デジタルメディア処理2

担当: 井尻 敬

Contents:画像領域分割

- ●画像領域分割とは
- ●閾値法
- ●領域成長法
- <u>● クラスタリング</u>
- ●識別器
- 動的輪郭モデル
- グラフカット法
- 陰関数曲面再構成法

動的輪郭法(Active Contours)

領域境界を徐々に変形する手法

- 境界形状を滑らかに
- 境界が画像のエッジを通るよう

2手法に分類できる

境界を陽的に表現する手法: Snakes法境界を陰的に表現する手法: Level Set法

デモありTActiveContour.exe

Snakes法のコスト関数

前提1. 曲線はパラメータ表現される $\mathbf{v}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix}$ $s \in [0,1]$

前提2、曲線のエネルギー

$$E(\mathbf{v}(s)) = \alpha E_{len} + \beta E_{curv} + \gamma E_{img}$$

弧長に対応する項(長い → 大)

$$E_{len} = \int_0^1 \left\| \frac{d\mathbf{v}(s)}{ds} \right\|^2 ds \qquad E_{curv} = \int_0^1 \left\| \frac{d^2\mathbf{v}(s)}{ds^2} \right\|^2 ds$$

画像(勾配強度)に対応する項

$$E_{img} = -\int_{0}^{1} || \overline{V(G \otimes I(\mathbf{v}(s)))}|| ds$$
 画像 ガウスフィルタ(ぼかす) 勾配強度を計算

<u>問題</u> Eを最小化する曲線v(s) を探す (動的計画法 / 貪欲法など)

Snakes法のコスト関数

最適化計算のため**折れ線近似**する

$$\mathbf{v}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix}$$

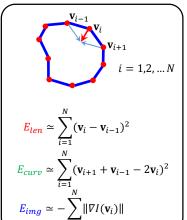
$$s \in [0,1]$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{0} \quad \mathbf{s} = \mathbf{1}$$

$$E_{len} = \int_0^1 \left| \left| \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{s})}{ds} \right| \right|^2 ds$$

$$E_{curv} = \int_0^1 \left\| \frac{d^2 \mathbf{v}(\mathbf{s})}{ds^2} \right\|^2 ds$$

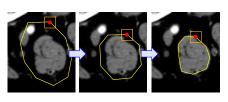
$$E_{img} = -\int_0^1 \|\nabla(G \otimes I(\mathbf{v}(s)))\| ds$$



%左式は連結 部分 \mathbf{v}_1 と \mathbf{v}_N を 考慮してない % VIは勾配強 度画像

Snakes法の最適化

色々な最適化法が考えられるがここでは貪欲法を紹介



Snakes (貪欲法)

入力:画像と初期曲線(折れ線)

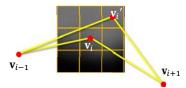
- 1. 頂点をひとつずつ訪問する
- 2. 頂点 \mathbf{v}_i に訪問中,局所コストが最小となる近傍画素 $\wedge \mathbf{v}_i$ を移動する
- 3. 全頂点の総移動距離が閾値以下になるまで(1)を繰り返す

頂点 \mathbf{v}_i が寄与するエネルギー

$$E = \frac{\alpha}{2} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{i-1})^2 + \frac{\alpha}{2} (\mathbf{v}_{i-1} - \mathbf{v}_i)^2 \quad (\mathbf{E}_{len})$$

$$+\beta (\mathbf{v}_{i+1} + \mathbf{v}_{i-1} - 2\mathbf{v}_i)^2 \quad (E_{curv})$$

$$-\gamma I'(\mathbf{v}_i) \quad (E_{img})$$



1-1 **v**_iを近傍画素中心に移動してみる 1-2 局所エネルギー最小の画素に移動

Snakes法の特徴

利点

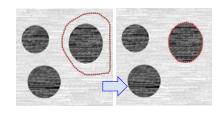
- ノイズに強い領域分割が可能
- 高速かつ実装が簡単

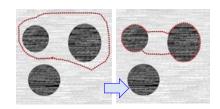
欠点

- パラメータに強く依存
- 初期輪郭線に強く依存
- トポロジー変化が困難



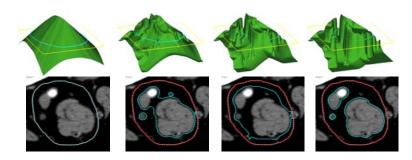






Level set法

- 曲線を符号付きスカラー場(内挿関数)のゼロセットで表現
- スカラー場の初期値は初期境界からの距離場を利用
- スカラー場を変化させることで曲線を間接的に変形する
- → トポロジー変化に対応できる

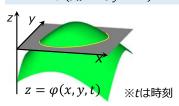


TActiveContour.exe

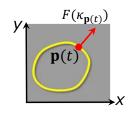
Level set法

前提1. 境界曲線を内挿関数 $\varphi(x,y,t)$ のゼロセットで表現

曲線: $\varphi(p_x(t), p_y(t), t) = 0$



前提2. 曲線上の点p(t) は 法線方向に速度 $F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$ で動く



 $%\kappa_{\mathbf{p}(t)}$ は曲率

課題: 収束するまで曲線を変形する

- ※ 実際に変化させるのは $\varphi(x,y,t)$
- % 移動速度 $F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$ をうまく指定すると、輪郭の進展が境界で止まる

速度Fを曲率 $\kappa_{p(t)}$ の関数にする理由

曲線の凸部・凹部で挙動を変化できる 例) 凹部は外へ、凸部は内へ向かって移動

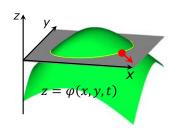
曲がり具合に応じて挙動を変化できる 例) 曲がり具合が大きいところは速く移動



曲線の向き・定義に依存

補足資料

Level Set法



問題の前提

点**p**が曲線に乗る $\varphi(p_x(t), p_v(t), t) = 0$

点pは法線n方向に $\frac{\partial \mathbf{p}(t)}{\partial t} = F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})\mathbf{n}$

法線 \mathbf{n} はarphiの勾配

 $\mathbf{n} = \frac{\nabla \varphi}{||\nabla \varphi||}$



内挿関数φの時間進展に 関する方程式を導く

整理する

 $\dfrac{\partial \varphi \left(p_x(t), p_y(t), t \right)}{\partial t} = -F(\kappa_{\mathbf{p}(t)}) || \nabla \varphi ||$ ※ 変形の詳細は付録へ

※この式は曲線上で成立

全体に拡張

 $\frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} = -F(\kappa)||\nabla \varphi||$

※κは内挿関数φの曲率

位置(x, y)と時刻t について離散化 $\frac{\varphi(i,j,t+1)-\varphi(i,j,t)}{h} = -F(\kappa_{i,j})||\nabla\varphi(i,j,t)||$ ※ i,jは画素位置 ※ hは微小時刻

1. 初期曲線から初期スカラー場 φ(i, i, 0) を構築

(i,jは画素位置, $\varphi(i,j,0)$ は初期曲線からの距離場)

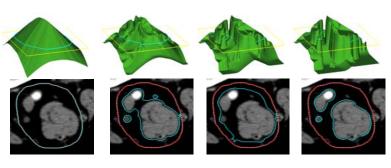
• 2. 変化が十分小さくなるまで時刻tを進めφを更新

$$\frac{\varphi(i,j,t+1) - \varphi(i,j,t)}{h} = -\frac{a - b\kappa_{i,j}}{1 + \|\nabla(G \otimes I(i,j))\|} ||\nabla\varphi||$$

a, bはパラメータ

 $\kappa_{i,i} > a/bなら正方向に進む$ エッジ部分では変化が遅い

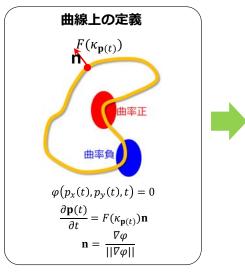
• 3. $\varphi(i,j,t)=0$ である画素を境界として出力する

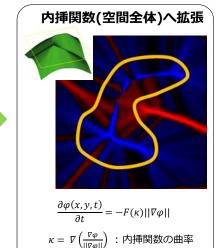


補足資料

曲率の定義

補足資料





Level set法の特徴

輪郭線をスカラー場のゼロセットで表現し, スカラー場を変更することで輪郭線を動かす 利点

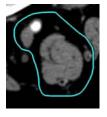


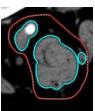


- ノイズに対し堅固・高速
- トポロジー変化に対応

欠点

- \bullet 速度 $F(\kappa_{\mathbf{p}(t)})$ の適切な選択が難しい
- パラメータ調節が大変





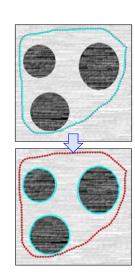
まとめ:動的輪郭モデル

境界曲線を『形状が滑らかになるように』『画像の エッジを通る様に』変形する手法

境界を陽的に表現する: Snakes 法境界を陰的に表現する: Level Set 法

変形モデル(速度の定義)・最適解の計算法・高次元化など、関連研究は多い





Contents:画像領域分割

- ●画像領域分割とは
- ●閾値法
- ●領域成長法
- <u>● クラスタリング</u>
- ●識別器
- ●動的輪郭モデル
- グラフカット法
- 陰関数曲面再構成法

グラフカット領域分割

前傾制約 背景制約



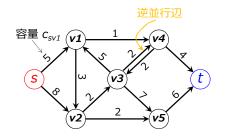




前景・背景に属する画素を適当に入力すると,これを制約に画像を二値化 二値化をエネルギー最小化問題として定式化し、フローネットワークの最小 カットにより最適解を計算する

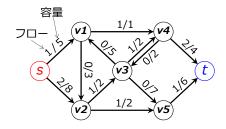
臓器などの塊状領域に対してはかなり強力な領域分割法

準備:フローネットワーク



フローネットワーク

- 容量付き有向グラフ G = (V, E)
- 頂点集合 V と辺集合 E から成る
- 辺 (p, q) は容量 c_{pa} > 0 を持つ
- 始点 s と終点 t を含む



フロー

- 各辺には容量を超えない範囲でフローが流れる
- ある頂点vについて,流入するフローと流出する フローは等しい
- 総流量: 始点から出るフローの総和
- 最大フロー: ネットワークに流せる最大の総流量

準備:フローネットワーク

カット:

頂点を『sを含む部分集合S』と『tを含む部分集合T』に分割する

カットセット:

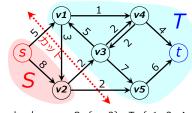
部分集合SとTの間をつなぐ辺の集合

カットの容量:

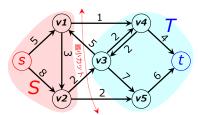
カットセットのうち S→T方向の辺の 容量総和(逆向きの辺は無視する)

最小カット

容量が最小となるカット



カット : S={s, v2}, T={v1,v3,v4,v5,t} カットセット : {(s,v1), (v1,v2), (v2,v3), (v2,v5)} カット容量 : 5 + 2 + 2 = 9



最小カット: S={s,v1,v2}, T={v3,v4,v5,t}

カット容量: 1+2+2=5

準備:フローネットワーク

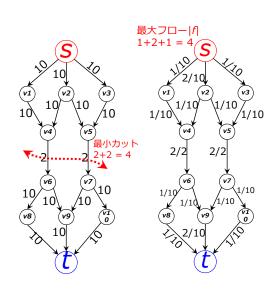
最大フロー最小カットの定理

任意のフローネットワークにおいて、 その**最大フローと最小カットは等しい**

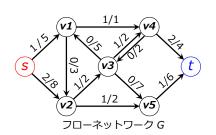
最大フローはネットワークの一番細い 部分(最小カット)によって決定される

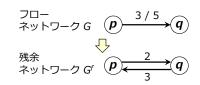
※ 最大フローが流れているとき、始点sから不飽和辺のみを使って到達できる頂点群をSとし、T=V-Sとすると、S-Tは最小カットをなす

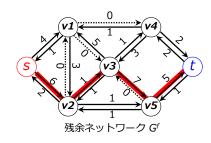
※ 最大フロー・最小カットの探索には様々な アルゴリズムが存在し、比較的高速に"解ける" ことを知っておいてください



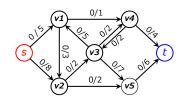
増加可能経路とは,残余ネットワーク内の s→t経路のこと







最大フローアルゴリズム



最大フローアルゴリズム(単純なもの)

入力: フローネットワークG 出力:最大フローと最小カット

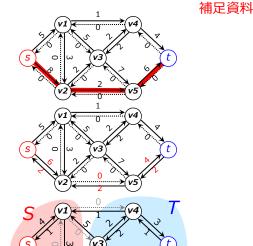
1. フローを0で初期化

2. 残余ネットワークを構築

3. 増加可能経路Pが無くなるまで下を繰り返す

3-1) 増加可能経路 Pの探索

3-2) 経路Pに沿ってフロー追加



増加可能経路Pが なくなったら, Sと 接続する全頂点をグ ループSに.

グラフカット領域分割:コスト関数

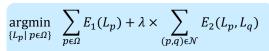
入力:画像、制約画素集合(前景F・背景B)

出力:以下を満たす二値化

• 制約画素pは必ず制約を満たす

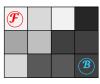
• 非制約画素pは、その特徴(色など)が前景画素Fに近け れば前景に、Bに近ければ背景になる

• 境界は特徴の異なる画素間を通る



Ω: 全画素集合

 L_n : 画素 $p\epsilon\Omega$ につくラベル値 {fore, back}のどちらか







グラフカット領域分割:コスト関数

 $\underset{\{L_p \mid p \in \Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p \in \Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q) \in \mathcal{N}} E_2(L_p,L_q)$ $\qquad \begin{array}{c} \Omega : \text{ 全画素集合} \\ \mathcal{N} : \text{ 近傍画素集合} \\ L_p : \text{ ラベル値 {fore, back}} \end{array}$

 $E_1(L_p)$: 『データ項』画素pのラベル付の不正確さに反応する項

画素pが前景制約画素に似ているなら…

$$E_1(L_p = fore) \leftarrow 1$$

$$E_1(L_p = back) \leftarrow$$



$$E_1(L_p=fore)= \left\{ egin{array}{ll} 0 & p\in\mathcal{F} \\ \infty & p\in\mathcal{B} \\ t_p^{fore} & other \end{array}
ight.$$
 よって色々

右は一例

$$E_1\big(L_p = back\big) = \begin{cases} \infty & p \in \mathcal{F} \\ 0 & p \in \mathcal{B} \\ t_p^{back} & other \end{cases}$$

$$t_p^{fore} = \frac{d_p^{\mathcal{F}}}{d_p^{\mathcal{F}} + d_p^{\mathcal{B}}}, t_p^{back} = \frac{d_p^{\mathcal{B}}}{d_p^{\mathcal{F}} + d_p^{\mathcal{B}}}$$

$$d_p^{\mathcal{F}} = \min_{k \in \mathcal{F}} ||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_k||$$
 $\otimes \mathbf{c}_p$

$$I_p^B = \min_{k \in \mathcal{B}} ||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_k||$$
 $\#_p^{ore}$ は画素 p の色が $\#_p^B = \min_{k \in \mathcal{B}} ||\mathbf{c}_p - \mathbf{c}_k||$ $\#_p^{ore}$ なるよう指定する

グラフカット領域分割:コスト関数

 $\underset{\{L_p\mid p\in\Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{p\in\Omega} E_1(L_p) + \lambda imes \sum_{(p,q)\in\mathcal{N}} E_2(L_p,L_q)$ $\stackrel{\Omega}{\underset{}\sim}: 2$ 全画素集合 $\stackrel{\mathcal{N}}{\underset{}\sim}: 近傍画素集合 L_p: ラベル値 {\it fore, back}}$

 $E_2(L_n,L_a)$: 『平滑化項』 隣り合う画素が似た特徴(色)を持つときは、 なるべく同じラベルをつける

☆隣接画素 p,qに同じラベルをつける $\rightarrow E_2 = 0$

☆隣接画素 p,qに違うラベルをつける p,qが似た色を持つ $\rightarrow E_2$ は大 p,qが遠い色を持つ $\rightarrow E_2$ は小



定義は論文に よって色々

$$L_{2}(L_{p}, L_{q}) = \begin{cases} 0 & L_{p} = L_{q} \\ \frac{1}{1 + ||\mathbf{c}_{p} - \mathbf{c}_{q}||} & othe \end{cases}$$

$$L_p = L_q$$
 other

グラフカット領域分割:コスト関数

argmin $\{L_p \mid p \in \Omega\}$ $\sum_{p \in \Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q) \in \mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$ \mathcal{L}_p : 近傍画素集合 \mathcal{L}_p : うべル値 {fore, back}

この問題は解くのが難しい

- 局所最小解が多い
- 全通り検索する↓? さすがに組み合わせが多すぎ(3×4画像でも2¹² = 4096通り)





『この問題の大域最小化解は、フローネットワークの最小カットに より高速に求められる』 [Boykov Y., Jolly M-P. MICCAI, 276-286, 2000.]

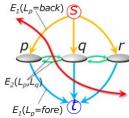
 $%L_n$ が二状態をとる場合(二値化)に限る

※グラフカット発見以前はやきなまし法(ランダムウォーク)で解いていた

グラフカットを用いた最適化

入力画像(3画素)





 $E_1(L_p = back) + E_1(L_q = fore) +$ $E_1(L_r = fore) + E_2(L_p, L_q)$

 $\underset{\{L_p \mid p \in \Omega\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{\mathbf{r} \in \Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \in \mathcal{X}} E_2(L_p, L_q)$

画像からフローネットワークを構築

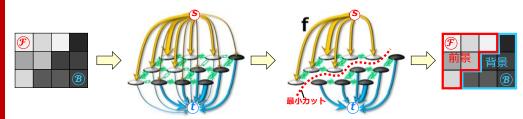
• 頂点V:全画素, 始点 s, 終点 t

• 辺 E : 右図

フローネットワークをカットし

- s に連結する画素にラベル fore をつける
- t に連結する画素にラベル back をつける
- → カット容量 がコストに対応する
- →最小カットを求めればコスト最小化できる

グラフカットを用いた最適化



- 1) 画像からフローネットワークを構築
- 頂点:全画素, 始点 s, 終点 t
- 辺 E:図の通り
- 辺の容量:コスト関数を利用

- 2) ネットワークの最小カットを計算
- s に連結する画素にラベル fore をつける
- t に連結する画素にラベル back をつける

カットされた辺の容量がコスト関数に対応

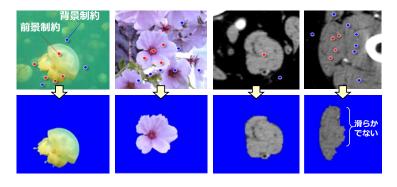
→ 最小カット容量がコスト関数に対応する

グラフカット領域分割

利点

欠点

高速・高精度 高次元化が容易 UIと相性がよい 境界が不明瞭な領域には利用し難い 血管・筋膜等、細い・薄い形状には不向き



グラフカット領域分割

 $\underset{\{L_p \mid \ p \in \Omega\}}{\operatorname{argmin}} \ \sum_{p \in \Omega} E_1(L_p) + \lambda \times \sum_{(p,q) \in \mathcal{N}} E_2(L_p, L_q)$

Ω: 全画素集合N: 隣接画素集合

 L_n : 画素pに付けるラベル値 $\{fore, back\}$





画像二値化をエネルギー最小化問題として定式化し、フローネットワークの最小 カットにより最適解を計算する

境界が明瞭な領域の分割にはかなり良い結果を出力できる 生体画像の領域分割に向く

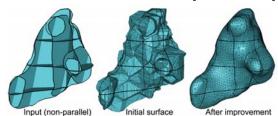
Contents:画像領域分割

- 画像領域分割とは
- 閾値法
- 領域成長法
- クラスタリング
- 識別器
- 動的輪郭モデル
- グラフカット法
- 陰関数曲面再構成法

曲面再構成法による領域分割

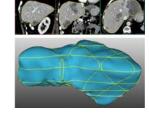
- 形状モデリングのための曲面再構成法を転用
- 輪郭線制約から三次元境界曲面を生成する

直接的曲面再構成法[Lie et. al. 2008]



図は論文[Lie et. al. 2008]より

陰関数曲面再構成[Heckel et. al. 2011]

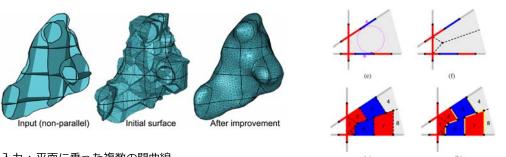


図は論文[Heckel et. al. 2011]より

Heckel F., et. al.: Interactive 3D medical image segmentation with energy-minimizing implicit function. VCBM 35, 2(2011),275–287. Liu L. et. al.: Surface reconstruction from non-parallel curve networks. CGF 27, 2(2008), 155–163.

直接(陽的)曲面再構成による領域分割

図ば[Liu L. et. al.: Surface reconstruction from non-parallel curve networks. CGF 27, 2(2008), 155-163.]より



入力:平面に乗った複数の閉曲線

出力:閉曲線を通り,かつ,滑らかな形状を持つメッシュ(境界面)

手法:i) 制約平面の各ペアに対して中立面生成

ii) 閉曲線の作る領域を中立面に射影することで三次元空間を分割し初期メッシュ生成

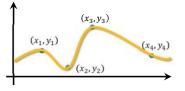
iii) 初期メッシュを平滑化する

準備:放射基底関数補間法 1次元

補間法

入力: N点 x_i における値 y_i , $i=1,2\cdots N$

問題: $f(x_i) = y_i$ を満たす関数 f を求める



放射基底関数補間法

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi(||x - x_i||) + ax + b$$

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{N} \alpha_i x_i = 0$$

$$\varphi(t) = t^3$$
 : カーネル

 $f(x_i) = y_i$ を代入し未知数 α_i , a, bを求める.

$$N = 4$$
ならば・・・ 未知数は4+2個
 $f(x) = \alpha_1 |x - x_i|^3 + \alpha_2 |x - x_2|^3 + \alpha_3 |x - x_3|^3 + \alpha_3 |x - x_3|^3 + ax + b$

制約は4+2個 \rightarrow これを解いて α_i , a, bを決定 $f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2,$ $f(x_3) = y_3, \ f(x_4) = y_4,$ $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0$ $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 = 0$

準備:放射基底関数補間法 d次元

補間法

入力: N点 $\mathbf{x}_i \in R^d$ における値 y_i

問題: $f(\mathbf{x}_i) = y_i$ を満たす関数fを求める

曲面再構成法:陰関数曲面再構成 [Turk and O'Brien 02]

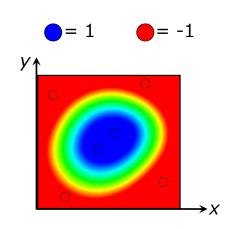
放射基底関数補間法

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi(||\mathbf{x} - \mathbf{x}_i||) + \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + b$$

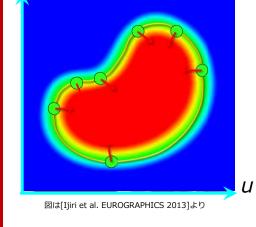
 $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 0, \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \mathbf{x}_i = 0$

 $\varphi(t) = t^3$: tri-harmonic カーネル

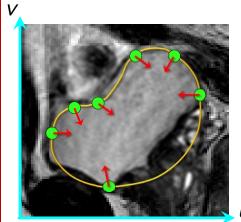
 $f(\mathbf{x}_i) = y_i$ を代入し未知数 α_i , \mathbf{a} , b を求める.



- 1. 境界の通る点・法線を指定
- 2. uv空間にスカラー場fを構築 $f(\mathbf{x}) = 0$, $\nabla f(\mathbf{x}) = \mathbf{n}$
- 3. スカラー場のゼロセットを抽出



陰関数曲面再構成による領域分割 [Turk and O'Brien 02]

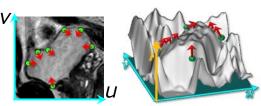


図は[Ijiri et al. EUROGRAPHICS 2013]より

問題:画像のエッジを追従しない

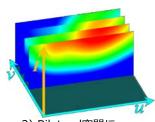
- →動的輪郭モデルで境界を動かす [Aliroteh M et. al. 2007]
- →Bilateral空間への拡張 [Ijiri et al 2013]

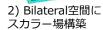
陰関数曲面再構成による領域分割 [Ijiri et al 2013]

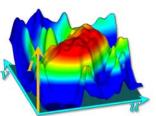


1) Bilateral空間の画像多様体を構築

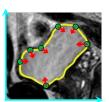
画素値を高さとみなす と画像は曲面をなす







3) 画像多様体上でスカラー値をサンプリング



4)ゼロ等値面を 境界として出力

陰関数曲面再構成による領域分割 [Ijiri et al 2013]



図は[ijiri et al. Bilateral Hermite Radial Basis Function... EUROGRAPHICS 2013]より

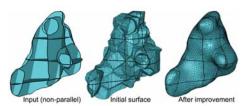
まとめ:曲面再構成法を応用した領域分割

形状モデリングのための技術を3次元領域分割へ転用

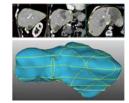
輪郭線制約から三次元境界曲面を生成する

直接的曲面再構成:輪郭線頂点を直接つなぎ境界面を構築

陰関数曲面再構成:輪郭線から滑らかなスカラー場を構築しそのゼロ等値面を出力



直接的再構成 [Lie et. al.]



陰関数曲面再構成 [Heckel et. al.]

TURK G., O'BRIEN J. F.: Modelling with implicit surfaces that interpolate. ACM TOG 21, 4(2002), 855–873. Heckel F., et. al.: Interactive 3D medical image segmentation with energy-minimizing implicit function. VCBM 35, 2(2011),275–287. Liu L. et. al.: Surface reconstruction from non-parallel curve networks. CGF 27, 2(2008), 155–163. Takashi Ijiri, et. al. Bilateral Hermite Radial Basis Functions for Contour-based Volume Segmentation. CGF, 2013.

まとめ:画像領域分割

- •任意の画像(写真, CT, MRI, 顕微鏡)、任意の関心領域(人物、臓器、腫瘍、細胞内小器官)に対し良い結果を出せる『オールマイティ』な領域分割法は未だ実現されていない
- ユーザは、対象に応じて手法を注意深く選択することが大切(選 択肢が多くあることを知っておくだけでも)
- 高度情報処理演習(後期)で領域分割を取り扱うかも