

Заведующий кафедрой МКМ
Зубков П. В.

Экзаменационная программа по курсу «Математический анализ»

(3 семестр, поток А—04,06–10,12,17,20,21э—22)

VIII. Действительные числовые и функциональные ряды

1. Числовые ряды. Основные определения. Элементарные свойства сходящихся рядов.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Знакопостоянные числовые ряды. Признаки сравнения.
4. Признак Даламбера.
5. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши (без доказательства).
6. Знакопередающие числовые ряды. Признак Лейбница.
7. Абсолютная и условная сходимости числового ряда. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.
8. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
9. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: непрерывность суммы ряда, почленное интегрирование и дифференцирование (дифференцирование — без доказательства).
10. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости.
11. Формулы для радиуса сходимости степенного ряда.
12. Равномерная сходимость степенного ряда. Вторая теорема Абеля (без доказательства). Непрерывность суммы степенного ряда.
13. Почленное интегрирование степенного ряда.
14. Почленное дифференцирование степенного ряда.
15. Ряд Тейлора. Теорема о разложении в ряд Тейлора функции, все производные которой равномерно ограничены.
16. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций (доказательство для e^x и $\sin x$).
17. Тригонометрические ряды. Ортогональность тригонометрической системы. Ряд Фурье.
18. Равенство Парсеваля (без доказательства). Теорема о сходимости ряда Фурье (без доказательства).

IX. Теория функций комплексного переменного

1. Предел последовательности комплексных чисел и его свойства.
2. Замечательный предел. Формулы Эйлера.
3. Предел функции комплексного переменного и его свойства. Непрерывность функции комплексного переменного.
4. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Коши—Римана.
5. Дифференцирование суммы, произведения и частного двух функций комплексного переменного. Дифференцирование сложной функции. Аналитические функции.
6. Рациональная и показательная функции комплексного переменного и их свойства.
7. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного и их свойства.
8. Логарифмическая, общая степенная и общая показательная функции комплексного переменного и их свойства.
9. Обратные тригонометрические и гиперболические функции комплексного переменного и их свойства.
10. Интегрирование функции комплексного переменного. Выражение интеграла функции комплексного переменного через вещественные криволинейные интегралы 2-го рода.
11. Свойства интеграла функции комплексного переменного.
12. Теорема Коши для односвязной области (доказательство при условии непрерывности производной) и её следствие. Теорема Коши для многосвязной области.
13. Первообразная. Формула Ньютона—Лейбница.
14. Интегральная формула Коши.
15. Производные высших порядков и обобщённая интегральная формула Коши (без доказательства). Связь аналитических функций с гармоническими.
16. Комплексные степенные ряды. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости. Формулы для радиуса сходимости (без доказательства).
17. Интегрирование и дифференцирование комплексных степенных рядов (без доказательства). Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.
18. Ряды Лорана. Область сходимости и аналитичность суммы. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана (без доказательства).
19. Изолированные особые точки и их классификация.
20. Вычеты и их вычисление. Теорема Коши о вычетах.

X. Операционное исчисление

1. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Примеры.

2. Свойства преобразования Лапласа: линейность, теорема подобия, запаздывание оригинала, смещение изображения.
3. Свойства преобразования Лапласа: дифференцирование оригинала, дифференцирование изображения.
4. Свойства преобразования Лапласа: интегрирование оригинала, интегрирование изображения.
5. Операционный метод решения линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Основные типы задач к экзамену

1. Исследование действительных числовых рядов на сходимость (в том числе, на абсолютную и условную сходимость).
2. Исследование сходимости действительных функциональных рядов.
3. Нахождение области сходимости действительных степенных рядов.
4. Разложение функции действительного переменного в ряд Тейлора и нахождение области сходимости этого ряда к порождающей его функции.
5. Нахождение области сходимости комплексных степенных рядов.
6. Разложение функции комплексного переменного в ряд Тейлора и нахождение области сходимости этого ряда к порождающей его функции.
7. Нахождение всех лорановских разложений функции комплексного переменного.
8. Нахождение изолированных особых точек функции комплексного переменного и определение их типа.
9. Вычисление интеграла функции комплексного переменного.
10. Применение операционного исчисления для решения задачи Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Лектор

Боровиков И. А.