デジタルメディア処理1

担当: 井尻 敬

デジタルメディア処理1、2017（後期）

09/26　イントロダクション1：デジタル画像とは，量子化と標本化，Dynamic Range
10/03　イントロダクション2：デジタルカメラ，人間の視覚，表色系
10/10　フィルタ処理1：トーンカーブ，線形フィルタ
10/17　フィルタ処理2：非線形フィルタ，ハーフトーニング
10/24　フィルタ処理3：離散フーリエ変換と周波数フィルタリング
11/07　前半のまとめと中間試験
11/14　画像処理演習：python入門　(演習室)
11/21　画像処理演習：フィルタ処理 (演習室)
11/28　画像処理演習：フィルタ処理 (演習室)
12/05　画像処理演習：フィルタ処理 (演習室)
12/12　画像の幾何変換１：アファイン変換
12/19　画像の幾何変換２：画像の補間
01/16　画像復元：ConvolutionとDe-convolution（変更する可能性有り）
01/23　後半のまとめと期末試験

Contents

- 行列とベクトルの復習
- 線形変換（拡大・縮小 / 回転 / 鏡映 / せん断 / 合成)
- アフィン変換（平行移動 / 同次座標系)

表記について

- スカラー変数はイタリック体　：a, b, c
- ベクトルは小文字ボールド体　：$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$
- 行列は大文字ボールド体　：$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$
- $\mathcal{R}$ を利用して次元を明確に　：$\mathbf{a} \in \mathcal{R}^3, \mathbf{A} \in \mathcal{R}^{3\times 3}$
- 右肩Tは転置を表す　：$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \mathbf{a}^T = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

CG分野の論文ではよく見かける表記ですが，どの分野もこれというわけではないですので注意してください.

線形代数の復習(1)

$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$のとき以下の計算をせよ

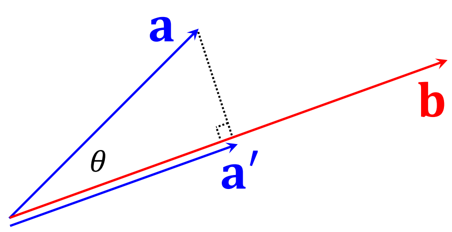
(1) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

(2) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

(3) $||\mathbf{a}||$

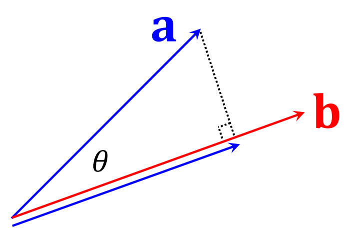
内積の意味

$|\mathbf{b}| = 1$のとき



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta$$

ベクトル$\mathbf{a}$をベクトル$\mathbf{b}$に射影し
両者の長さを掛け合わせたもの

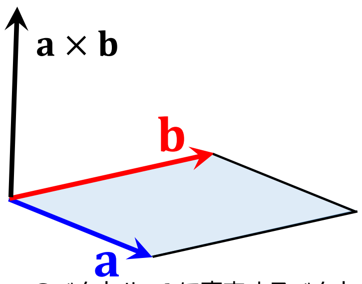


$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}|\cos\theta$$

ベクトル$\mathbf{a}$をベクトル$\mathbf{b}$に射影した長さ

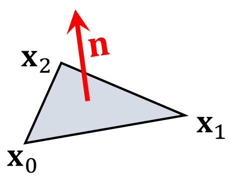
外積の意味

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$



二つのベクトル$\mathbf{a}, \mathbf{b}$に直交するベクトルを返す
長さはベクトル$\mathbf{a}, \mathbf{b}$が作る平行四辺形の面積

よくある応用：
三角形ポリゴンの法線・面積計算



法線: $\mathbf{n} = \dfrac{(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \times (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)}{|(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \times (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)|}$

面積: $S = \frac{1}{2}|(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \times (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)|$

線形代数の復習(2)

$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$のとき以下の計算をせよ

(1) $\mathbf{A}\mathbf{a}$

(2) $\mathbf{a}^T\mathbf{A}$

(3) $\mathbf{A}\mathbf{B}$

(4) $\mathbf{A}$ の行列式 $|\mathbf{A}|$を求めよ

線形代数の復習(3)

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$の固有値と固有ベクトルを求めよ

線形代数の復習(4)

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$を対角化せよ

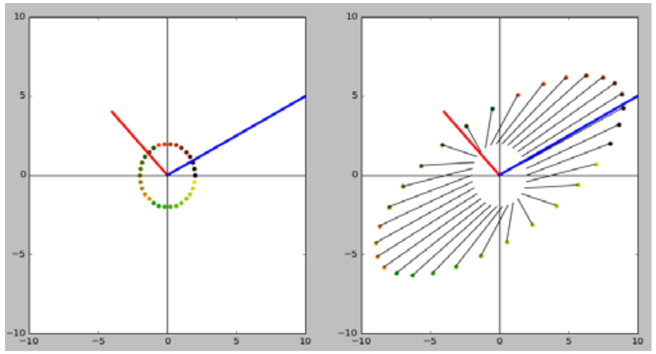
線形代数の復習(5)

- 行列の対角化は，様々なところで利用する大切な概念
  - べき乗の高速計算 $\mathbf{A}^{30}$
  - 極分解の$\sqrt{\mathbf{A}}$
- 行列はいつも対角化できるわけではない
  - 『$\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ がn本の線形独立な固有ベクトルを持つとき， $\mathbf{A}$は対角化可能』:$\mathbf{A}$の持つn個の固有値がすべて異なれば，n本の線形独立な固有ベクトルが存在するので対角化可能.
  - 固有値が重複する（固有多項式が重解を持つ）場合に，対角化できないことがある.

例）行列 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ を対角化せよ

EigenVector.py

固有値・固有ベクトルの意味



変換元の各点　　行列による変換

$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

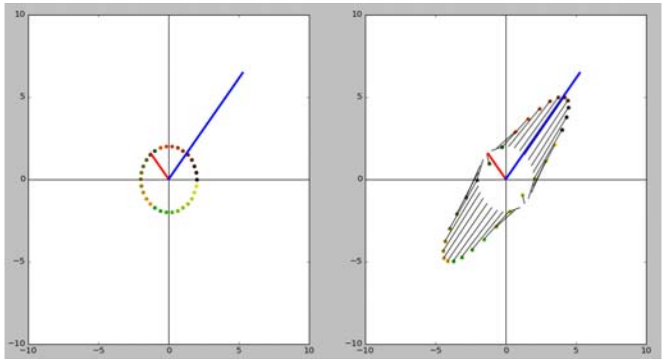
固有値・固有ベクトル

$2, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, 5, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

赤線・青線は固有ベクトル
黒線は変換による移動を示す

円周上の点群を変換すると楕円上に乗る
楕円の主軸と固有ベクトルは一致しない（一致するのは特殊な場合）
固有ベクトル上の点は，変換後も固有ベクトル上に乗る

固有値・固有ベクトルの意味



変換元の各点　　行列による変換

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1.5 & 2 \end{pmatrix}$$

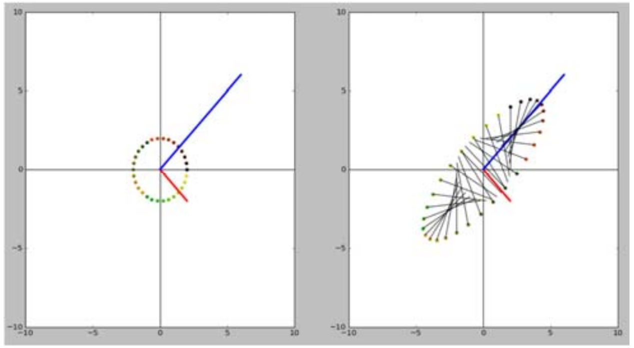
固有値・固有ベクトル

$$\frac{-\sqrt{6}+4}{2}, \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{6}}{3} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{\sqrt{6}+4}{2}, \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

赤線・青線は固有ベクトル
黒線は変換による移動を示す

円周上の点群を変換すると楕円上に乗る
楕円の主軸と固有ベクトルは一致しない（一致するのは特殊な場合）
固有ベクトル上の点は，変換後も固有ベクトル上に乗る

固有値・固有ベクトルの意味



変換元の各点　　行列による変換

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

固有値・固有ベクトル

$$-1, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad 3, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

赤線・青線は固有ベクトル
黒線は変換による移動を示す

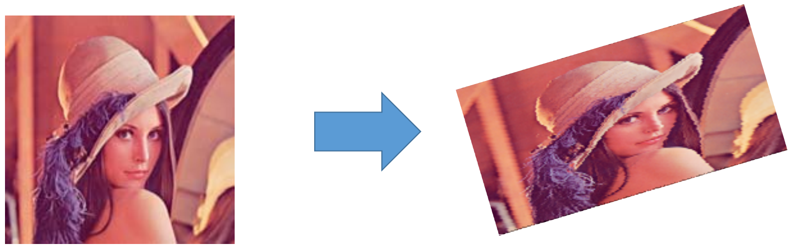
固有ベクトル上の点は，変換後も固有ベクトル上に乗る
対称行列の固有ベクトルは互いに直行する
対称行列による変換では，**楕円の主軸と固有ベクトルが一致**
固有値が負なので固有ベクトルに対して鏡面変換が起こっている

まとめ：ベクトルと行列の復習

- 画像処理（とCG）に頻出する行列・ベクトル演算の基礎を復習した
  - 行列とベクトルの積
  - 内積・外積
  - 逆行列
  - 固有値・固有ベクトル
  - 対角化

今日復習した内容は色々な分野で頻繁に出てくるので**覚えて**ください

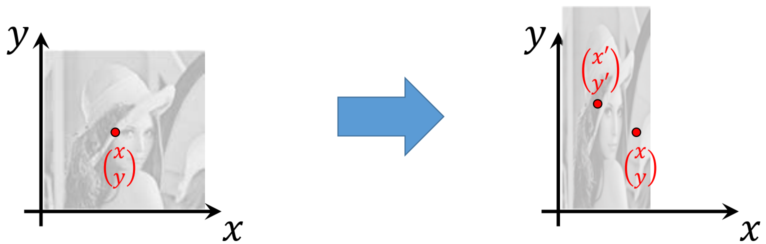
画像の線形変換



- 行列の積により画像を変形する線形変換を紹介する
- 行列の形で、**拡大縮小・回転・鏡映・せん断**、という変換に分類される
- 変換の**合成**も行なえる

線形変換

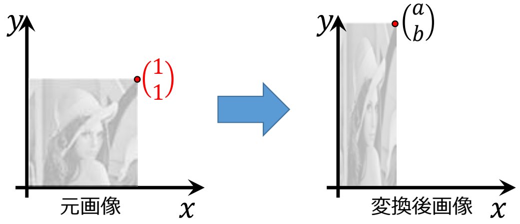
- 画像は2次元座標系に配置されているとする
  - 教科書に合わせて左下を原点とする
  - 環境(Windowsとか)によっては左上が原点のことも多い
- 空間内の全ての点$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$に行列$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$をかけ，$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と変形する
  - つまり2次元空間全体が行列$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$により歪められる



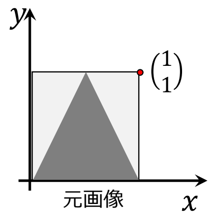
拡大縮小

X軸方向にa倍，　y軸方向にb倍する変換

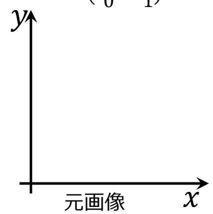
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



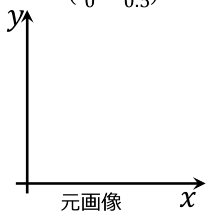
練）変換結果を図示し
点(1,1)の移動後の座標を示せ



$\begin{pmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$



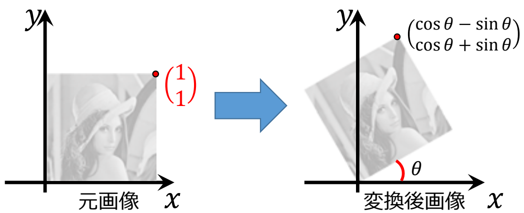
$\begin{pmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$



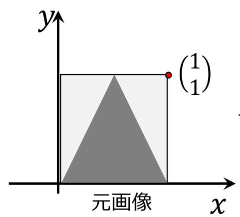
回転

原点を中心に角度θだけ回転する変換

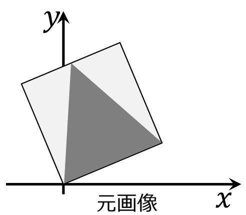
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



練）$\theta = \pi/6$ の回転行列**A**を示せ
Aにより下画像の変換結果を図示せよ
また，点(1,1)の移動後の座標を示せ



$\mathbf{A} = \Big(\qquad\quad\Big)$

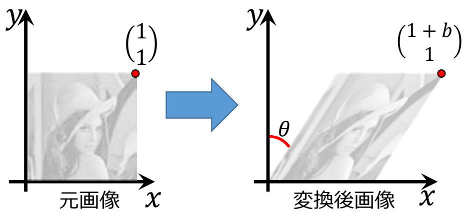


せん断（スキュー）

X軸方向に角度θだけ歪める変換

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

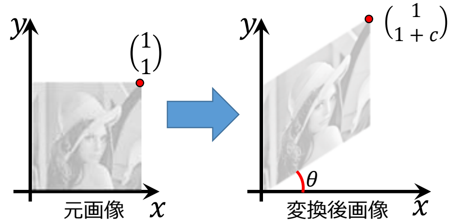
ただし $b = \tan\theta$



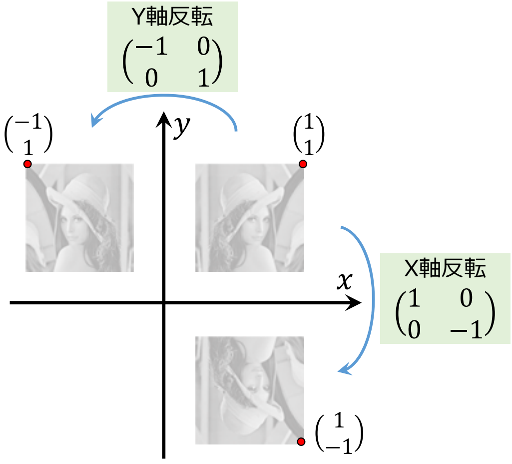
Y軸方向に角度θだけ歪める変換

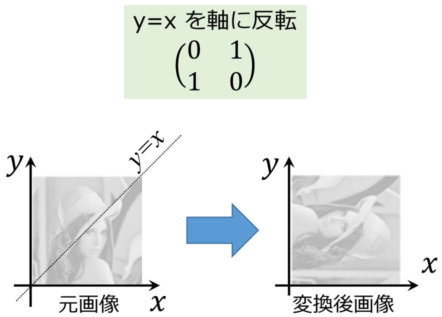
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ただし $c = \tan\theta$



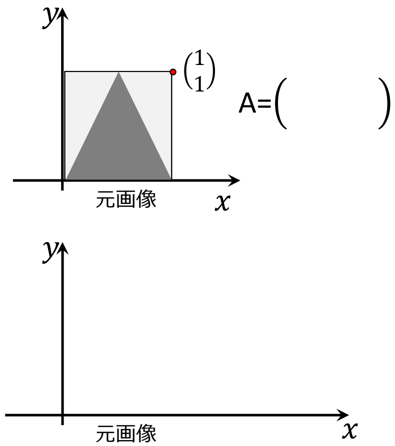
鏡映: 直線に対して反転する変換





練習

1. $\theta = \pi/4$ のx軸方向せん断変換**A**を示せ
2. **A**による下画像の変換結果を図示せよ
3. **A**による点(1,1)の移動後の座標を示せ



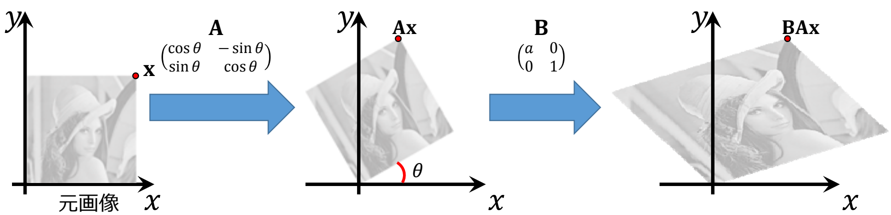
1. $\theta = \pi$の回転変換行列を示せ
2. Y軸に対して鏡映変換し，さらにX軸に対して鏡映変換する変換をひとつの行列で示せ

線形変換：合成

２つ以上の変換を続けて行う状況を考える

- 例1) θ回転し，さらにx軸方向に a 倍に拡大
- 例2) x軸方向に45度せん断し，さらに45度回転

→ **複数の連続した変換はひとつの線形変換で表現できる**



この２ステップの変換は，$\mathbf{C} = \mathbf{BA} = \begin{pmatrix} a\cos\theta & -a\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$というひとつの線形変換とみなせる

ちょっと蛇足ですが。。。

- 角度 $\theta + \phi$ 回転する回転行列は $\begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix}$ と定義される
- 一方 θ回転してから ϕ回転しても同じことなので，

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

この右辺を整理すると

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi & -\sin\theta\cos\phi - \cos\theta\sin\phi \\ \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi \end{pmatrix}$$

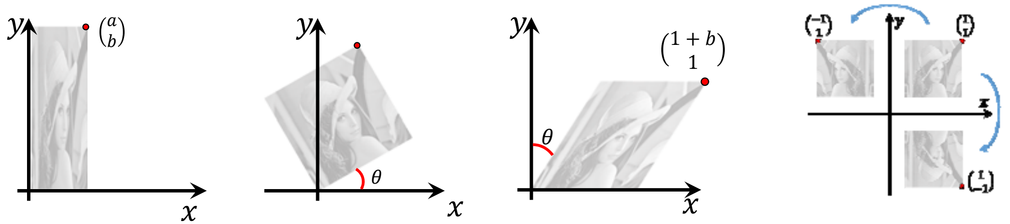
となり

$\cos(\theta+\phi) = \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi$

$\sin(\theta+\phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$

が現れる（もう覚えなくていい）

画像の線形変換：まとめ



$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

- 行列の積により様々な変換が行える
- 行列の形で、**拡大縮小・回転・鏡映・せん断**、という変換に分類される
- 変換の合成も行なえる

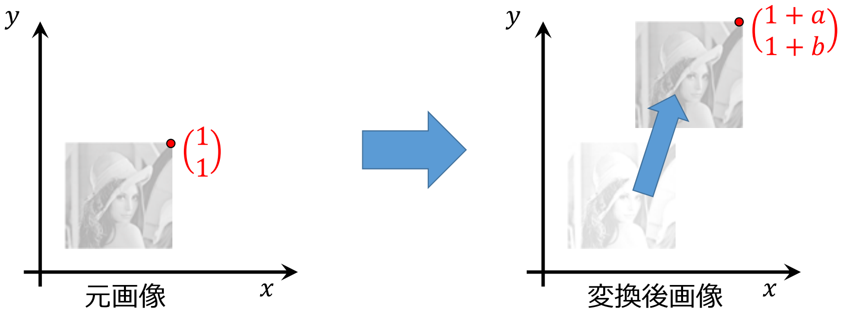
Affine変換と同次座標系

平行移動

(X,Y)方向に(a, b)だけ平行移動する変換

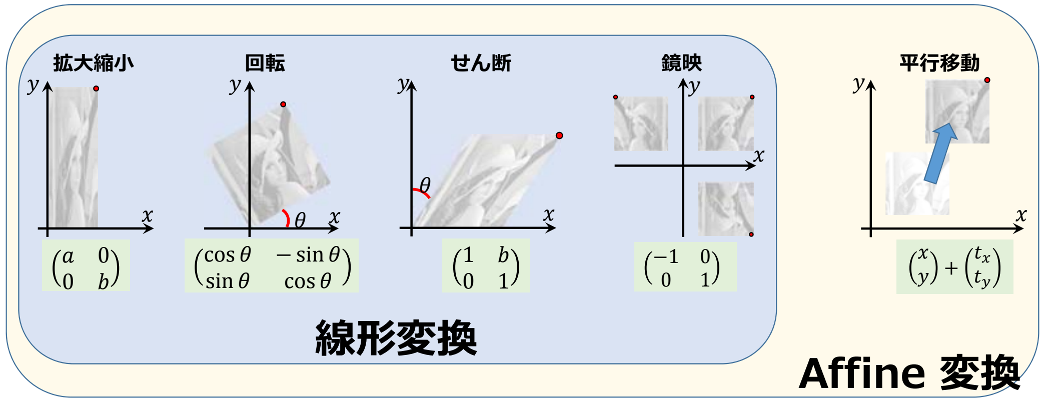
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

※これは行列の積ではないので
線形変換ではない



Affine 変換

- **平行移動**と**線形変換**により得られる得られる変換のこと
- 英語発音は「アファイン」だけど，アフィンと読む人も多い



同次座標系表現

2次元座標 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を 3次元ベクトル $\begin{pmatrix} wx \\ wy \\ w \end{pmatrix}$ と表記する方法

同じ 2 次元座標を表す同次座標を同値であると言い，式では『～』記号で表す

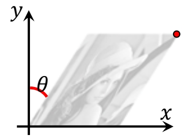
例) 2次元座標 $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$は，同次座標で $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$や$\begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}$や$\begin{pmatrix} 8 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}$と表せる

例) 同次座標$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$と$\begin{pmatrix} 8 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}$は同値である，$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 8 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix}$

とりあえず$w = 1$ の場合を考える

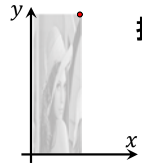
2次元座標$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$は，同次座標では$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$と表記できる

アフィン変換の同次座標表現



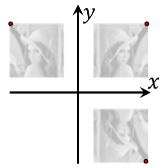
せん断

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$



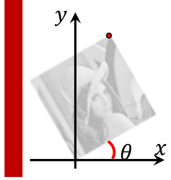
拡大縮小

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$



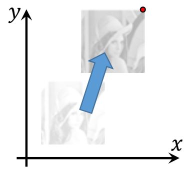
鏡映

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$



回転

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$



平行移動

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

ここが行列の積で書ける！

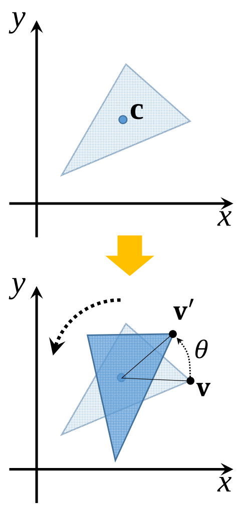
同時座標表現の利点

平行移動を行列の積で表せる

つまりアフィン変換を行列の積の形で表現できる

拡大縮小	回転	せん断	鏡映	平行移動
$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

同時座標表現の利点



例: 重心(c_x, c_y)を中心に反時計回りにθ回転

通常の2次元座標表現

$$\mathbf{v}' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$$

同次座標系表現

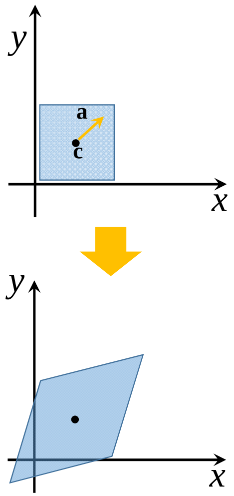
$$\mathbf{v}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & c_x \\ 0 & 1 & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -c_x \\ 0 & 1 & -c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{v}' = \mathbf{T}(\mathbf{c})\mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}(-\mathbf{c})\mathbf{v}$ ← **順番に変換行列を掛ける**

変換すべてが行列の形で書けるので

- **変換の順序が分かりやすい**
- **変換行列の積を一つの行列として前計算可能:** $\mathbf{v}' = \mathbf{M}\,\mathbf{v}$

同時座標表現の利点：もう少し複雑な例



例) 重心(c_x, c_y)を固定して軸**a**方向に s倍

通常の2次元座標表現

$$\mathbf{v}' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos -\theta & -\sin -\theta \\ \sin -\theta & \cos -\theta \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}$$

同次座標系表現

$$\mathbf{v}' = \mathbf{T}(\mathbf{c})\mathbf{R}(\theta)\mathbf{S}(s,1)\mathbf{R}(-\theta)\mathbf{T}(-\mathbf{c})\mathbf{v}$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{c}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & c_x \\ 0 & 1 & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{S}(a,b) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

θは**a**とx軸の成す角

変換すべてが行列の形で書けるので
- **変換の順序が分かりやすい**
- **変換行列の積を一つの行列として前計算可能:** $\mathbf{v}' = \mathbf{M}\,\mathbf{v}$

まとめ：アフィン変換と同次座標系

平行移動と線形変換（回転・拡大など行列積による変換）
で可能な変換を**アフィン変換**と呼ぶ

二次元空間の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ は**同次座標系**で$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$と表せる

同次座標系表現における基本的な変換行列は以下の通り

拡大 Scaling	回転 Rotation	せん断 Skew	鏡映 Reflectance	平行移動 Translation
$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

射影変換

- 同次座標表現した，affine変換の基本変換は，左下２要素は０，右下は１
- これらを合成しても，左下の2要素は0，右下は1のまま

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

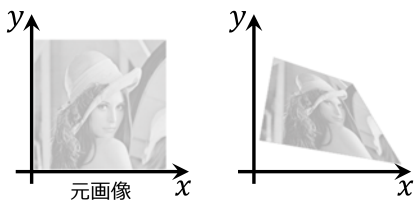
合成

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 同次座標系表現において，より一般的な下の形の変換を**射影変換**と呼ぶ

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

射影変換では，第三要素が１でなくなる可能性があるので，
この式は『＝』でなく『同値~』を使って表現される



変換の名称と包含関係