OBLIG – TMA4101

For prosjektet målte jeg temperaturen i et glass vannet som sto og avkjølte i rommet mitt. Temperaturen i rommet var 23 grader, og temperaturen ved starten av målingen var 70,5 grader. Jeg målte temperaturen med en digital termometer i 2 timer og fikk følgende temperaturer:

min	**0**	**1**	**2**	**5**	**7**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
temp	70,5	69,0	67,8	63,8	61,8	58,2	53,4	49,8	46,6	43,8
min	**35**	**40**	**45**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**	**120**
temp	41,0	39,0	37,2	35,6	33,3	31,2	29,5	28,0	26,8	25,7

Løser man denne differensiallikningen får man en funksjon for temperatur T gitt av tiden t:

$$\dot{T}(t) = \alpha\left(T_K - T(t)\right)$$

$$\dot{T}(t) = \alpha(T_K - T(t)) \qquad T(0) = 70{,}5°C \quad T_K = 23°C$$

$$\dot{T}(t) = \alpha \cdot 23 - \alpha T(t)$$

$$\dot{T}(t) + \alpha T(t) = \alpha \cdot 23 \quad | \cdot e^{\alpha t}$$

$$\int \dot{T} \cdot e^{\alpha t} + \alpha T e^{\alpha t} = \int \alpha e^{\alpha t} \cdot 23$$

$$T(t)\, e^{\alpha t} = e^{\alpha t} \cdot 23 + C \quad | : e^{\alpha t}$$

$$\underline{T(t) = 23 + C e^{-\alpha t}} \qquad T(0) = 23 + C \cdot e^{0} = 70{,}5°C$$

$$C = 70{,}5 - 23 = \underline{47{,}5}$$

$$\underline{T(t) = 47{,}5\, e^{-\alpha t} + 23}$$

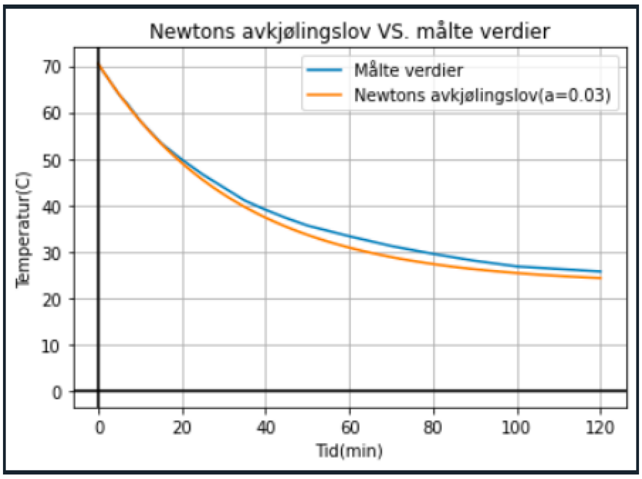
Slik fikk jeg funksjonen <u>T(t) = 47.5 * e ^ (-α*t) + 23</u>

For å finne α løste jeg for T(5) = 63.8, T(10) = 58.2 og T(15) = 53.4 og fikk tilnærmet α = 0.03.

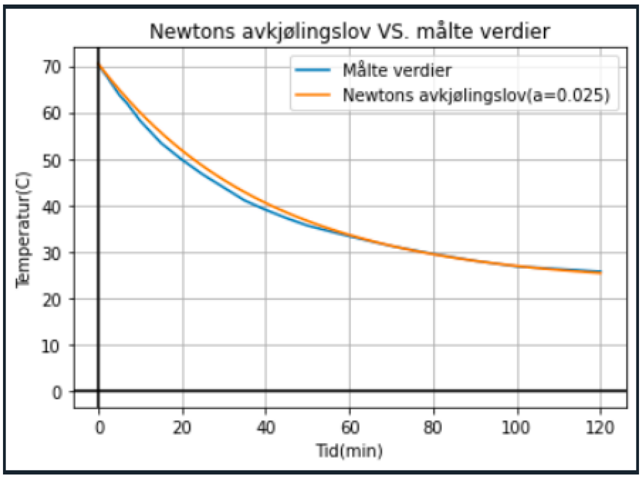
Jeg løste også likninger for senere tidspunkter: T(60) = 33.3, T(80) = 29.5 og T(100) = 26.8, og da fikk jeg α = 0.025.

For T(30), T(35) og T(40) fikk jeg α = 0.027.

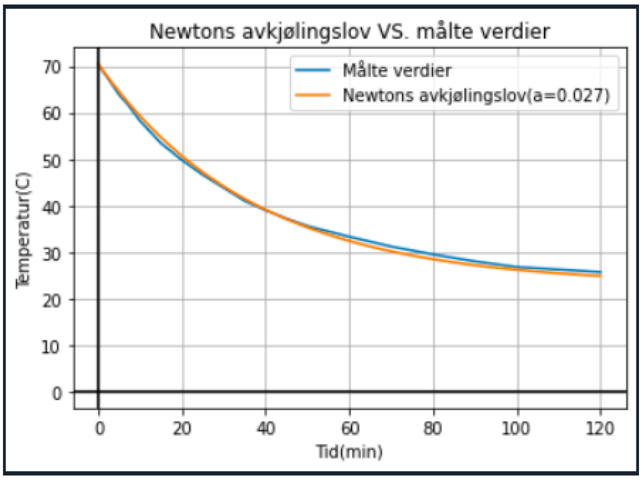
Jeg plottet alle tre verdiene i Python og sammenlignet grafene med de målte verdiene:



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Som man ser funker $\alpha = 0.027$ bedre med målingene fordi den er nesten som en gjennomsnittlig verdi mellom temperatur i starter og slutten. Proporsjonalitetskonstanten minker etter tid som kan tyde på at noe av vannet fordamper vekk slik at det blir mindre væske og dermed kjøles ned fortere. Dette tar ikke Newtons avkjølings lov hensyn til og likningen funker kun for en konstant proporsjonalitetskonstant. Konstanten α er høyere i starten og ser man grafen på figur 1 ser man at den er mindre lik de målte verdiene etter mer tid har gått. Dette støtter teorien min om at fordampningen av vannet kan påvirke hvorfor α minker. Ved de høyere temperaturene er d mer sannsynlig for vannet å fordampe vekk. α i figur 2 og 3 lager en mer nøyaktig graf sammenligner med de målte verdiene.

Feilkilder

Andre ting som kan påvirke forskjellen mellom teoretiske og målte verdier er utstyret som jeg brukte for å måle temperaturen. Termometeret var en digital termometer for mat, men ifølge pakningen var den ikke egnet for vann eller væsker. Dette kan ha bidratt med forskjeller mellom temperaturene. I tillegg kan temperaturen i rommet mitt ha endret seg også som også kan påvirke forsøket.

Koden i Python:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

tid = [0,1,2,5,7,10,15,20,25,30,35,40,45,50,60,70,80,90,100,120]
temp = [70.5,69.0,67.8,63.8,61.8,58.2,53.4,49.8,46.6,43.8,41.0,39.0,37.2,35.6,33.3,31.2,29.5,28.0,26.8,25.7]

def T(a,t):
    return 47.5 * np.e ** (-a*t) + 23

a1 = 0.03
a2 = 0.027
a3 = 0.025

t = np.linspace(0, 120,100)

plt.plot(tid,temp,label = 'Målte verdier')
plt.plot(t,T(a1,t),label = 'Newtons avkjølingslov(a=0.03)')
plt.plot(t,T(a2,t),label = 'Newtons avkjølingslov(a=0.027)')
plt.plot(t,T(a3,t),label = 'Newtons avkjølingslov(a=0.025)')

plt.title('Newtons avkjølingslov VS. målte verdier')
plt.grid('on')
plt.axhline(color='k')
plt.axvline(color='k')
plt.xlabel('Tid(min)')
plt.ylabel('Temperatur(C)')
plt.legend()
plt.show()
```