

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой МКМ
Зубков П.В.

28.12.2022

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (1 семестр)

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

А-4,6-10,12,17,20–22

1. Множества. Основные понятия. Операции над множествами.
2. Основные числовые множества. Окрестность точки.
3. Ограниченные и неограниченные множества.
4. Точные грани числовых множеств. Существование точных граней у ограниченных множеств (без доказательства).
5. Числовые последовательности. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Примеры.
6. Ограниченность бесконечно малой последовательности.
7. Связь бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей.
8. Свойства бесконечно малых последовательностей: сумма бесконечно малых последовательностей.
9. Свойства бесконечно малых последовательностей: произведение ограниченной и бесконечно малой последовательностей; произведение бесконечно малых последовательностей.
10. Предел числовой последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
11. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями (привести доказательство только для алгебраической суммы двух сходящихся последовательностей).
12. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями (привести доказательство только для произведения двух сходящихся последовательностей).
13. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в неравенствах; теорема о промежуточных значениях.
14. Монотонные последовательности. Признак Вейерштрасса сходимости монотонной последовательности.
15. Лемма Кантора о вложенных отрезках (доказательство существования).
16. Подпоследовательности. Частичные пределы. Связь предела последовательности с частичными пределами.
17. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
18. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности (доказательство только необходимости).
19. Числовые функции. Способы задания функции.
20. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений (без доказательства).
21. Свойства пределов функций, связанные с арифметическими операциями.
22. Свойства пределов функций, связанные с предельным переходом в неравенствах. Теорема о промежуточных значениях.
23. Локальная ограниченность функций, имеющих предел. Критерий Коши существования предела функции (доказательство только необходимости).
24. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
25. Сравнение функций. Символ \bar{o} .
26. Эквивалентные функции. Замена функций эквивалентными при вычислении пределов.
27. Непрерывность функции в точке. Примеры непрерывных функций. Доказательство непрерывности функции $\sin x$.
28. Точки разрыва функции и их классификация.
29. Локальные свойства непрерывных функций: устойчивость знака непрерывной функции.
30. Арифметические свойства непрерывных функций.
31. Непрерывность сложной функции.

32. Замечательные пределы (доказательство только для первого замечательного предела).
33. Первая теорема Вейерштрасса.
34. Теорема Коши о нуле непрерывной функции.
35. Существование и непрерывность обратной функции (без док-ва).
36. Определение производной. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали.
37. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции.
38. Производная суммы, разности, произведения и частного.
39. Производная обратной функции.
40. Производная сложной функции.
41. Производные высших порядков.
42. Локальный экстремум. Теорема Ферма.
43. Теорема Ролля.
44. Формула конечных приращений Лагранжа.
45. Формула конечных приращений Коши.
46. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства). Формулы Маклорена некоторых элементарных функций.
47. Локальный экстремум функции. Необходимое и первое достаточное условия локального экстремума.
48. Выпуклость функции. Достаточное условие выпуклости кривой.
49. Точки перегиба. Необходимое условие для точки перегиба (без док-ва). Достаточное условие существования точки перегиба.
50. Асимптоты графика функции. Схема построения графика функции.

ЗАДАЧИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Вычислить предел последовательности.
2. Вычислить предел функции.
3. Доказательство предела по определению.
4. Доказательство непрерывности функции по определению.
5. Сравнение бесконечно малых функций.
6. Вычислить производную функции.
7. Доказательство существования производной по определению.
8. Вычислить производные высших порядков.
9. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции в данной точке.
10. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
11. Исследовать функцию на локальный экстремум. Найти промежутки монотонности функции.
12. Найти промежутки выпуклости функции. Найти точки перегиба функции и касательные к графику функции в этих точках.
13. Исследовать функцию и построить график.

Лектор

/Симушев А.А./