EKF-SLAM

Takayamashi

1　EKF-SLAM アルゴリズムの解説

本節では以下のような状況における自己位置推定法について述べる．ランドマークを設置し一定距離以内のランドマークは車両モデルから観測可能とする．この時，観測値を取得する際には正規乱数でノイズが加わるものであると考える．このような前提のもと座標系を Fig. 1.1 のように設定する．

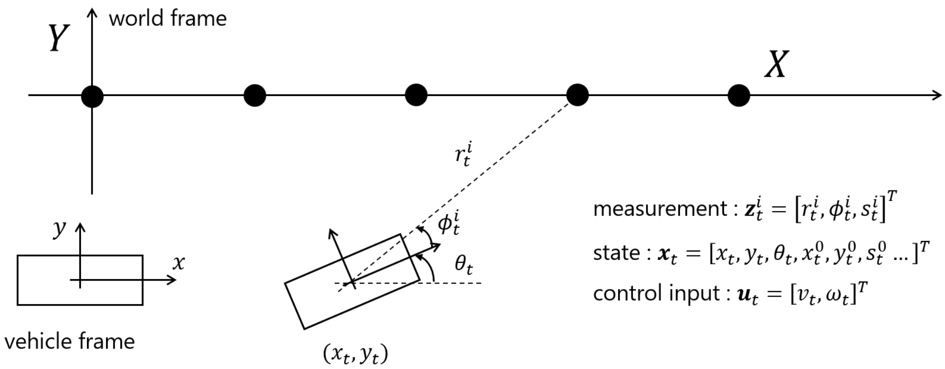

Fig. 1.1: world and vehicle frames

時刻 t における状態ベクトルを $\boldsymbol{x}_t = \left[x_t, y_t, \theta_t, x_t^0, y_t^0, s_t^0 \dots\right]^T$ とし，車両への入力を $\boldsymbol{u}_t = [v_t, \omega_t]^T$ とする．このとき，$\boldsymbol{x}_t$ の要素数は観測してきたランドマークの数により変化するので以下の F_x を定義する．この F_x は時刻 t での観測ランドマーク数を N とした時に $[3 \times (3 + 3N)]$ 行列となる．

$$F_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

よって，この F_x を用いて車両の運動モデルを以下のように表す．

$$\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{x}_{t-1} + F_x^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta_{t-1} + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta_{t-1} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta_{t-1} - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta_{t-1} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} F_x \equiv \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{t-1}) \tag{1.1}$$

次に事前共分散を求めるために時刻 t の関数である G_t を定義する．

$$G_t = I + F_x^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta_{t-1} + \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta_{t-1} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta_{t-1} + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta_{t-1} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} F_x \tag{1.2}$$

これらより，事前推定値 $\bar{\boldsymbol{x}}_t$ と事前共分散 $\bar{P}_t$ を得る．

$$\bar{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_{t-1}) \tag{1.3}$$

$$\bar{P}_t = G_t \hat{P}_{t-1} G_t^T + F_x^T R_t F_x \tag{1.4}$$

このとき，R_t は状態共分散行列である．

Fig. 1.1 に示すように，観測量を $\boldsymbol{z} = [r, \phi, s]^T$ とする．時刻 t における観測の集合を $\boldsymbol{Z}_t = \{\boldsymbol{z} | \boldsymbol{z} = z_t^i, i \in \mathbb{N}\}$ とし，j 番目のランドマーク $[x_t^j, y_t^j, s_t^j]^T$ を i 番目の観測量として得た場合の観測モデルを以下のように定義する．

$$\hat{z}_t^k = \begin{bmatrix} r_t^i \\ \phi_t^i \\ s_t^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\left(x_t^j - x\right)^2 + \left(y_t^j - y\right)^2} \\ \tan^{-1}\left(\frac{y_t^j - y}{x_t^j - x}\right) - \theta \\ s_t^j \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

このモデルにしたがって，以下のようなアルゴリズムで車両の位置更新とランドマークの更新を行う．

ただし，$R_t = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$ とした．

ここで，マハラノビス距離 $\alpha = 10$ とし，シミュレーションの結果から $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_\theta, \sigma_r, \sigma_\phi = 0.5$ $\sigma_s = 0$ としている．

Algorithm 1 EKF SLAM Algorithm

procedure EKF SLAM($\boldsymbol{x}_{t-1}, P_{t-1}, u_t, \boldsymbol{z}_t, N_{t-1}$)

$N_t = N_{t-1}$

$\bar{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_{t-1})$

$\bar{P}_t = G_t \hat{P}_{t-1} G_t^T + F_x^T R_t F_x$

$Q_t = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_s \end{bmatrix}$

for $\forall \boldsymbol{z}_t^i \in \boldsymbol{Z}_t$ **do**

$\begin{bmatrix} x_t^{N_t+1} \\ y_t^{N_t+1} \\ s_t^{N_t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ s_t^i \end{bmatrix} + r_t^i \begin{bmatrix} \cos(\phi_t^i + \theta_t) \\ \sin(\phi_t^i + \theta_t) \\ 0 \end{bmatrix}$

for $k = 1$ to $N_t + 1$ **do**

$\delta_k = \begin{bmatrix} \delta_{k,x} \\ \delta_{k,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t^k - x_t \\ y_t^k - y_t \end{bmatrix}$

$q_k = \delta_k^T \delta_k$

$\hat{z}_t^k = \begin{bmatrix} \sqrt{q_k} \\ \arctan\left(\frac{\delta_{k,y}}{\delta_{k,x}}\right) - \theta_t \\ s_t^k \end{bmatrix}$

$F_{x,k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 1 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\cdots1 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 1 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 1 & 0\cdots0 \end{bmatrix}$

$H_t^k = \frac{1}{q_k} \begin{bmatrix} \sqrt{q_k}\delta_{k,x} & -\sqrt{q_k}\delta_{k,y} & 0 & -\sqrt{q_k}\delta_{k,x} & \sqrt{q_k}\delta_{k,x} & 0 \\ \delta_{k,y} & \delta_{k,x} & -1 & -\delta_{k,y} & -\delta_{k,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} F_{x,k}$

$S_k = H_t^k \bar{P}_t [H_t^k]^T + Q_t$

$\pi_k = (z_t^i - \hat{z}_t^k)^T S_k^{-1} (z_t^i - \hat{z}_t^k)$

end for

$\pi_{N_t+1} = \alpha$

$j(i) = \arg\min_k \pi_k$

$N_t = \max\{N_t, j(i)\}$

$K_t^i = \bar{P}_t [H_t^{j(i)}]^T S_{j(i)}^{-1}$

$\bar{\boldsymbol{x}}_t = \bar{\boldsymbol{x}}_t + K_t^i (z_t^i - \hat{z}_t^{j(i)})$

$\bar{P}_t = (I - K_t^i H_t^{j(i)}) \bar{P}_t$

end for

$\boldsymbol{x}_t = \bar{\boldsymbol{x}}_t$

$P_t = \bar{P}_t$

end procedure