ディジタルメディア処理

担当: 井尻 敬

フィルタ処理：トーンカーブ，線形フィルタ

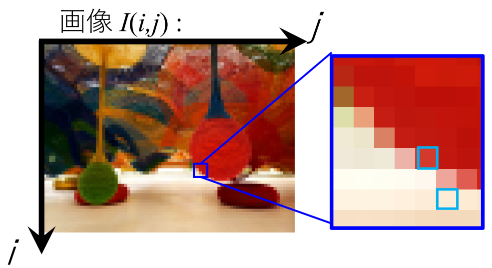
達成目標
- 画素ごとの変換である**トーンカーブ**の機能と効果を説明できる
- **線形フィルタ**の機能と効果を説明できる

Contents
- トーンカーブ
  - 反転, 二値化, ポスタリゼーション, ソラリゼーション, ガンマ変換, カラー画像
- 線形フィルタ
  - 平滑化フィルタ, ソーベルフィルタ，ガウシアンフィルタ，ラプラシアンフィルタ

デジタル画像のフィルタリング

デジタル画像：カラー画像

- 離散値を持つ画素が格子状に並んだデータ
- 画素 : pixel= picture + element
- 例 24bit bitmap :各pixelが(R,G,B)毎に8bit[0,255]の整数値を持つ



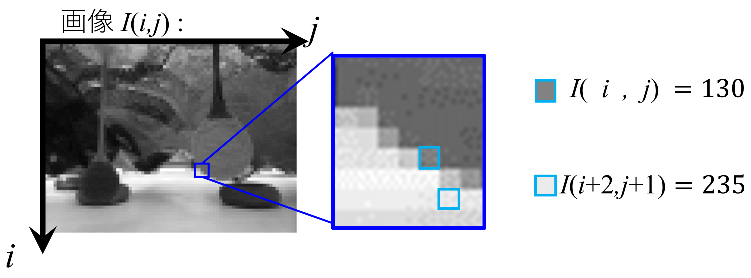
$I(i,j) = \begin{pmatrix} R: 210 \\ G: 58 \\ B: 46 \end{pmatrix}$

$I(i+2,j+1) = \begin{pmatrix} R: 253 \\ G: 236 \\ B: 214 \end{pmatrix}$

※原点位置は左下のことも

デジタル画像：グレースケール画像

- 離散値を持つ画素が格子状に並んだデータ
- 画素：pixel= picture + element
- 例 8bit bitmap :各pixelが8bit [0,255]の整数値を持つ



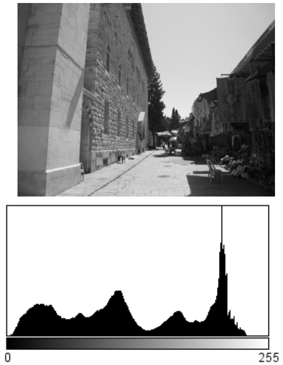
※原点位置は左下のことも

『頻度表（ヒストグラム）』とは

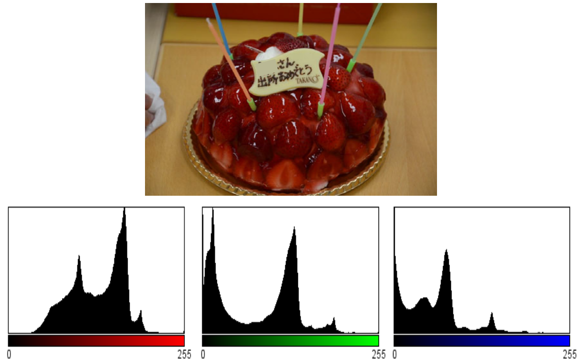
各階調の画素数を数えた表のこと

回転や平行移動に依存しない特徴量 → 画像処理に頻出

グレースケール画像

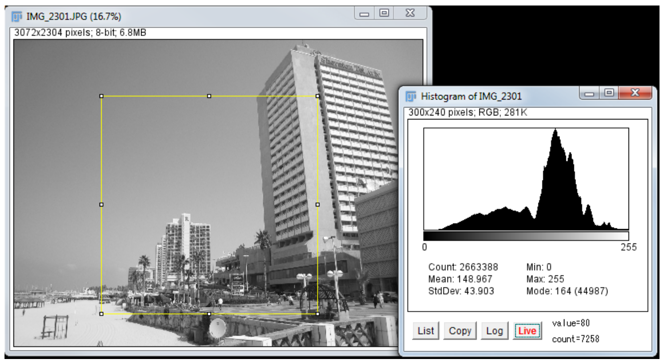


RGBカラー画像



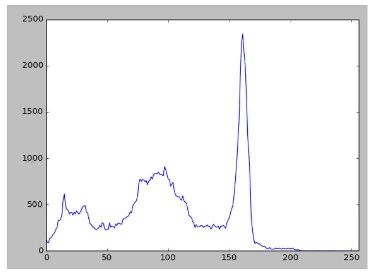
ImageJでヒストグラムを確認してみる

1. ImageJ 起動
2. 画像読み込み
3. Menu > analyze > histogram
4. LiveをOnにすると矩形選択した領域のヒストグラムを確認可能

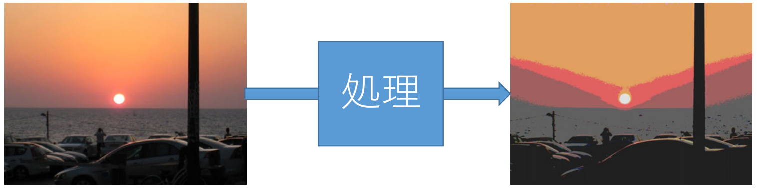



```
import numpy as np
import pylab as plt
import cv2
import itertools
#画像読み込み & グレースケール化
img     = cv2.imread("imgs/sample.png")
img_gry = cv2.cvtColor( img,
cv2.COLOR_BGR2GRAY )

#histogram生成
hist = np.zeros(256)
for y in range(img_gry.shape[0]):
    for x in range(img_gry.shape[1]):
        hist[ img_gry[y,x] ] += 1

#windowを生成して画像を表示
cv2.imshow("Image", img_gry )

#histをmatplotlibで表示
plt.plot(hist)
plt.xlim([0,256])
plt.show()
```

ヒストグラムの計算：histograpm.py



デジタル画像のフィルタリング



入力画像に対し計算処理を施し，所望の画像に変換する

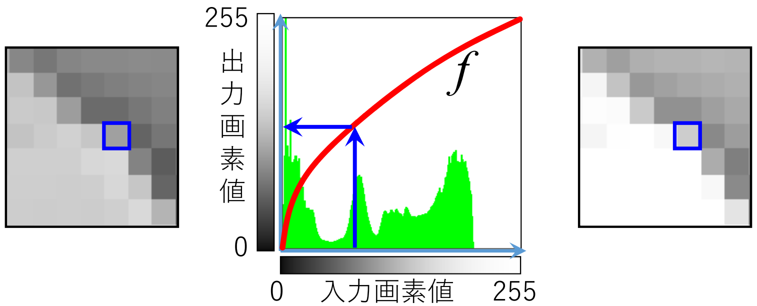
- 特定の周波数を強調する・捨てる（ノイズ除去）
- 画像処理（ステレオ視・領域分割・識別器）の前処理として利用する
- アーティスティックな効果を得る

トーンカーブ

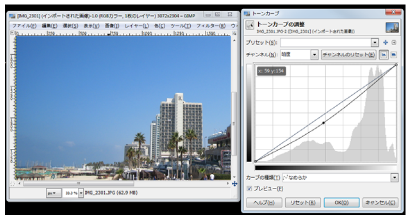
ToneCurve.exe (C++)
Image>Adjust>Window/Level (ImageJ)

トーンカーブ

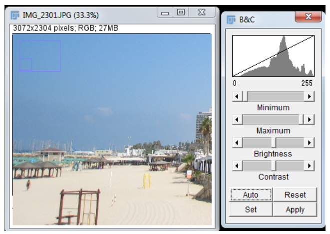
- 画像は8bit グレースケールとする
- 各画素の値を異なる値に変換する**階調変換関数**を考える
  - 新しい画素値 $=f($画素値$)$
- 階調変換関数を曲線で表現したものを**トーンカーブ**と呼ぶ



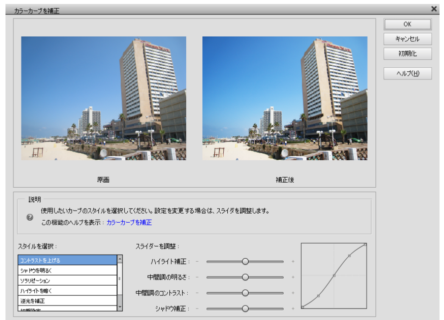
トーンカーブは写真編集の基本ツール



GIMP

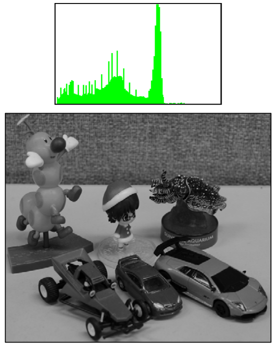


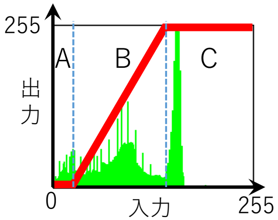
ImageJ: 自由編集でないのでちょっと違うけど

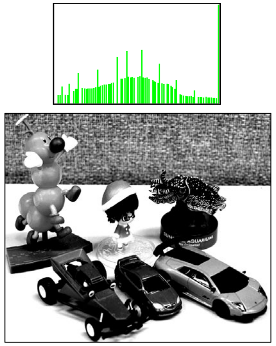


Photoshop Elements カラーカーブ
使いやすいように自由度の限定されたトーンカーブのようなもの
Photoshop CSにはトーンカーブがある（あった）

トーンカーブ: コントラストを上げる

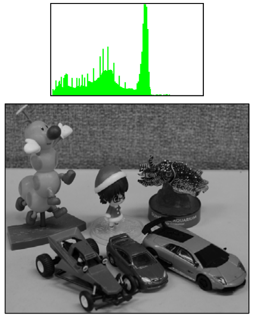


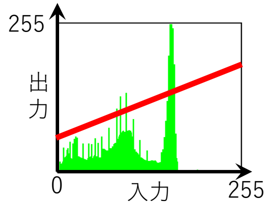


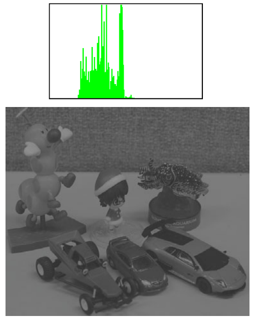


- 領域A：出力画素値0となり黒つぶれ
- 領域C：出力画素値255となり白飛び
- 領域B：傾きが1より大きいため、画素値の取り得る範囲が広がりコントラストが上がる
  画素値は離散値であるため出力ヒストグラムは飛び飛びに

トーンカーブ: コントラストをさげる



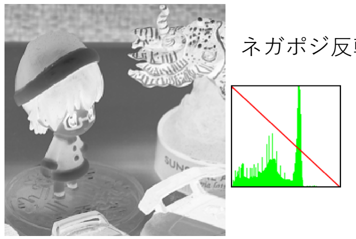




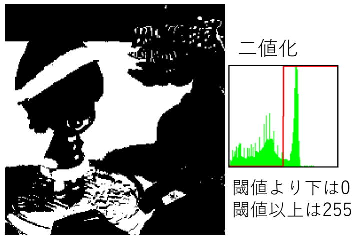
- 傾きが1より小さいため、出力画素値の取り得る範囲が縮まり、コントラストが下がる

トーンカーブ：特殊効果

元画像

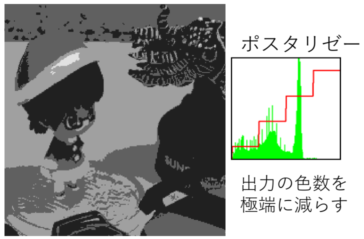


ネガポジ反転



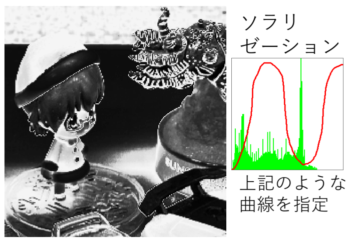
二値化

閾値より下は0
閾値以上は255



ポスタリゼーション

出力の色数を
極端に減らす



ソラリ
ゼーション

上記のような
曲線を指定

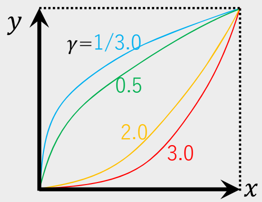
※実装が間に合わず手書きで曲線を与えました。
※本来は関数で与えるべき

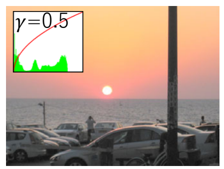
トーンカーブ：ガンマ変換（ガンマ補正）

次のトーンカーブを利用した濃淡変換をガンマ変換と呼ぶ

$$y = 255\left(\frac{x}{255}\right)^{\gamma}$$

x：入力値 [0,255]
y：出力値 [0,255]
γ：パラメータ（>0）





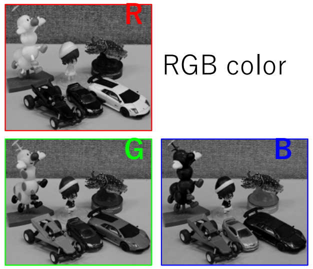
※ RGB各チャンネルにガンマ補正を適用

※ 画像出力デバイスには『**出力値 = (入力値)$^{\gamma}$**』と言う関係があり、この特性を補正する目的で上記の関数が用いられていた。これを画像の補正に利用したのがガンマ変換

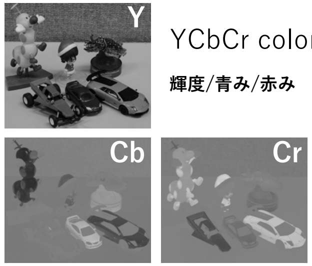
トーンカーブ：カラー画像への適用

カラー画像をトーンカーブで編集するとき …

- RGBの各チャンネルにトーンカーブの画素値変換を適用
- YCbCr Colorに変換し輝度値成分（Y）のみに変換を適用
- その他



RGB color

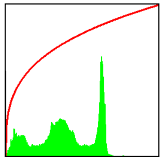


YCbCr color

輝度/青み/赤み

トーンカーブ：カラー画像への適用

入力画像

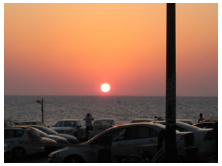


$\gamma=0.3$
のガンマ変換

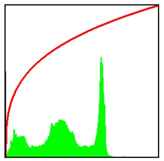
RGB各チャンネル

YCbCrの輝度Yのみ

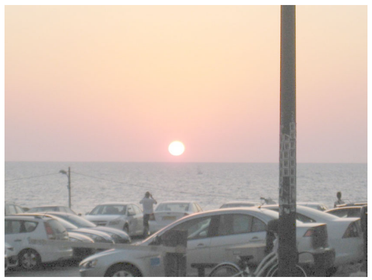
トーンカーブ：カラー画像への適用



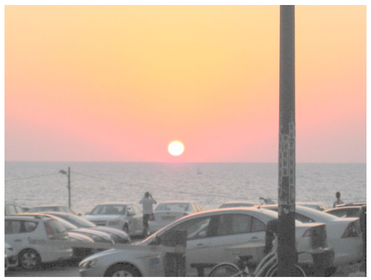
入力画像



$\gamma=0.3$
のガンマ変換

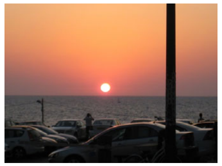


RGB各チャンネル

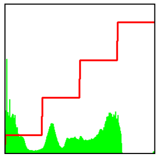


YCbCrの輝度Yのみ

トーンカーブ：カラー画像への適用



入力画像



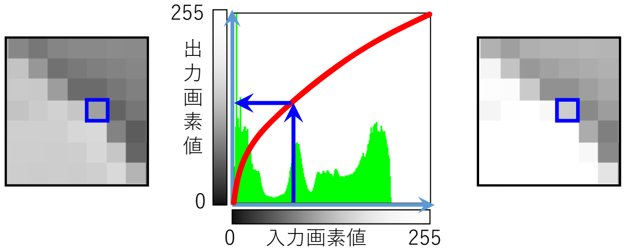
ポスタリゼーション

RGB各チャンネル

YCbCrの輝度Yのみ
（Cb・Crの階調数は減らない）

トーンカーブ：まとめ

- トーンカーブ : 各画素の輝度値・色を変換する**階調変換関数**
- 画像の見栄えの編集に利用される
- キーワード: コントラスト変換・ネガポジ反転・ポスタリゼーション・ソラリゼーション・2値化・ガンマ補正



線形フィルタ

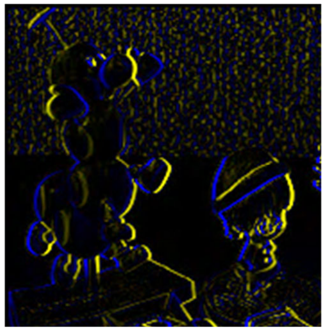
線形フィルタの例

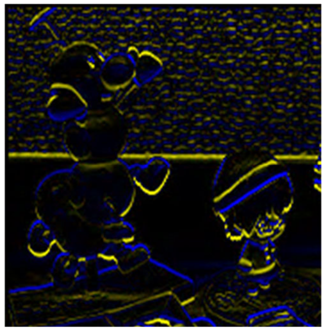

ぼかす


鮮鋭化

線形フィルタの例


エッジ抽出


縦方向

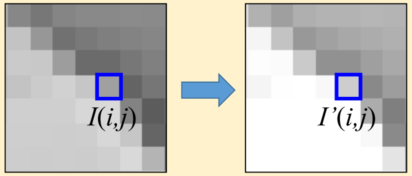

横方向

空間フィルタとは

- 空間フィルタとは周囲の情報を利用して画素値を決めるフィルタ
- 空間フィルタは、線形フィルタと非線形フィルタに分けられる

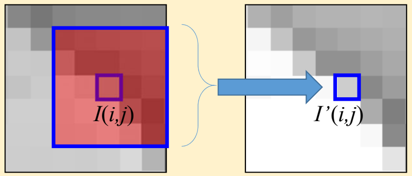
トーンカーブ：
出力画素 $I'(i,j)$ を求めるのに
入力画素 $I(i,j)$のみを利用

入力画像 : $I(i,j)$ 出力画像 : $I'(i,j)$



空間フィルタ：
出力画素 $I'(i,j)$ を求めるのに
入力画素 $I(i,j)$の周囲画素も利用

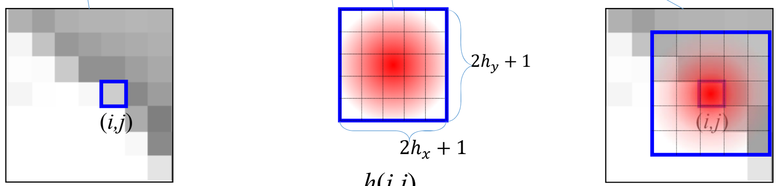
入力画像 : $I(i,j)$ 出力画像 : $I'(i,j)$



線形フィルタとは

出力画素値を，入力画像の周囲画素の重み付和で計算する

$$I'(i,j) = \sum_{m=-h_y}^{h_y} \sum_{n=-h_x}^{h_x} h(m,n)\ I(i+m,j+n)$$



$I'(i,j)$
出力画像

$h(i,j)$
フィルタ
各画素に重みが入っている

$I(i,j)$
入力画像

線形フィルタの例 1D

33	15	22	11	26	32	12	22	15	94	108	98	111	121	102

$\frac{1}{3}22+\frac{1}{3}11+\frac{1}{3}26$
$=20$

$\frac{1}{3}11+\frac{1}{3}26+\frac{1}{3}32$
$=23$

			20	23										

平滑化したい!

1/3	1/3	1/3

周囲３ピクセル
の平均を取る

線形フィルタの例 1D

33	15	22	11	26	32	12	22	15	94	108	98	111	121	102	102

27	23	16	20	23	23	22	16	44	72	100	106	110	111	108

※端ははみ出すので値をコピー（ほかの方法もある）

平滑化したい!

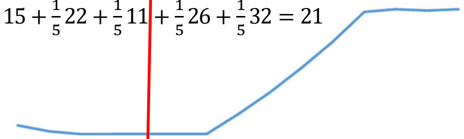
1/3	1/3	1/3

周囲３ピクセル
の平均を取る

線形フィルタの例 1D

33	33	33	15	22	11	26	32	12	22	15	94	108	98	111	121	102	102	102

$$\frac{1}{5}15+\frac{1}{5}22+\frac{1}{5}11+\frac{1}{5}26+\frac{1}{5}32=21$$



27	23	21	21	21	21	21	35	50	67	85	106	108	107	108

もっと
平滑化したい!

1/5	**1/5**	**1/5**	**1/5**	**1/5**

周囲5ピクセル
の平均を取る

線形フィルタの例 1D

33	33	33	15	22	11	26	32	12	22	15	94	108	98	111	121	102	102	102

$$-\frac{1}{2}15+\frac{1}{2}108=46.5$$

-9	-6	-2	2	11	-7	-5	2	36	47	2	2	12	-5	-10

※端ははみ出すので値をコピー（ほかの方法もある）

エッジ
（変化の大きい部分）
を検出したい

-0.5	**0**	**0.5**

右と左のピクセルの
差をとる

線形フィルタ：平滑化

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{25}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

LinaerFilter.exe (C++)
convolution1.py (python)
Process>Filters>Convolve (ImageJ)

線形フィルタ：ガウシアンフィルタ

係数をガウス分布に近づけ
中央ほど強い重みに

$\frac{1}{16}$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

$\frac{1}{256}$

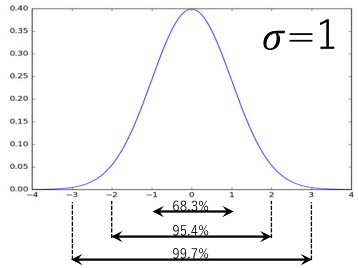
1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1



線形フィルタ：ガウシアンフィルタ

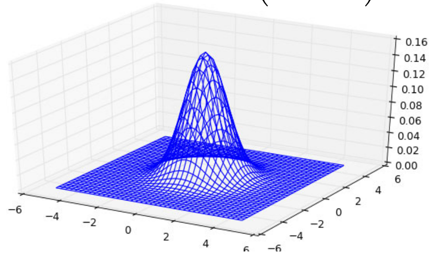
ガウス関数1D

$$g_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)$$

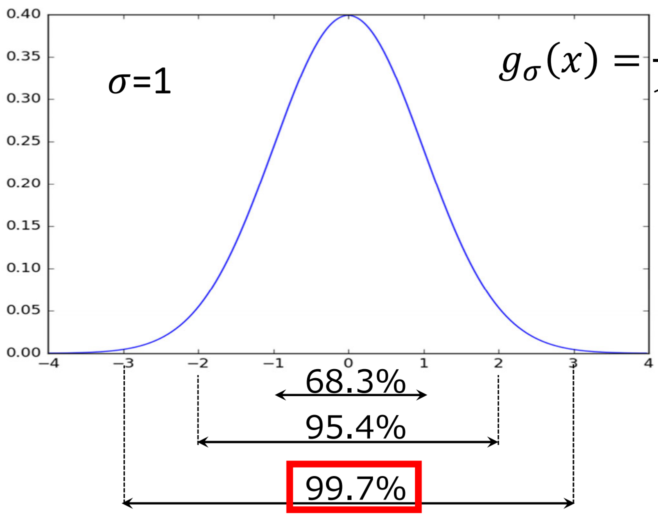


ガウス関数2D

$$g_\sigma(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right)$$



これを重みにして線形フィルタをしたい
さすがに3x3は精度が悪くない？？

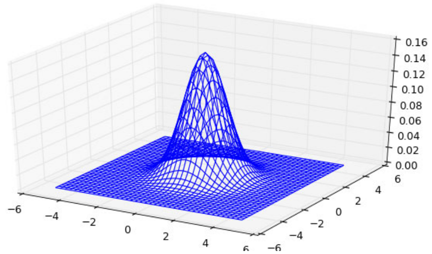


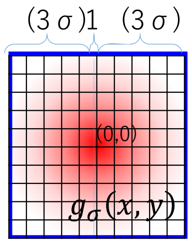
$$g_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)$$

線形フィルタ：ガウシアンフィルタ

課題によっては『3×3』や『5×5』の窓では精度が悪い

→精度を出すには窓の半径を 3σ程度にすべき
（計算時間はかかる）





例）σ ＝5 pixelの
ガウシアンフィルタ
↓
サイズは31×31が適当

線形フィルタ：エッジ検出（微分）

関数 $f(x,y)$ のx軸, y軸方向の偏微分は以下の通り定義され、

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x-h,y)}{2h}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x,y+h)-f(x,y-h)}{2h}$$

また，$f(x,y)$の勾配 $\nabla f(x,y)$は2次元ベクトルであり，

$$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix}$$

点(x,y)において$f(x,y)$の増加が一番大きくなる方向を示す

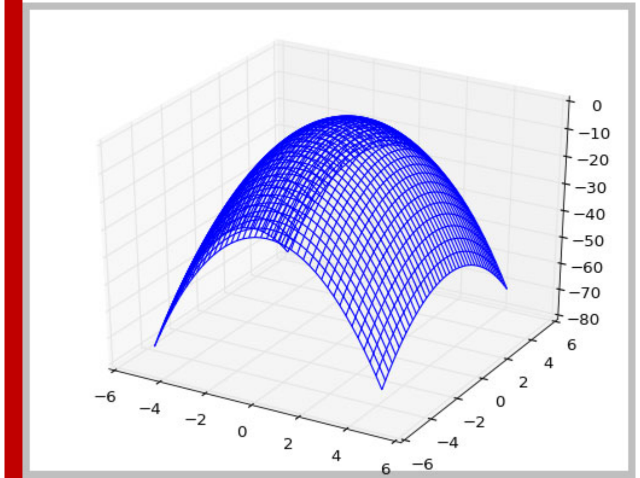
※微分の復習.

練習.

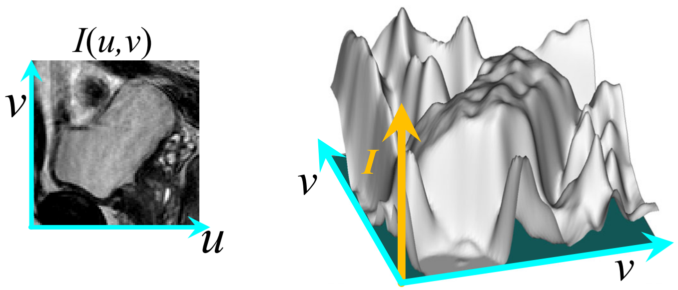
$$f(x,y) = -2x^2 - y^2$$

上記の関数の(1,1), (2,3)における勾配を計算し、さらに図示せよ

$f(x,y) = -2x^2 - y^2$



線形フィルタ：エッジ検出（**微分**）



グレースケール画像 $I(u,v)$ は，高さ関数 $z = I(u,v)$ と見なせる
なので関数 $I(u,v)$ の勾配（微分）は計算できそう
$I(u,v)$ の勾配は，画像の変化の大きい方向を表す

画像の出典 [Ijiri et al 2013, Eurographics]

線形フィルタ：エッジ検出（**微分**）

2次元関数 $f(x,y)$ のx方向偏微分

$$f_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x,y)-f(x-h,y)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x-h,y)}{2h}$$

画像 $I(i,j)$ の横方向偏微分 (近似)

$$I_j(i,j) \approx I(i,j+1) - I(i,j) \quad \ldots(a)$$

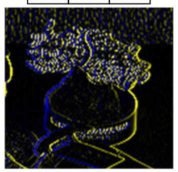
$$\approx I(i,j) - I(i,j-1) \quad \ldots(b)$$

$$\approx \frac{I(i,j+1)-I(i,j-1)}{2} \quad \ldots(c)$$

※$h = pitch$ (画素サイズ) = 1 と近似

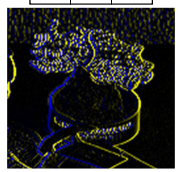
※ 正値:黄色，
負値:青 で可視化

0	0	0
0	-1	1
0	0	0



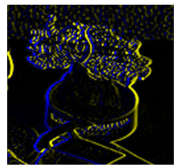
(a)

0	0	0
-1	1	0
0	0	0



(b)

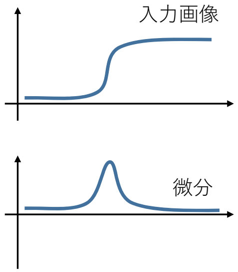
0	0	0
-1/2	0	1/2
0	0	0



(c)

線形フィルタ：エッジ検出(微分)

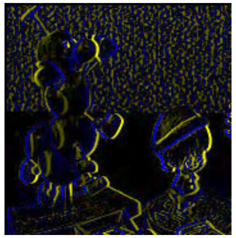
$I(i,j)$ 入力画像



微分フィルタには画像のエッジで強く応答する

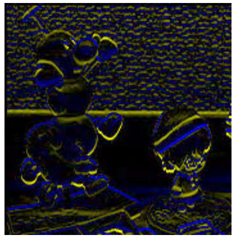
0	0	0
-1/2	0	1/2
0	0	0

$I_j(i,j)$
横方向微分



0	-1/2	0
0	0	0
0	1/2	0

$I_i(i,j)$
縦方向微分



線形フィルタ :エッジ検出（**微分**）

- 前述の単純なフィルタはノイズにも鋭敏に反応する
- ノイズを押さえつつエッジを検出するフィルタが必要

横方向微分 ： 横方向微分 し 縦方向平滑化 する
縦方向微分 ： 縦方向微分 し 横方向平滑化 する

Prewitt filter

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

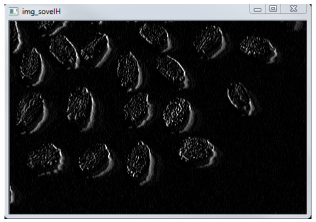
Sobel filter

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

元画像

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1



0	0	0
-4	0	4
0	0	0

微分フィルタの正値を可視化

Sobelフィルタではノイズが削減されているのが分かる

フィルタ処理

- 右の7x7 画像に対して…
  1. 横方向Sobelフィルタを適用せよ
  2. 縦方向Sobelフィルタを適用せよ
  3. ガウシアンフィルタを適用せよ

4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3

入力画像

横Sobel

縦Sobel

ガウシアン

4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3
4	4	4	1	2	3	3

入力画像

フィルタ処理

	a					
				b		

出力画像

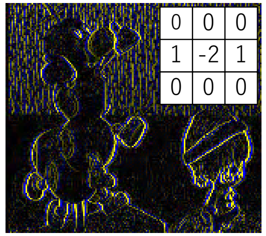
線形フィルタ：2階微分

関数 $f(x,y)$ の2階偏微分は，以下の通り定義される

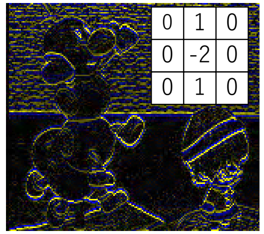
$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h,y) - 2f(x,y) + f(x-h,y)}{h^2}$$

画像 $I(i,j)$ の2階偏微分の近似は…

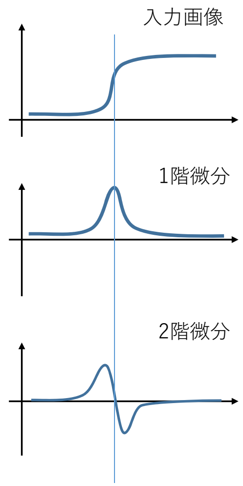
$$I_{jj} = I(i,j+1) - 2I(i,j) + I(i,j-1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



線形フィルタ：ラプラシアンフィルタ

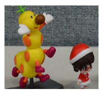
関数 $f(x,y)$ のラプラシアン

$$\Delta f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

画像 $I(i,j)$ のラプラシアン

$$I(i,j) = I_{ii} + I_{jj}$$

$\Delta I(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} *$  $+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} *$ 

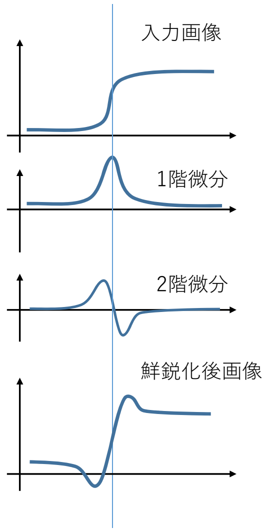
$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} *$ 

ラプラシアンフィルタ

『＊』はフィルタ処理

$\Delta I(u,v)$

方向に依存しないエッジが一度で得られる
エッジをまたぎ正負の対が現れる
白→黒 なら [0-+0]が現れる



線形フィルタ：鮮鋭化フィルタ

2回微分に関するラプラシアンフィルタを改良すると
画像のエッジを強調する鮮鋭化フィルタが設計できる

	?	

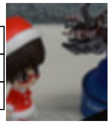

まとめ: 線形フィルタ

出力画素値を周囲画素の重み付和で計算するフィルタ

$$I'(i,j) = \sum_{m=-h_y}^{h_y} \sum_{n=-h_x}^{h_x} h(m,n)\ I(i+m, j+n)$$

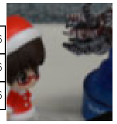
平滑化フィルタ

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9



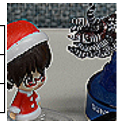
ガウシアンフィルタ

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

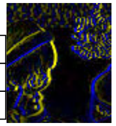


鮮鋭化フィルタ

	?	

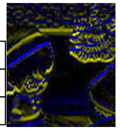


-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1



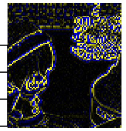
Sobelフィルタ(横)

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1



Sobelフィルタ(縦)

0	1	0
1	-4	1
0	1	0



ラプラシアンフィルタ