

1 Выбор схемы и числовых данных

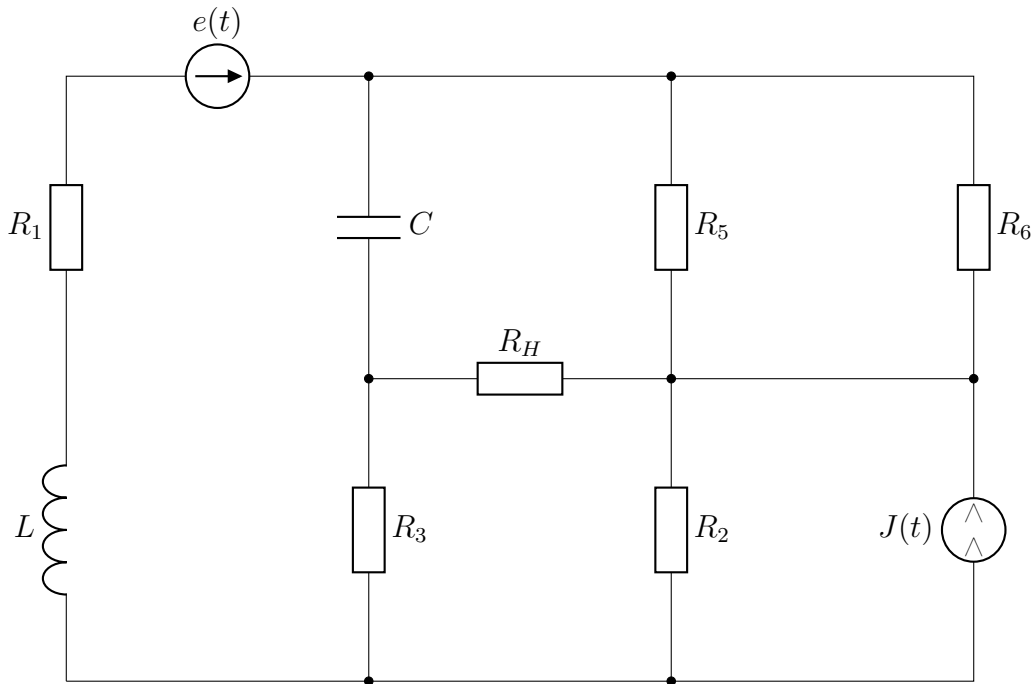


Рис. 1: Электрическая цепь

Параметры:

$$N = 7$$

$$n = 16$$

$$\omega = 1300 \text{ rad/c}$$

$$k = 3$$

$$e(t) = E_0 + E_m \sin 3\omega t$$

$$E_0 = 2 + 0.5 \cdot N + 0.3 \cdot n = 2 + 0.5 \cdot 7 + 0.3 \cdot 16 = 10.3 \text{ B}$$

$$E_m = E_0 \sqrt{2} = 10.3 \cdot \sqrt{2} = 14.57 \text{ B}$$

$$e(t) = 10.3 + 14.57 \cdot \sin(3 \cdot 1300t) = 10.3 + 14.57 \cdot \sin 3900t \text{ B}$$

$$J(t) = J_0 + J_m \sin \omega t$$

$$J_0 = 7 + 3 \cdot N + 7 \cdot n = 7 + 3 \cdot 7 + 7 \cdot 16 = 140 \text{ mA}$$

$$J_m = J_0 \sqrt{2} = 140 \cdot \sqrt{2} = 197.99 \text{ mA}$$

$$J(t) = 140 + 197.99 \cdot \sin 1300t \text{ mA}$$

$$R_1 = 50 + 7 \cdot N + 5 \cdot n = 50 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 16 = 179 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 75 + 9 \cdot N + 7 \cdot n = 75 + 9 \cdot 7 + 7 \cdot 16 = 250 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 100 + 7 \cdot N + 5 \cdot n = 100 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 16 = 229 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 75 + 7 \cdot N + 5 \cdot n = 75 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 16 = 204 \text{ Ом}$$

$$R_5 = R_6 = 100 + 9 \cdot N + 7 \cdot n = 100 + 9 \cdot 7 + 7 \cdot 7 = 212 \text{ Ом}$$

$$R_H = 60 + 9 \cdot N + 7 \cdot n = 60 + 9 \cdot 7 + 7 \cdot 16 = 235 \text{ Ом}$$

$$L = 50 + 0.8 \cdot N + 0.3 \cdot n = 50 + 0.8 \cdot 7 + 0.3 \cdot 16 = 60.4 \text{ мГн}$$

$$C = 3 + 0.3 \cdot N + 0.2 \cdot n = 3 + 0.3 \cdot 7 + 0.2 \cdot 16 = 8.3 \text{ мкФ}$$

2 Расчет линейных электрических цепей с синусоидальными периодическими источниками основной частоты

Так расчет проводится только с основной частотой ω , то закоротим источник напряжения, так как у него нет данной частоты.

Перерисуем схему:

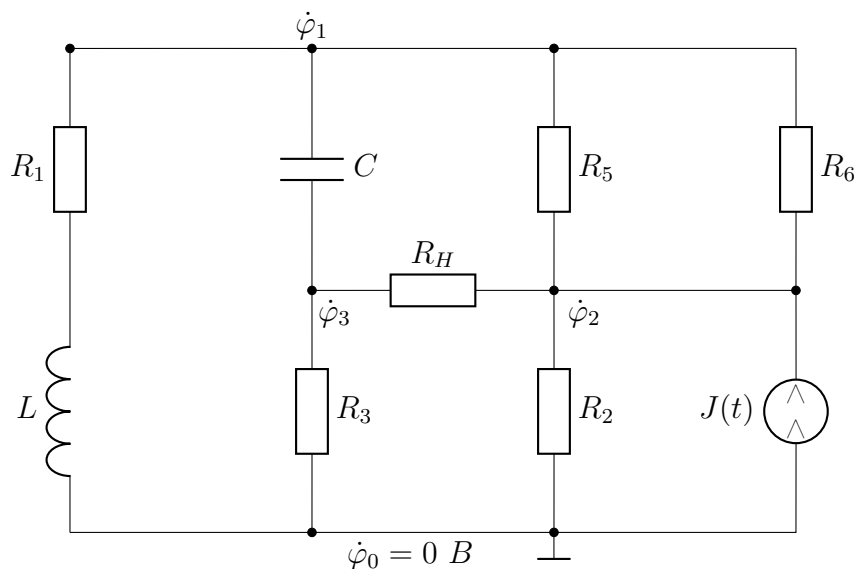


Рис. 2: Электрическая цепь

Рассчитаем ток в нагрузке $i_H^1(t)$ при действии синусоидального источника и основной циклической частоты $\omega = 1300 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ с помощью метода эквивалентного генератора.

Определим реактивные сопротивления:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{1300 \cdot 8.3 \cdot 10^{-6}} = 92.68 \text{ Ом}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 1300 \cdot 60.4 \cdot 10^{-3} = 78.52 \text{ Ом}$$

Заменим конденсатор и катушку на резисторы с соответственными сопротивлениями

$$Z_C = -jX_C = -j92.68 \text{ Ом}$$

$$Z_L = jX_L = j78.52 \text{ Ом}$$

Переобозначим активные сопротивления:

$$Z_1 = R_1 = 179 \text{ Ом}$$

$$Z_2 = R_2 = 250 \text{ Ом}$$

$$Z_3 = R_3 = 229 \text{ Ом}$$

$$Z_5 = Z_5 = R_5 = R_6 = 212 \text{ Ом}$$

$$Z_H = R_H = 235 \text{ Ом}$$

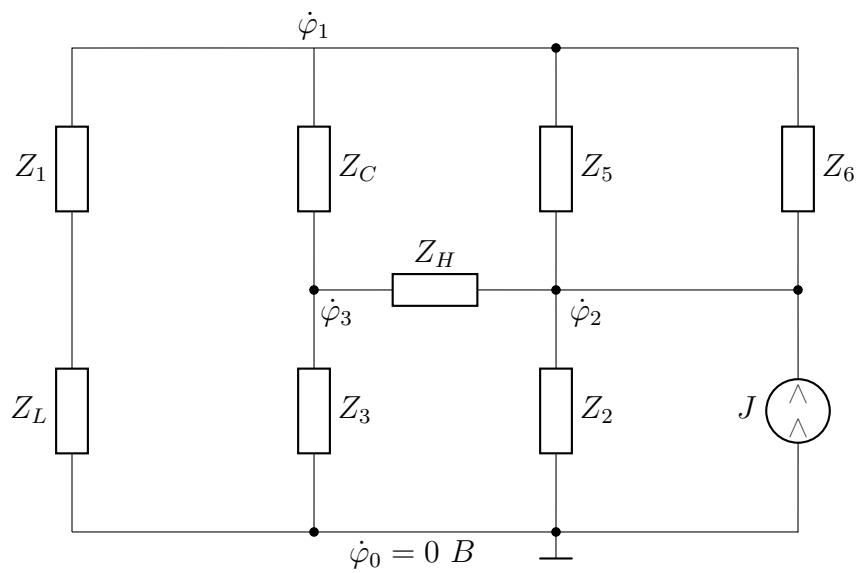


Рис. 3: Электрическая цепь

Разорвем цепь на месте R_H :

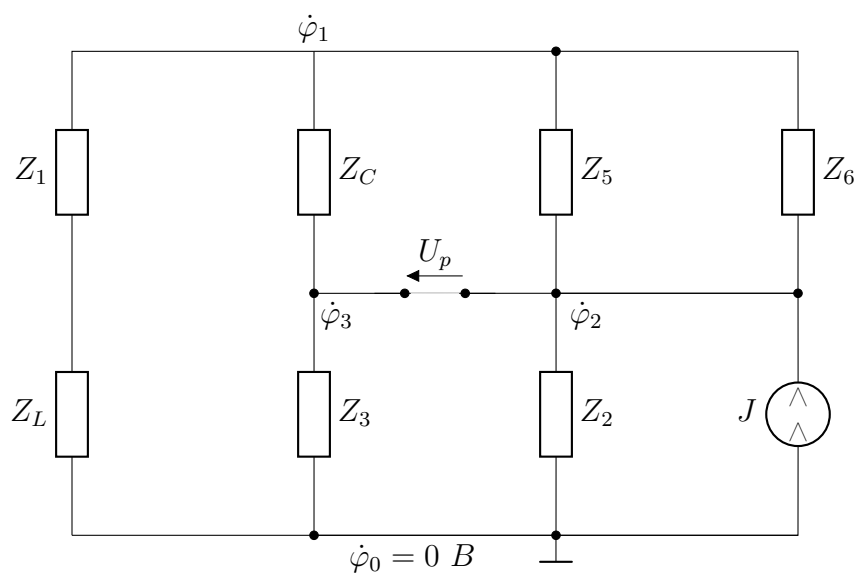


Рис. 4: Электрическая цепь

Уберем источник тока для расчета $Z_{\text{эКВ}}$:

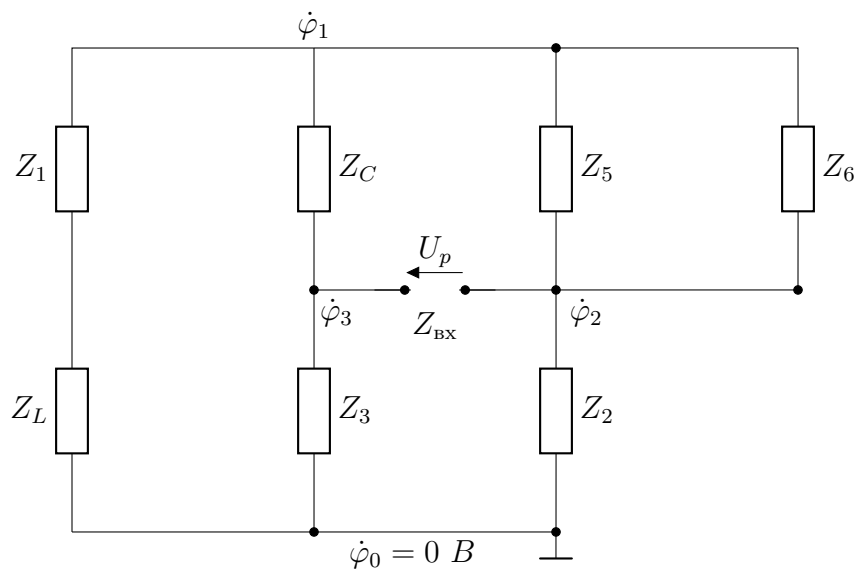


Рис. 5: Электрическая цепь

Перерисуем схему, чтобы можно было удобней найти Z_{BX} :

$$Z_{1L} = Z_1 + Z_L = R_1 + jX_L = 179 + 78.52j \text{ Ом}$$

$$Z_{56} = \frac{Z_5 \cdot Z_6}{Z_5 + Z_6} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{212 \cdot 212}{212 + 212} = 106 \text{ Ом}$$

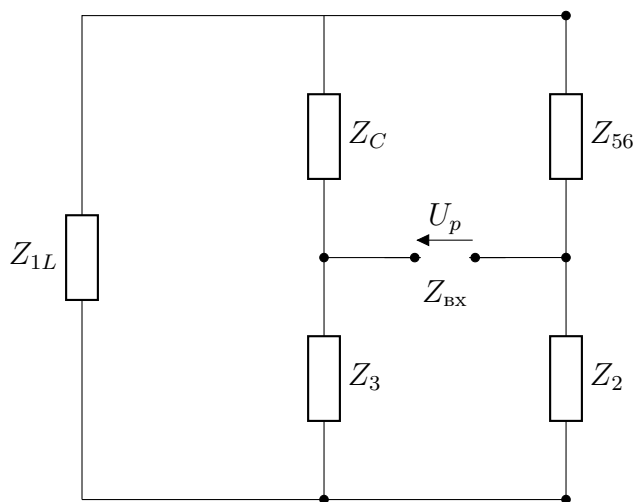


Рис. 6: Электрическая цепь

Преобразуем схему:

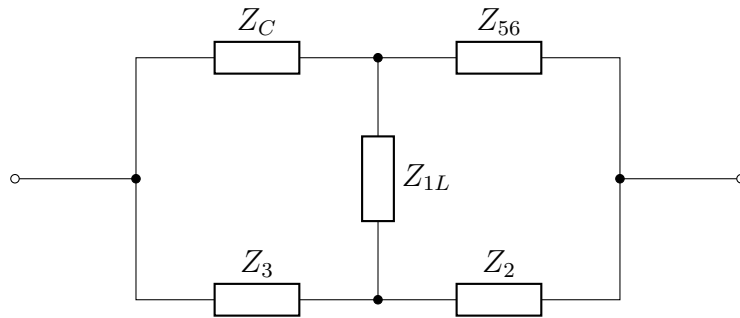


Рис. 7: Электрическая цепь

Сопротивление Z_{1L} , Z_2 , Z_3 подключены звездой, это подключение можно преобразовать в треугольник с сопротивлениями Z_{12L} , Z_{13L} , Z_{23} , где

$$Z_{12L} = Z_{1L} + Z_2 + \frac{Z_{1L} \cdot Z_2}{Z_3} = 179 + 78.52j + 250 + \frac{(179+78.52j) \cdot 250}{229} = 624.41 + 164.24j \text{ Ом}$$

$$Z_{13L} = Z_{1L} + Z_3 + \frac{Z_{1L} \cdot Z_3}{Z_2} = 179 + 78.52j + 229 + \frac{(179+78.52j) \cdot 229}{250} = 571.96 + 150.44j \text{ Ом}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_{1L}} = 250 + 229 + \frac{250 \cdot 229}{179+78.52j} = 747.221 - 117.657j \text{ Ом}$$

Перерисуем схему с учетом этих сопротивлений:

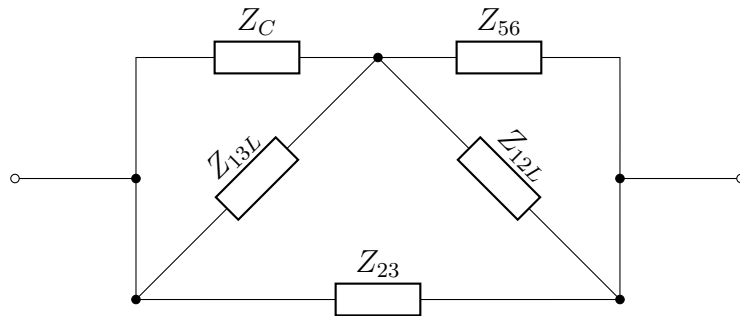


Рис. 8: Электрическая цепь

Перерисуем схему, В итоге получаем следующую цепь:

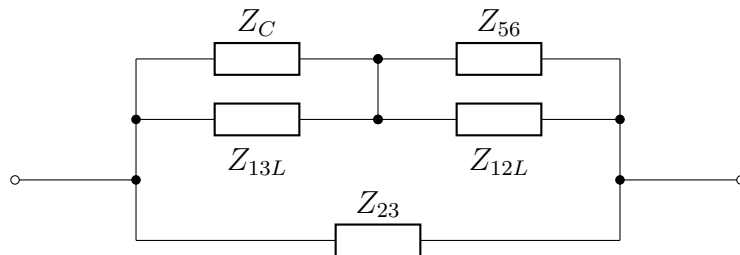


Рис. 9: Электрическая цепь

Резисторы Z_C , Z_{13L} подключены параллельно, их общее сопротивление Z_{13CL} равно:

$$Z_{13CL} = \frac{Z_C \cdot Z_{13L}}{Z_C + Z_{13L}} = \frac{-92.68j \cdot (571.96 + 150.44j)}{-92.68j + (571.96 + 150.44j)} = 14.866 - 94.181j \text{ Ом}$$

Резисторы Z_{56} , Z_{12L} подключены параллельно, их общее сопротивление Z_{1256L} равно:

$$Z_{1256L} = \frac{106 \cdot (624.41 + 164.24j)}{106 + (624.41 + 164.24j)} = 91.357 + 3.293j \text{ Ом}$$

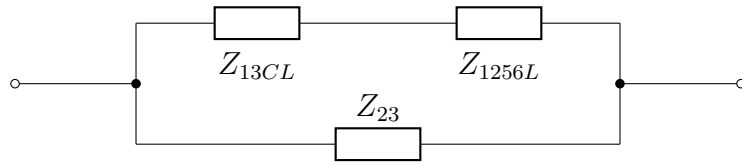


Рис. 10: Электрическая цепь

Между собой резисторы Z_{13CL} и Z_{1256L} подключены последовательно с общим сопротивлением $Z_{12356CL} = Z_{13CL} + Z_{1256L} = 14.866 - 94.181j + 91.357 + 3.293j = 106.223 - 90.888j$ Ом

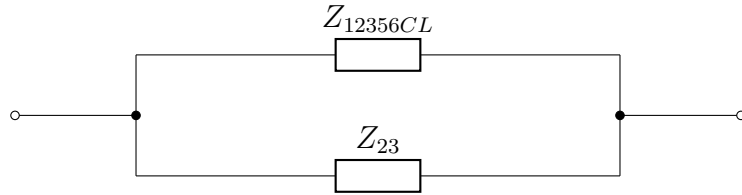


Рис. 11: Электрическая цепь

Сопротивление Z_{23} подключено к резистору $Z_{12356CL}$ параллельно и общее сопротивление $Z_{общ} = Z_{вх}$ всей цепи равняется:

$$Z_{вх} = \frac{Z_{23} \cdot Z_{12356CL}}{Z_{23} + Z_{12356CL}} = \frac{(106.223 - 90.888j) \cdot (747.221 - 117.657j)}{(106.223 - 90.888j) + (747.221 - 117.657j)} = 97.66 - 70.355j \text{ Ом}$$

Вернемся обратно к искомой цепи:

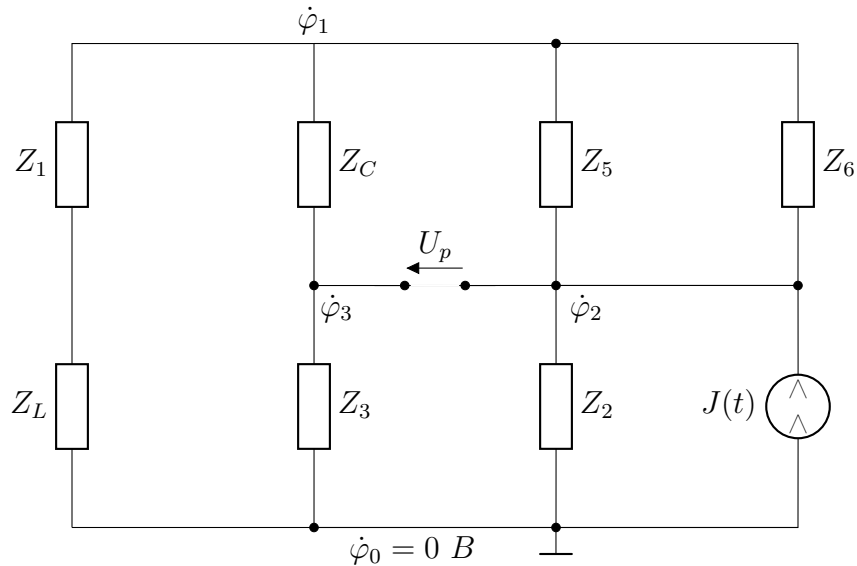


Рис. 12: Электрическая цепь

Преобразуем сопротивление Z_5 и Z_6 в одно сопротивление (параллельное подключение):

$$Z_{56} = \frac{Z_5 \cdot Z_6}{Z_5 + Z_6} = \frac{212 \cdot 212}{212 + 212} = 106 \text{ Ом}$$

Преобразуем сопротивления Z_1 и Z_L в одно сопротивление:

$$Z_{1L} = Z_1 + Z_L = 179 + 78.52j \text{ Ом}$$

Найдем действующее комплексное значение источника тока $J(t)$:

$$J(t) = J_m \sin(\omega t + \alpha_i), \alpha_i = 0 \implies J(t) = J_m \sin(\omega t)$$

$$\dot{J} = J_m / \sqrt{2} = 197.99 / \sqrt{2} = 140 \angle 0^\circ \text{ мА}$$

Перерисуем итоговую схему, обозначим направления токов и потенциалы:

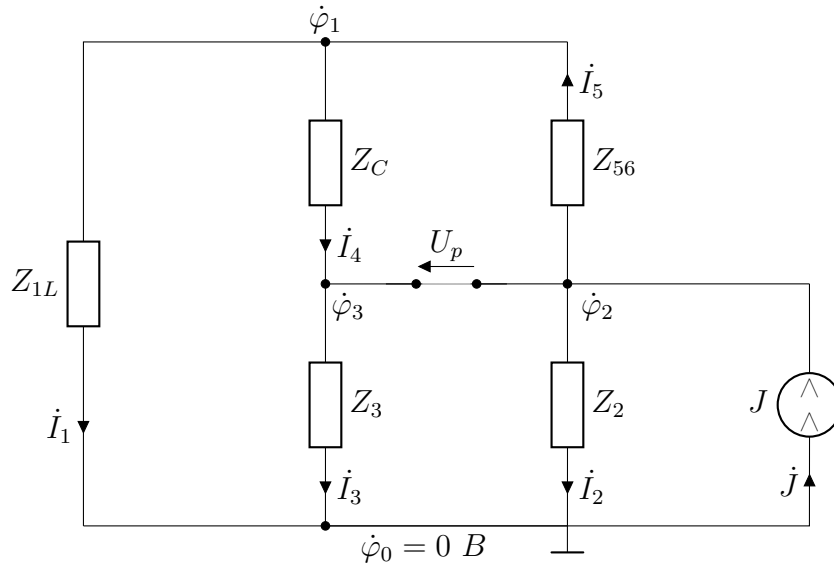


Рис. 13: Электрическая цепь

Запишем для этой схемы первое правило Кирхгофа для узлов $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_0 = 0 \text{ В}$ и закон Ома для каждого тока:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0 \\ J - \dot{I}_2 - \dot{I}_5 = 0 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 - J = 0 \\ \dot{I}_1 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_{1L} \\ \dot{I}_2 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_2 \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_4 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_{3C} \\ \dot{I}_4 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \cdot Y_C \\ \dot{I}_5 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \cdot Y_{56} \end{cases}$$

Рассчитаем проводимости для каждой ветви:

$$Y_{1L} = \frac{1}{Z_{1L}} = \frac{1}{179 + 78.52j} = 4.69 - 2.06j \text{ мСм}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{-92.68j} = 10.79j \text{ мСм}$$

$$Y_{3C} = \frac{1}{Z_C + Z_3} = \frac{1}{229 - 92.68j} = 3.75 + 1.52j \text{ мСм}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{250} = 4 \text{ мСм}$$

$$Y_{56} = \frac{1}{Z_{56}} = \frac{1}{106} = 9.43 \text{ мСм}$$

Подставим значение проводимости и силы тока источника в систему уравнение:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0 \\ 140 - \dot{I}_2 - \dot{I}_5 = 0 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 - 140 = 0 \\ \dot{I}_1 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \cdot (4.69 - 2.06j) \\ \dot{I}_2 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_0) \cdot (4) \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_4 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \cdot (3.75 + 1.52j) \\ \dot{I}_4 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \cdot (10.79j) \\ \dot{I}_5 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \cdot (9.43) \end{cases}$$

Введем данные в WolframAlpha и получим решение:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 41.7541 - 15.998j \text{ мА} \\ \dot{I}_2 = 66.1861 + 1.17558j \text{ мА} \\ \dot{I}_3 = 32.0598 + 14.8224j \text{ мА} \\ \dot{I}_4 = 32.0598 + 14.8224j \text{ мА} \\ \dot{I}_5 = 73.8139 - 1.17558j \text{ мА} \\ \dot{\varphi}_1 = 8.71895 + 0.41856j \text{ В} \\ \dot{\varphi}_2 = 16.5465 + 0.293896j \text{ В} \\ \dot{\varphi}_3 = 7.34523 + 3.38982j \text{ В} \\ \dot{\varphi}_0 = 0 + 0j \text{ В} \end{cases}$$

Найдем U_p :

$$\dot{U}_p = \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3 = (16.5465 + 0.293896j) - (7.34523 + 3.38982j) = 9.2 - 3.1j \text{ В}$$

Найдем I_p :

$$\dot{I}_p = \dot{I}_H = \frac{\dot{U}_p}{Z_H + Z_{\text{вх}}} = \frac{9.2 - 3.1j}{(97.668 - 70.354j) + 235} = 28.36 - 3.32j \text{ мА}$$

$I_H = 28.36 - 3.32j \text{ мА}$

2.1 Расчет узлов с помощью OrCad

С помощью OrCad рассчитаем потенциалы узлов φ_1 , φ_2 и φ_3 :

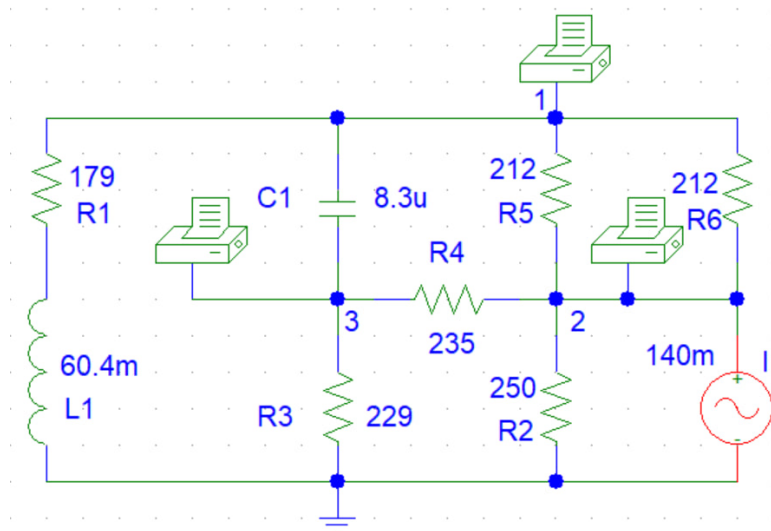


Рис. 14: Электрическая цепь, OrCad

Запустим симуляцию цепи, заранее выбрав в AC Sweep частоту $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1300}{2\pi} = 207$ Гц, для расчета потенциалов в узлах.

Получим отчет в текстовом формате:

```

FREQ      VM(3)      VP(3)      VR(3)      VI(3)
2.070E+02  8.321E+00  1.333E+01  8.097E+00  1.918E+00
***** 11/01/23 20:29:30 ***** PSpice 9.2 (Mar 2000) ***** ID# 1 *****
* C:\Users\zelle\Documents\last_kursach.sch

****      AC ANALYSIS              TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****

FREQ      VM(2)      VP(2)      VR(2)      VI(2)
2.070E+02  1.480E+01  4.410E+00  1.476E+01  1.138E+00
***** 11/01/23 20:29:30 ***** PSpice 9.2 (Mar 2000) ***** ID# 1 *****
* C:\Users\zelle\Documents\last_kursach.sch

****      AC ANALYSIS              TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****

FREQ      VM(1)      VP(1)      VR(1)      VI(1)
2.070E+02  9.267E+00  7.869E+00  9.180E+00  1.269E+00

```

Рис. 15: Расчет потенциалов в OrCad

Расшифруем данные:

$$FREQ = f = 2.070e + 02 = 207 \text{ Гц} - \text{частота}$$

$$VM(1) = V_{\varphi_1} = 9.267 \text{ В} - \text{амплитуда потенциала первого узла}$$

$$VP(1) = \alpha_1 = 7.869^\circ - \text{фаза потенциала первого узла}$$

$$VR(1) = Re[\varphi_1] = 9.18 \text{ В} - \text{действительная часть потенциала первого узла}$$

$$VI(1) = Im[\varphi_1] = 1.269 \text{ В} - \text{мнимая часть потенциала первого узла}$$

$$\dot{\varphi}_1 = 9.267e^{j7.869^\circ} = 9.18 + 1.269j \text{ В}$$

$$VM(2) = V_{\varphi_2} = 14.8 \text{ В} - \text{амплитуда потенциала второго узла}$$

$$VP(2) = \alpha_2 = 4.41^\circ - \text{фаза потенциала второго узла}$$

$$VR(2) = Re[\varphi_2] = 14.76 \text{ В} - \text{действительная часть потенциала второго узла}$$

$$VI(2) = Im[\varphi_2] = 1.138 \text{ В} - \text{мнимая часть потенциала второго узла}$$

$$\dot{\varphi}_2 = 14.8e^{j4.41^\circ} = 14.76 + 1.138j \text{ В}$$

$$VM(3) = V_{\varphi_3} = 8.32 \text{ В} - \text{амплитуда потенциала третьего узла}$$

$$VP(3) = \alpha_3 = 13.33^\circ - \text{фаза потенциала третьего узла}$$

$$VR(3) = Re[\varphi_3] = 8.097 \text{ В} - \text{действительная часть потенциала третьего узла}$$

$$VI(3) = Im[\varphi_3] = 1.918 \text{ В} - \text{мнимая часть потенциала третьего узла}$$

$$\dot{\varphi}_3 = 8.32e^{j13.33^\circ} = 8.097 + 1.918j \text{ В}$$

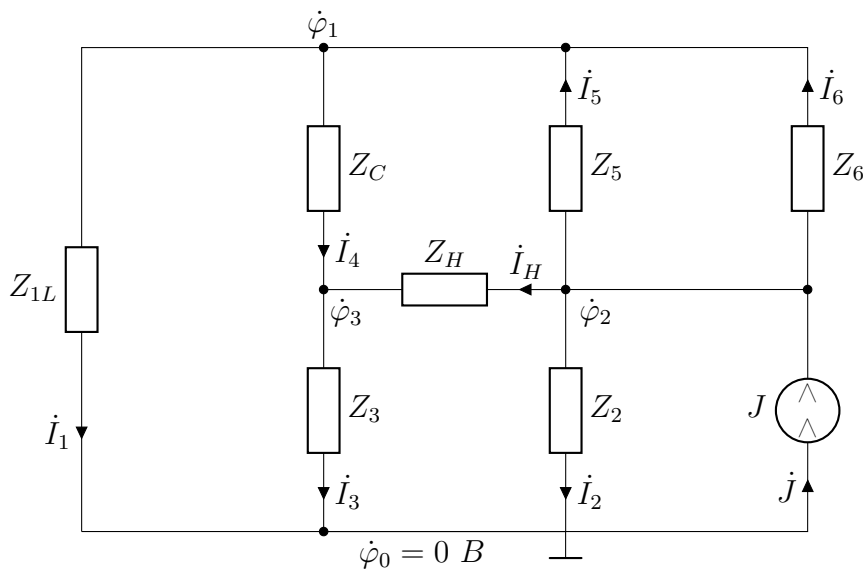


Рис. 16: Электрическая цепь

Рассчитаем токи в цепи с помощью полученных потенциалов.

Составим уравнения с помощью закона Ома:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_{1L} \\ \dot{I}_2 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_2 \\ \dot{I}_3 = (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_0) \cdot Y_3 \\ \dot{I}_4 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \cdot Y_C \\ \dot{I}_5 = \dot{I}_6 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \cdot Y_5 \\ \dot{I}_H = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \cdot Y_H \end{cases}$$

Рассчитаем проводимости для каждой ветви:

$$Y_{1L} = \frac{1}{Z_{1L}} = \frac{1}{179 + 78.52j} = 4.69 - 2.06j \text{ мСм}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{-92.68j} = 10.79j \text{ мСм}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{250} = 4 \text{ мСм}$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{229} = 4.37 \text{ мСм}$$

$$Y_5 = Y_6 = \frac{1}{Z_5} = \frac{1}{212} = 4.72 \text{ мСм}$$

$$Y_H = \frac{1}{Z_H} = \frac{1}{235} = 4.26 \text{ мСм}$$

Подставим алгебраические комплексные значения потенциалов и проводимости:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (9.18 + 1.269j - 0) \cdot (4.69 - 2.06j) = 45.66834 - 12.95919j = 47.47e^{-j15.84^\circ} \text{ мА} \\ \dot{I}_2 = (14.76 + 1.138j - 0) \cdot 4 = 59.04 + 4.552j = 59.215e^{j4.41^\circ} \text{ мА} \\ \dot{I}_3 = (8.097 + 1.918j - 0) \cdot 4.37 = 35.38389 + 8.38166j = 36.36e^{j13.33^\circ} \text{ мА} \\ \dot{I}_4 = (9.18 + 1.269j - (8.097 + 1.918j)) \cdot 10.79j = 7.00271 + 11.6855j = 13.623e^{j59.06^\circ} \text{ мА} \\ \dot{I}_5 = \dot{I}_6 = (14.76 + 1.138j - (9.18 + 1.269j)) \cdot 4.72 = 26.3376 - 0.61832j = 26.34e^{-j1.34^\circ} \text{ мА} \\ \dot{I}_H = (14.76 + 1.138j - (8.097 + 1.918j)) \cdot 4.26 = 28.38438 - 3.3228j = 28.578e^{-j6.677^\circ} \text{ мА} \end{cases}$$

Приведем эти данные в таблицу с действительными комплексными значениями и мгновенными, домножив амплитуду на $\sqrt{2}$ и записав в фазу аргумент указанный в степени значения.

Ток	действительный комплекс, мА	мгновенное значение, мА
I_1	$45.67 - 12.96j$	$67.13\sin(1300t - 15.84^\circ)$
I_2	$59.04 + 4.55j$	$83.74\sin(1300t + 4.41^\circ)$
I_3	$35.38 + 8.38j$	$51.42\sin(1300t + 13.33^\circ)$
I_4	$7 + 11.69j$	$19.26\sin(1300t + 59.06^\circ)$
I_5	$26.34 - 0.62j$	$37.25\sin(1300t - 1.34^\circ)$
I_6	$26.34 - 0.62j$	$37.25\sin(1300t - 1.34^\circ)$
I_H	$28.38 - 3.32j$	$40.42\sin(1300t - 6.677^\circ)$

Таблица 1: Действующие комплексные и мгновенные значения тока

2.2 Проверка токов первым законом Кирхгофа

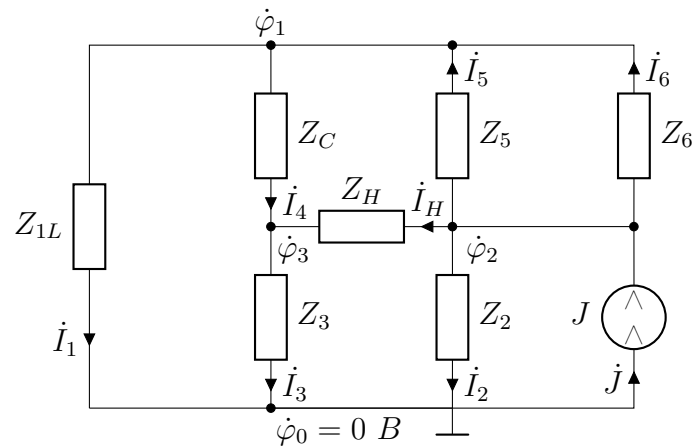


Рис. 17: Электрическая цепь

Для начала запишем уравнения Кирхгофа для нашей цепи:

Для узла $\dot{\varphi}_1$: $I_1 + I_4 = I_5 + I_6$

Для узла $\dot{\varphi}_2$: $J = I_2 + I_5 + I_6 + I_H$

Для узла $\dot{\varphi}_3$: $I_4 + I_H = I_3$

Для узла $\dot{\varphi}_0$: $I_1 + I_2 + I_3 = J$

Подставим значения:

Для узла $\dot{\varphi}_1$:

$$45.67 - 12.96j + 7 + 11.69j = 26.34 - 0.62j + 26.34 - 0.62j$$

$$52.67 - 1.27j = 52.68 - 1.24j$$

$$\delta < 1\%$$

Для узла $\dot{\varphi}_2$:

$$140 = 59.04 + 4.55j + 26.34 - 0.62j + 26.34 - 0.62j + 28.38 - 3.32j$$

$$140 + 0j = 140.1 - 0.01j$$

$$\delta < 1\%$$

Для узла $\dot{\varphi}_3$:

$$7 + 11.69j + 28.38 - 3.32j = 35.38 + 8.38j$$

$$35.38 + 8.37j = 35.38 + 8.38j$$

$$\delta < 1\%$$

Для узла $\dot{\varphi}_0$:

$$45.67 - 12.96j + 59.04 + 4.55j + 35.38 + 8.38j = 140$$

$$140.09 - 0.03j = 140 + 0j$$

$$\delta < 1\%$$

Сравнив данные между собой с помощью первого закона Кирхгофа, можно утверждать, что они верны, так как погрешность измерений во всех случаях составляет менее $< 1\%$.