

微分方程式

18T1694W

島袋隆也

2020 年 6 月 24 日

1 目的

与えられた微分方程式の解を導出し、その式がどのような動作をするのかを考察することで理解を深めることを目的とする

2 公式

計算に使う公式を以下に示す.

$$\text{公式 1} \quad \frac{1}{D+\alpha} r(x) = e^{-\alpha x} \int r(x) e^{\alpha x} dx$$

$$\text{公式 2} \quad y_p = \frac{1}{P(D)} e^{\alpha x} = \frac{1}{P(\alpha)} e^{\alpha x}, (P(\alpha) \neq 0)$$

3 大問 1

問題文を以下に示す.

$$y'' - 2y' - 3y = e^x \quad (1)$$

$$y'' - 2y' - 3y = e^{3x} \quad (2)$$

$$y'' - 2y' - 3y = e^x + e^{3x} + \sin x \quad (3)$$

3.1 問 1 | $y'' - 2y' - 3y = e^x$

問題の式は以下の特徴をもつ.

- y'' が最も高い階数 $\rightarrow 2$ 階
- y の微分係数に x がかかっていない \rightarrow 定数係数
- y'' にかかる係数が 1 \rightarrow 正規系
- y と y' の微分がすべて 1 乗 \rightarrow 線形
- e^x が存在 \rightarrow 非斉次

上記により (1) 式は線形非斉次微分方程式であることがわかる.

演算子法による線形非斉次微分方程式における特解の導出は以下の手順で行う.

1. 演算子法を用いて表す.
2. y について解く.
3. 変形した逆演算子を用いる.

では，特解 y_p を導出していく．
まず，(1) 式を微分演算子を用い，因数分解し， y_p の式に直すと以下のようなになる．

$$y_p = \frac{1}{(D-1)(D-2)} e^x \quad (4)$$

ここで公式 (1) を用いると，

$$\frac{1}{D-2} e^x = -e^x \quad (5)$$

となり，特解は

$$y_p = -\frac{1}{D-1} e^x \quad (6)$$

$$= -xe^x \quad (7)$$

4 大問 2

4.1

参考文献