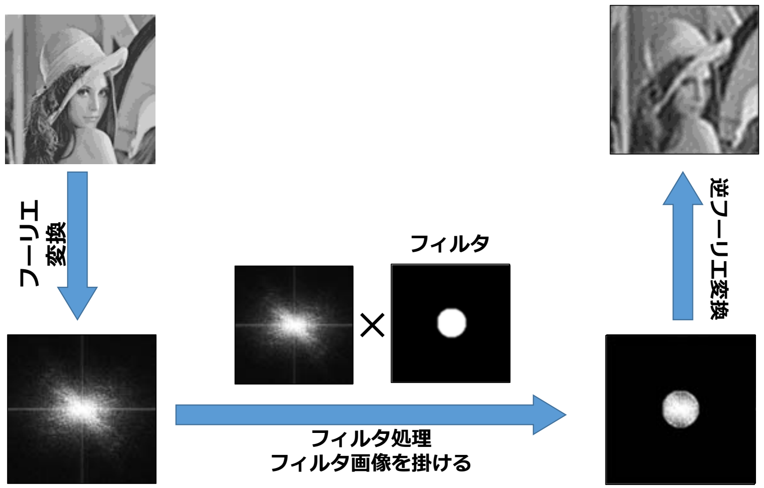
イコライザ

周波数ごとにボリュームを調整する音質調整器

1. 音源をフーリエ変換し
2. 周波数ごとにフィルタを掛け
3. 逆フーリエ変換

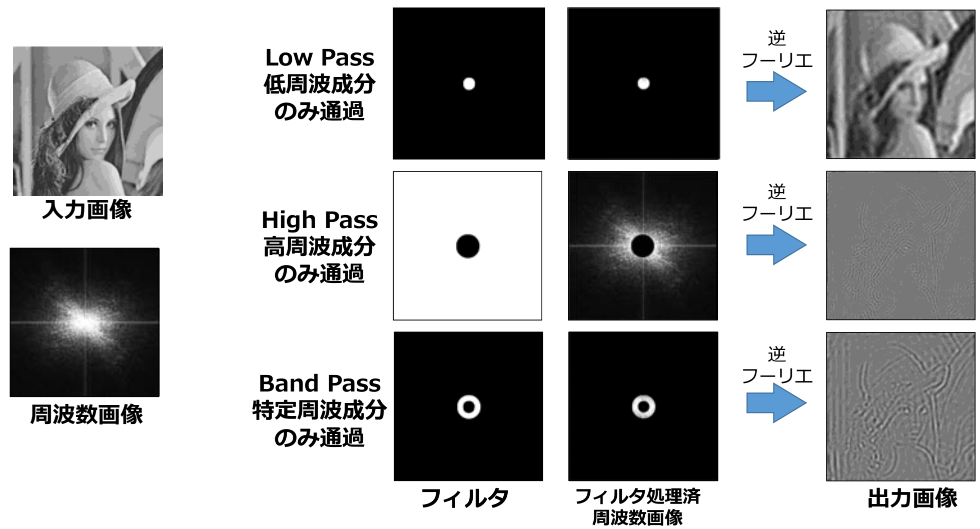
Itunesのイコライザ

周波数フィルタリング（画像）



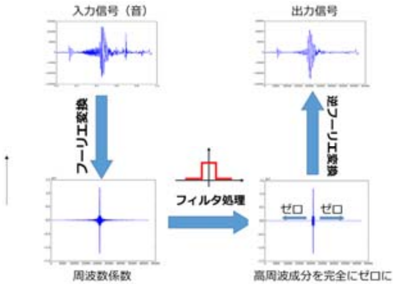
説明のためLowpassの
半径を大きく可視化
本当はもっと小さい

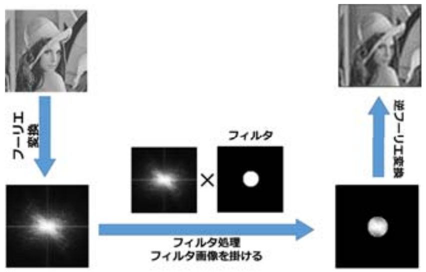
周波数フィルタリング（画像）



まとめ：音・画像のフーリエ変換の概要

- フーリエ変換は，横軸時間の関数を横軸周波数の関数に変換する
  - 逆フーリエ変換も定義される
  - 2次元フーリエ変換は画像へ適用できる
  - 周波数空間でフィルタ処理すると，周波数に特化した信号処理が可能





Contents

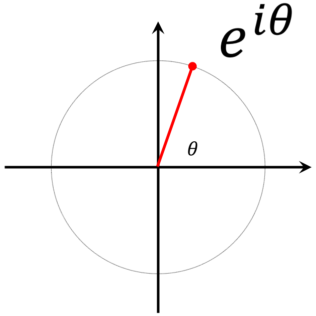
- フーリエ変換の概要
- **フーリエ級数展開とフーリエ変換**
- 離散フーリエ変換とその性質
- 周波数フィルタリング

本講義では，フーリエ変換の意味的な理解と画像処理応用に重点を置きます．
証明と導出は（少しだけしか）扱いません．

詳しく知りたい人は「**金谷先生:これなら分かる応用数学教室**」を強くお勧めします．

オイラーの式

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$



$e^{i\theta}$ はガウス平面における単位円に乗る

これはもうこういう表記法だと思って覚えてください

練習

三角関数を合成せよ

- $a\sin\theta + b\cos\theta$

複素数の積を求めよ

- $a(\cos\theta + i\sin\theta) * b(\cos\phi + i\sin\phi)$

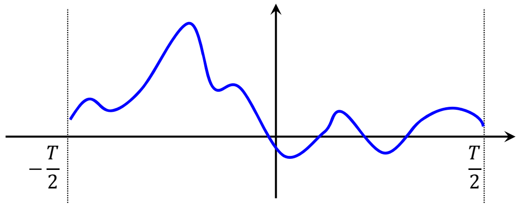
以下の関係を証明せよ

- $e^{i\theta}e^{i\phi} = e^{i(\theta+\phi)}$
- $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$
- $\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$
- $\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$

フーリエ級数

区間$\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

フーリエ級数で表現できる.



$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_0 t+b_k\sin k\omega_0 t)$$

$$a_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos k\omega_0\, t\, dt$$

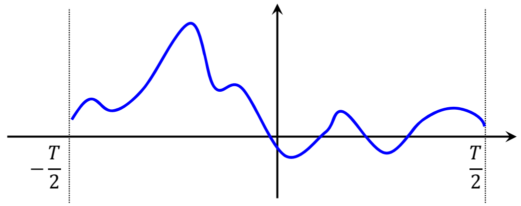
$$b_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin k\omega_0 t\, dt$$

$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ ：基本周波数

フーリエ級数

区間$\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

フーリエ級数で表現できる.



$$f(t)=\frac{a_0}{2}$$

$$+a_1\cos 1\omega_0 t+b_1\sin 1\omega_0 t$$

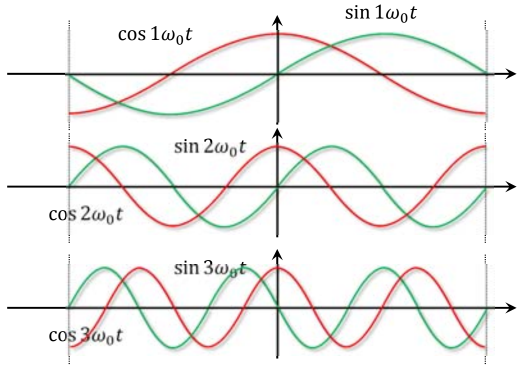
$$+a_2\cos 2\omega_0 t+b_2\sin 2\omega_0 t$$

$$+a_3\cos 3\omega_0 t+b_3\sin 3\omega_0 t$$

$$+\cdots$$

基本周波数

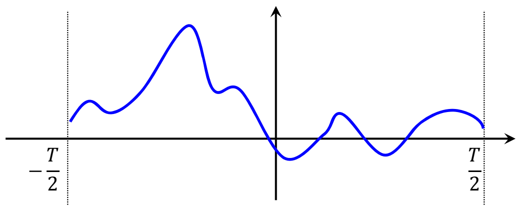
$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$



フーリエ級数

区間$\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

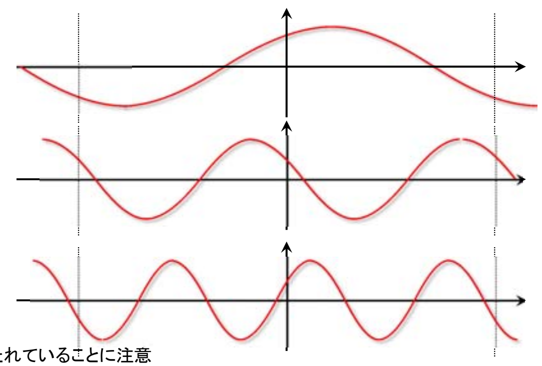
フーリエ級数で表現できる.



$$f(t)=\frac{a_0}{2}$$

$$+a_1'\sin(1\omega_0 t+\phi_1)$$
$$+a_2'\sin(2\omega_0 t+\phi_2)$$
$$+a_3'\sin(3\omega_0 t+\phi_3)$$

$$+\cdots$$



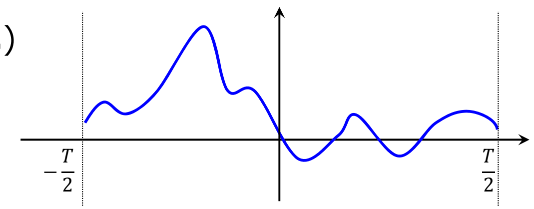
「sin と cos の振幅を変えて足す」とも思えるが、
「a_k と b_k で振幅と位相ずれを制御する」とも見てもよい

位相がずれても、$-\frac{T}{2}$と$\frac{T}{2}$における位置は同じなので、周期性は保たれていることに注意

フーリエ級数(複素数表記)

区間$\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

フーリエ級数で表現できる.



$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ik\omega_0 t}$$

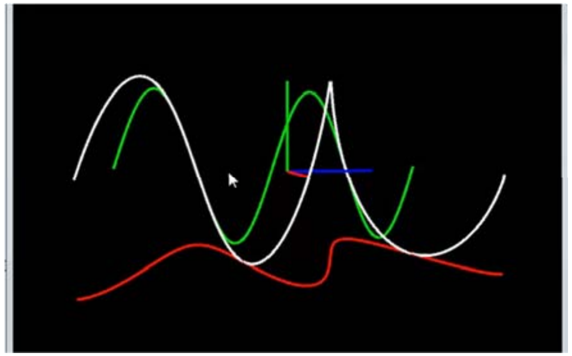
$$C_k=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}dt$$

この複素数表記された
正弦波を重ね合わせていることは分かるんだけど、
$\cos k\omega_0 t$, $\sin k\omega_0 t$ に比べてイメージしにくい

フーリエ級数(複素数表記)

$f(t) = e^{ik\omega_0 t} = \cos k\omega_0 t + i \sin k\omega_0 t$

この正弦波は何なのか？



赤が実軸
緑が虚軸
青が時間軸

https://www.youtube.com/watch?v=YjEkBjDhbr4

フーリエ級数(複素数表記)

区間$\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

フーリエ級数で表現できる.

$$
\begin{aligned}
f(t) &= C_0 \\
&+C_1 e^{i1\omega_0 t} - C_{-1} e^{-i1\omega_0 t} \\
&+C_2 e^{i2\omega_0 t} - C_{-2} e^{-i2\omega_0 t} \\
&+C_3 e^{i3\omega_0 t} - C_{-3} e^{-i3\omega_0 t} \\
&+\cdots
\end{aligned}
$$

複素数の掛け算 $Ce^{i\omega t}$ は
$C = r(\cos\phi + i \sin\phi)$とすると、
$Ce^{i\omega t} = re^{i\omega t + \phi}$ となる

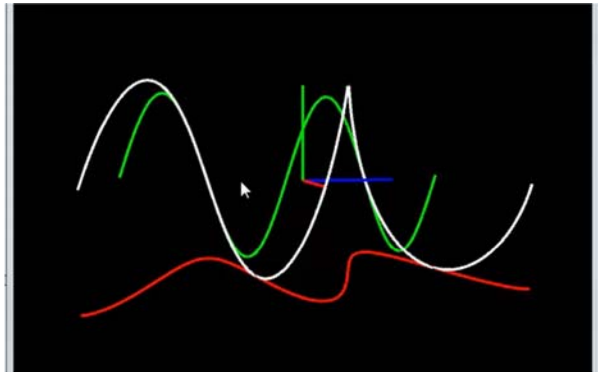
つまり，Cを掛けるというのは、
$e^{i\omega t}$に対し位相をθずらしてr 倍する
操作だといえる

フーリエ級数(複素数表記)

区間$\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$上の連続関数$f(t)$は、

フーリエ級数で表現できる.

$$
\begin{aligned}
f(t) &= C_0 \\
&+C_1 e^{i1\omega_0 t} - C_{-1} e^{-i1\omega_0 t} \\
&+C_2 e^{i2\omega_0 t} - C_{-2} e^{-i2\omega_0 t} \\
&+C_3 e^{i3\omega_0 t} - C_{-3} e^{-i3\omega_0 t} \\
&+\cdots
\end{aligned}
$$



動画の後半参照 or FourieViz.pdeをprocessingで実行してみてください。

まとめ: フーリエ級数展開

※今回は導出と証明を省きました
詳しく知りたい人は教科書参照

- オイラーの式　$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$

$$e^{i\theta} e^{i\phi} = e^{i(\theta+\phi)},\ \left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta},\ \cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2},\ \sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

- フーリエ級数展開：周期Tを持つ関数は正弦波の重ね合せで表現可

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t),\ \ a_k = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos k\omega_0\, t\, dt,\ \ b_k = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin k\omega_0 t\, dt$$

- フーリエ級数展開 (複素数表現)：
  上式にオイラーの式を代入すると以下のように変形できる

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{ik\omega_0 t},\ C_k = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-ik\omega_0 t} dt$$

練習: 下の式(1)-(3)より，式(4)(5)を導け

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_0 t+b_k\sin k\omega_0 t) \quad \dots(1)$$

$$a_k=\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos k\omega_0\, t\,dt \quad \dots(2)$$

$$b_k=\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin k\omega_0 t\,dt \quad \dots(3)$$

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ik\omega_0 t} \quad \dots(4)$$

$$C_k=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}dt \quad \dots(5)$$

以下のフーリエ級数展開が成り立つものとする，

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_0 t+b_k\sin k\omega_0 t), \quad \dots(1)$$

$$a_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos k\omega_0\, t\,\mathrm{d}t, \quad \dots(2)$$

$$b_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin k\omega_0 t\,\mathrm{d}t\,. \quad \dots(3)$$

一方オイラーの式より，

$$\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2},\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i} \quad \dots(4)$$

が得られる．

式(4)を式(1)へ代入し整理すると、

$$\begin{aligned}f(t)&=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\frac{e^{ik\omega_0 t}+e^{-ik\omega_0 t}}{2}+b_k\frac{e^{k\omega_0 t\theta}-e^{-k\omega_0 t\theta}}{2i}\right)\\&=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k(e^{ik\omega_0 t}+e^{-ik\omega_0 t})-ib_k\left(e^{k\omega_0 t\theta}-e^{-k\omega_0 t\theta}\right)\right)\\&=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\left((a_k-ib_k)e^{ik\omega_0 t}+b_k(a_k+ib_k)e^{-k\omega_0 t\theta}\right)\\&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ik\omega_0 t} \quad \dots(5)\end{aligned}$$

ただし，

$$C_k=\begin{cases}\dfrac{a_k-ib_k}{2} & k>0\\ \dfrac{a_0}{2} & k=0\\ \dfrac{a_{-k}+ib_{-k}}{2} & k<0\end{cases} \quad \dots(6)$$

と置いた．

また，式(6)に式(2)(3)を代入し整理すると，

$$\begin{aligned}\frac{a_k-ib_k}{2}&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos k\omega_0\, t\,dt-i\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin k\omega_0 t\,\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\left(\cos k\omega_0\, t\,-i\sin k\omega_0 t\right)\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}\mathrm{d}t \quad \dots(7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{a_{-k}+ib_{-k}}{2}&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos -k\omega_0 t\ \,dt+i\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin -k\omega_0 t\,\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\left(\cos k\omega_0\, t\,-i\sin k\omega_0 t\right)\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}\mathrm{d}t \quad \dots(8)\end{aligned}$$

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-i0\omega_0 t}\mathrm{d}t \quad \dots(9)$$

上記(5,6,7,8,9)より，

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ik\omega_0 t}\,, \qquad C_k=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}\mathrm{d}t \quad \dots(10)$$

フーリエ級数展開の複素数表現が得られる．

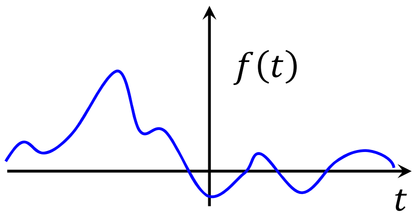
フーリエ変換とは

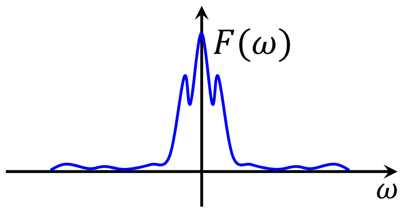
フーリエ変換：

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-i\omega t}dt$$

逆フーリエ変換：

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega$$





- 時間tの関数 $f(t)$ を、周波数ωの関数$F(\omega)$に変換する
- $f(t)$と$F(\omega)$は複素数関数である（$f(t)$は実数関数のことが多い）
- フーリエ級数展開において T → ∞ とすると導出できる

フーリエ変換の導出 – これなら分かる応用数学教室，金谷健一先生著　より

フーリエ変換の導出．

周期 T の関数$f(t), t\in\left[-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right]$は，以下の通りフーリエ級数に展開できる，

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ik\omega_0 t} \quad \dots(1)$$

$$C_k=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-ik\omega_0 t}\mathrm{d}t \quad \dots(2)$$

ここで，$\omega_k=k\omega_0$，$\Delta\omega=\omega_0=\omega_{k+1}-\omega_k=\frac{2\pi}{T}$，$C_k=\frac{F(\omega_k)}{T}$と置くと，(1)より，

$$\begin{aligned}f(t)&=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}F(\omega_k)e^{i\omega_k t}\\&=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}F(\omega_k)e^{i\omega_k t}\,\Delta\omega \quad \dots(3)\end{aligned}$$

が得られる．また，式(2)より

$$F(\omega_k)=\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-i\omega_k t}\mathrm{d}t \quad \dots(4)$$

が得られる．ここで周期 T を$T\to\infty$とすると，$\Delta\omega\to 0$であり，式(3)(4)より下式が得られる，

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega_k)e^{i\omega_k t}\,\mathrm{d}t\,, \quad F(\omega)=\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-i\omega t}\mathrm{d}t \quad \dots(5)$$

この左式を逆フーリエ変換，右式をフーリエ変換と呼ぶ．ただし，式(4)から式(5)の変形に以下の関係を用いた，

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{k=0}^{N-1}f(x_k)\,\Delta x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

ただし，$x_0,x_1,x_2,\dots x_{N-1}$は区間[a, b]を，N 等分する点．

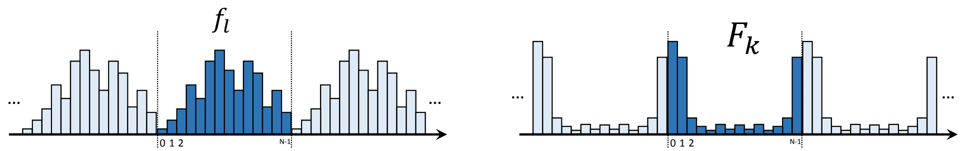
Contents

- フーリエ変換の概要
- フーリエ級数展開とフーリエ変換
- **離散フーリエ変換**
- **周波数フィルタリング**

離散フーリエ変換（1D）

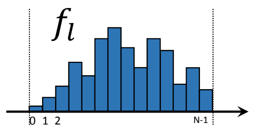
フーリエ変換 $F_k = \frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-i\frac{2\pi kl}{N}}$

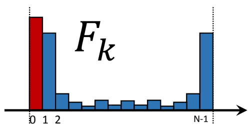
逆フーリエ変換 $f_l = \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i\frac{2\pi kl}{N}}$



- 周期Nの離散値f_lを周期Nの離散値F_kに変換する
- f_lとF_kは複素数（ただしf_lは実数列のことが多い）
- f_lが実数の場合$F_k = \overline{F_{-k}}$が成り立つ（$F_{-k} = F_{N-k}$）

$$f_l = \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i\frac{2\pi kl}{N}}$$





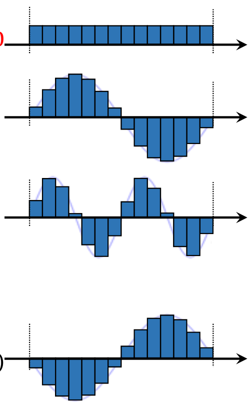
$F_0 \times e^{i\frac{2\pi l}{N}0}$

$F_1 \times e^{i\frac{2\pi l}{N}1}$

$F_2 \times e^{i\frac{2\pi l}{N}2}$

⋮

$F_{N-1} \times e^{i\frac{2\pi l}{N}(N-1)}$



※グラフは全て複素数

- F_0は定数（直流成分）に対応
- F_kは[0,N-1] 区間においてN回振動する正弦波に対応
- K=N/2がもっとも高周波で，k=N-1はk=1の正弦波と同じ周波数（位相は逆）

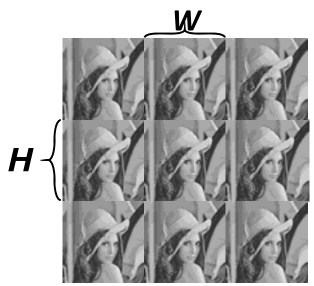
離散フーリエ変換（2D）

フーリエ変換：

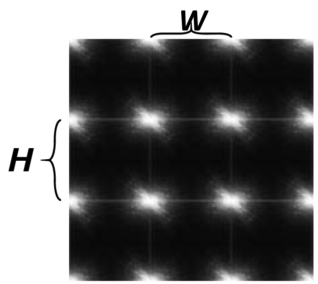
$$F_{uv} = \frac{1}{WH}\sum_{y=0}^{H-1}\sum_{x=0}^{W-1} f_{xy} e^{-\frac{2\pi xu}{W}i} e^{-\frac{2\pi yv}{H}i}$$

逆フーリエ変換：

$$f_{xy} = \sum_{v=0}^{H-1}\sum_{u=0}^{W-1} F_{uv} e^{\frac{2\pi xu}{W}i} e^{\frac{2\pi yv}{H}i}$$



f_{xy}

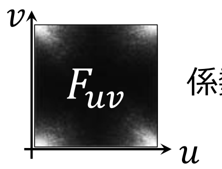


F_{uv}

縦横方向に周期H/Wで繰り返す離散値 f_{xy}を，離散値 F_{uv}に変換

f_{xy}とF_{uv}は複素数列（f_{xy}は画像-実数列-のことが多い）ｖ

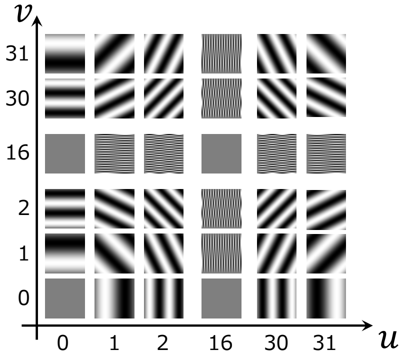
$$f_{xy} = \sum_{v=0}^{H-1}\sum_{u=0}^{W-1} F_{uv}\, e^{\left(\frac{2\pi xu}{W}+\frac{2\pi yv}{H}\right)i}$$



係数画像

W=H=32のときの

$$sin\left(\frac{2\pi xu}{W}+\frac{2\pi yv}{H}\right)$$



$F_{u,v}$は上の (u,v)番目の画像の係数

実際は$F_{u,v}$は複素数画像

- $F_{0,0}$は定数（直流成分）の係数
- $F_{u,v}$は，画像区間において『縦にu回・横にv回振動する正弦波画像』の係数
- $U=v=$N/2がもっとも高周波で，$u=N-1$は$u=1$の正弦波と同じ周波数（位相は逆）

離散フーリエ変換の計算例

$$F_k = \frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-i\frac{2\pi kl}{N}}$$

↑複素数とかでできてややこしそうだけどただの和分

$N = 8$ のとき

入力：$f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7,$

$$F_0 = \frac{1}{8}\left[f_0\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)+f_1\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)+\cdots+f_7\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)\right]$$

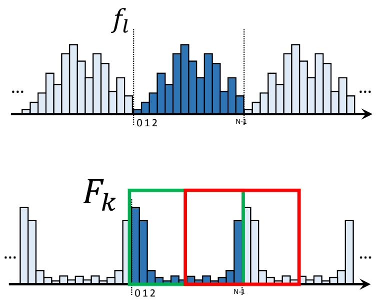
$$F_1 = \frac{1}{8}\left[f_0\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)+f_1\left(\cos\frac{2\pi 1}{N}+i\sin\frac{2\pi 1}{N}\right)+\cdots+f_7\left(\cos\frac{2\pi 7}{N}+i\sin\frac{2\pi 7}{N}\right)\right]$$

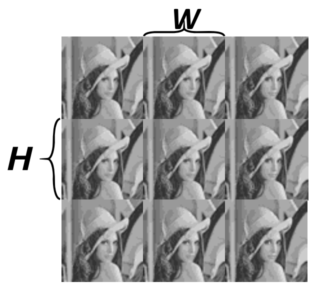
$$F_2 = \frac{1}{8}\left[f_0\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)+f_1\left(\cos\frac{2\pi 2}{N}+i\sin\frac{2\pi 2}{N}\right)+\cdots+f_7\left(\cos\frac{2\pi 14}{N}+i\sin\frac{2\pi 14}{N}\right)\right]$$

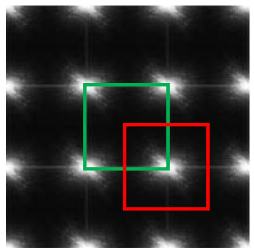
$$F_3 = \frac{1}{8}\left[f_0\left(\cos\frac{2\pi 0}{N}+i\sin\frac{2\pi 0}{N}\right)+f_1\left(\cos\frac{2\pi 3}{N}+i\sin\frac{2\pi 3}{N}\right)+\cdots+f_7\left(\cos\frac{2\pi 21}{N}+i\sin\frac{2\pi 21}{N}\right)\right]$$

⋮

Shiftの話

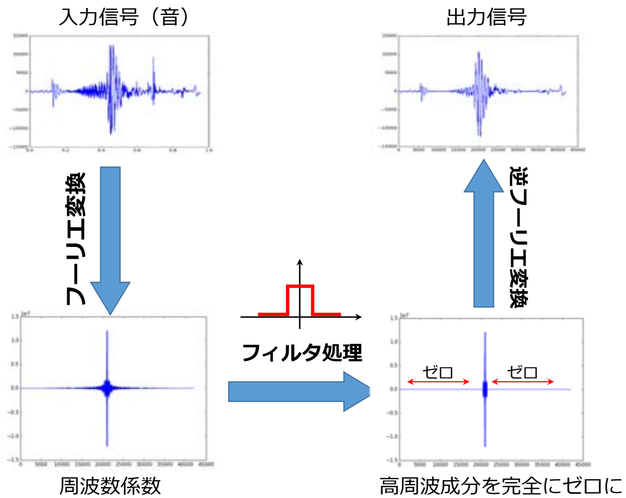






- フーリエ変換を実装すると，ピークが端に来る変換結果になる
  - **上図緑四角**：これは間違いじゃない
  - 低周波成分を中心においたほうが分かりやすいので**上図赤四角**の位置を出力することが多い
  - このshiftを行なう関数が用意されていることも → np.fft.ifftshift()

周波数フィルタリング（音）

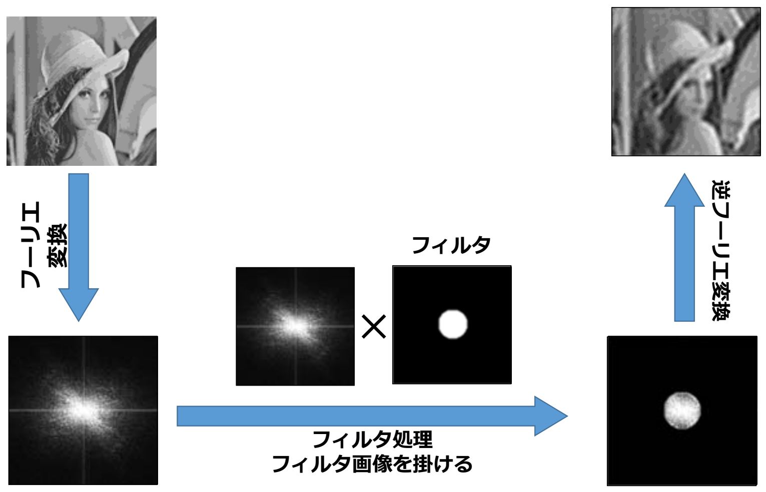


フーリエ変換により周波数を考慮したfilterが設計できる

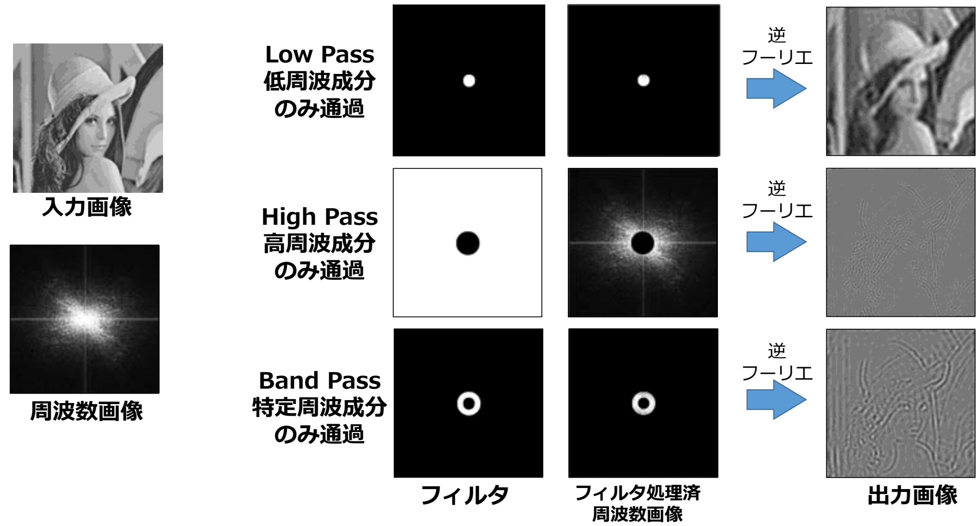
1. フーリエ変換し
2. 周波数空間でフィルタを掛け
3. 逆フーリエ変換

さっきのスライドです！

周波数フィルタリング（画像）



周波数フィルタリング（画像）

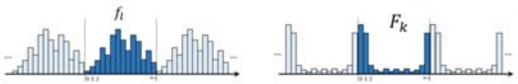


まとめ：離散フーリエ変換と周波数フィルタ

離散フーリエ変換（1D/2D）の実装方法を解説した

フーリエ変換 $$F_k = \frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-i\frac{2\pi kl}{N}}$$

逆フーリエ変換 $$f_l = \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{i\frac{2\pi kl}{N}}$$



周波数空間でマスクを掛ける周波数フィルタを紹介した