

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$\sin(0.25 - 0.225) - 1.66$	2	$\sqrt{14.1} + 2.555 - \ln(2.08)$
3	$2^{1.1} - 3^{1.2} + 1.3$	4	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$
5	$1.0^4 - 0.45^3 - 1.7$	6	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$
7	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$	8	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$
9	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$	10	$(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$
11	$23.8 \arctg(51.45/5.5)$	12	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
13	$\sqrt[3]{15.0} - 8.09 \cdot 8.766$	14	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$
15	$\sqrt{1.58} - \frac{1}{5.18^2} - 1.85$	16	$\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$
17	$\ln 2.718 - 4.0 + 0.66^2$	18	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$
19	$3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$	20	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$
21	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$	22	$\sqrt{0.15} - 2.67 + 1.200$
23	$\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$	24	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$
25	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$	26	$\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$
27	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$	28	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$
29	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$	30	$1.00 - \ln 2.71 - (0.8)^3$

Задание 2.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon = 0.01$.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\sin x - x^3 + 2$	2	$\sqrt{x} + 2 - \ln(x - 2)$	3	$2^{x+1} - 3^x$
4	$e^x - x^2 + 6x$	5	$x^4 - 2x^3 - 1$	6	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$
7	$\ln(x+1) + x^2 - 3$	8	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$	9	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$
10	$\sin x - x + 3$	11	$e^x - (x-3)^2 - 1$	12	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$
13	$\sin x - \sqrt{x-1}$	14	$\ln x - \sqrt{x-2}$	15	$\sqrt{1-x} - \frac{1}{x^2} - 1$
16	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$	17	$\ln x - 4 + x^2$	18	$\cos x - 3x - 3$
19	$\ln(x-1) - \frac{1}{x}$	20	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$	21	$\log_2 x - 2^{-x}$
22	$\sqrt{x} - 2x + 2$	23	$\cos x + 2 - x^3$	24	$e^x - (x-3)^2 + 2$
25	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$	26	$\frac{1}{x^2} - \ln(1-x)$	27	$e^x - x^2 + 3x$
28	$\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2$	29	$\cos x + (x-0.5)^3$	30	$1 - \ln x - (x-2)^3$

Задание 3.

Найти корень нелинейного уравнения из задачи 2 методом простой итерации. Для этого преобразовать уравнение $f(x) = 0$ к виду, удобному для итераций и проверить выполнение условия сходимости. В качестве отрезка локализации взять отрезок, полученный методом бисекции при решении задачи 2. Найти корень методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 0.0001$.

УКАЗАНИЕ. Для поиска экстремумов функции допускается построение ее графика в любом математическом пакете. Соответствующий график должен быть приведен при оформлении задачи.

Задание 4.

Найти корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$, локализованный на отрезке $[a, b]$, методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$.

N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$
1	$2x - \frac{1}{x+1} - 4$	$[0, 3]$	2	$\frac{1}{\sqrt{x}} - 3\sin x - 1$	$[3, 5]$	3	$e^{x-2} - \frac{1}{x^3}$	$[1, 3]$
4	$x^3 - \frac{1}{\sqrt{x+2}}$	$[0, 2]$	5	$6x - e^{-x+1}$	$[0, 2]$	6	$3(x - 0.5)^2 - 2\sin x$	$[1, 3]$
7	$e^x - \frac{1}{2\sqrt{x+4}}$	$[-2, 0]$	8	$\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^3}$	$[1, 3]$	9	$3\cos x + \ln x + 1$	$[3, 5]$
10	$x + 2\sin 2x - 1$	$[-1, 1]$	11	$x + \cos 2x$	$[-1, 1]$	12	$2x + \cos x + 1$	$[-1, 1]$
13	$4x^3 - \frac{3}{\sqrt{x+3}}$	$[0, 3]$	14	$2x - \cos x + 8$	$[-5, -3]$	15	$\sin x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$[3, 5]$
16	$4\cos x - \frac{1}{\sqrt{x}}$	$[3, 5]$	17	$\ln(x+2) + 2x + 1$	$[-1, 2]$	18	$e^x - 3(x+2)^2$	$[-2, 0]$
19	$4(x - 3.5)^3 - e^{-x}$	$[3, 5]$	20	$e^x - 2x - 5$	$[0, 3]$	21	$2\cos x - \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$	$[4, 6]$
22	$\frac{1}{\sqrt{x+4}} - \frac{1}{x+1}$	$[0, 3]$	23	$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x}$	$[4, 6]$	24	$\frac{1}{(x+1.5)^2} - 2x + 3$	$[1, 3]$
25	$x - 2e^{-x} - 1$	$[1, 3]$	26	$\cos x - \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 1$	$[4, 6]$	27	$x - \cos x$	$[-1, 1]$
28	$x - \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 2$	$[2, 5]$	29	$2x - 2 - \frac{1}{x+1}$	$[0, 3]$	30	$\ln(x+3) + \frac{x}{x+3}$	$[-2, 1]$

Задание 5.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (схема единственного деления).

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	2 2 -5 1 -18 -20 44 -13 -4 -8 10 -19 -14 -14 35 2	4 3 119 -91	2	-8 6 3 -5 -32 17 13 -24 -8 -22 4 -23 -48 -27 15 -79	-64 -278 -135 -509	3	-9 -1 9 -8 18 3 -17 23 -36 -11 36 -88 18 -4 -31 -24	116 -246 583 -159
4	-3 2 -10 3 24 -26 84 -24 12 82 -4 -10 -18 -78 -8 5	12 -20 -714 675	5	-6 -2 5 5 -18 -2 17 15 -48 -52 17 38 60 -16 -28 -37	33 67 578 -271	6	-3 -7 3 -7 -9 -25 17 -25 -21 -53 37 -59 -6 -14 -42 13	20 36 78 295
7	7 -4 -10 -7 -7 11 7 -1 -49 -28 86 110 14 -22 2 17	-136 67 1432 10	8	-4 -6 2 -7 -16 -33 9 -27 -20 -102 16 -29 4 60 -2 0	-15 -72 -147 50	9	1 -1 -2 8 9 -8 -16 65 -6 15 39 -111 7 -3 39 19	50 397 -813 -96
10	8 3 -1 3 56 22 -3 21 -24 -18 -27 -8 64 31 -10 11	-28 -222 291 -295	11	7 6 -7 5 7 -4 0 1 -63 -64 79 -58 -56 12 -13 14	0 -4 -67 228	12	-1 -4 9 6 -9 -27 79 61 7 28 -71 -47 -3 51 29 69	59 435 -455 -363
13	9 -1 -8 -5 -54 2 41 31 -45 -27 -9 24 -27 -5 -32 64	161 -935 -504 -676	14	9 4 2 0 9 11 -2 -1 -81 -106 12 8 -90 -68 6 8	-37 -45 465 358	15	3 8 -10 -6 -21 -64 76 41 21 -16 -9 -46 0 48 -99 -42	-42 253 -621 -153

N	A				b	N	A				b	N	A				b
16	-4	7	-10	-2	23	17	-10	-6	6	-2	46	18	6	-3	-2	-10	-73
	-8	8	-22	1	47		50	21	-36	5	-131		54	-29	-14	-89	-665
	-32	44	-82	-6	186		-60	-108	-6	-54	1014		-6	5	-1	12	92
	-32	116	-64	-74	182		10	-57	0	-50	215		-12	18	-28	-11	100
19	8	5	-9	3	105	20	-10	4	3	5	9	21	-4	-7	-3	0	-50
	24	13	-37	7	333		10	-1	-3	-3	-43		40	73	36	9	431
	-72	-29	160	-9	-1086		60	-12	-24	-19	-160		28	49	23	-4	392
	48	46	25	30	489		0	24	60	-18	-540		-28	-79	-69	-109	542
22	-5	9	-10	-4	186	23	2	-9	3	0	100	24	-9	8	-5	-3	38
	-45	78	-100	-45	1832		-4	10	-10	-6	-108		18	-26	6	9	-39
	25	-24	119	77	-1968		2	7	1	2	-64		54	42	58	-15	-499
	15	-33	10	-15	-152		16	-40	-40	-50	580		45	-60	-39	-13	246
25	7	-7	-9	-4	-67	26	7	-1	-1	-8	-78	27	-8	4	-1	-1	-67
	-14	10	14	1	139		-14	-8	-5	24	146		-16	9	-7	-7	-176
	-35	3	11	-36	359		-63	-71	-40	141	585		72	-34	-6	3	520
	49	-37	-45	-16	-409		-28	24	46	43	191		72	-29	-11	-40	298
28	-5	8	-2	3	-92	29	8	2	5	5	-26	30	-7	-10	4	-1	101
	-30	54	-4	25	-568		-24	-2	-17	-15	44		35	48	-11	9	-473
	-45	90	11	43	-856		-16	-16	-7	-18	73		-63	-90	30	-7	875
	5	-44	-26	-59	268		-56	-38	-29	-46	269		-21	-10	-126	-32	-264

Задание 8.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой.

N	A					b	N	A					b	N	A					b
1	5	-3	0	0	0	60	2	4	2	0	0	0	14	3	8	4	0	0	0	40
	3	6	1	0	0	-39		4	16	-5	0	0	-20		-5	12	-2	0	0	78
	0	-5	14	2	0	82		0	-3	8	-1	0	45		0	5	16	-4	0	-86
	0	0	-2	8	-3	-16		0	0	2	13	-5	-127		0	0	-3	13	4	-27
	0	0	0	5	10	-125		0	0	0	-3	6	36		0	0	0	1	2	-9
4	7	4	0	0	0	20	5	8	4	0	0	0	-20	6	2	1	0	0	0	17
	0	7	4	0	0	14		1	7	-3	0	0	-33		0	9	-5	0	0	-1
	0	4	10	1	0	65		0	-4	18	-5	0	153		0	-5	18	5	0	46
	0	0	-5	10	-1	0		0	0	1	10	-4	26		0	0	5	15	-3	43
	0	0	0	3	5	-16		0	0	0	4	8	-60		0	0	0	2	4	22
7	6	-3	0	0	0	9	8	4	-2	0	0	0	-4	9	6	-3	0	0	0	48
	-6	21	5	0	0	-155		1	5	2	0	0	-32		1	7	-3	0	0	17
	0	1	4	-2	0	-35		0	-2	10	-4	0	-104		0	-3	13	-4	0	-118
	0	0	-4	10	2	58		0	0	-1	3	1	14		0	0	1	4	2	8
	0	0	0	-6	12	-144		0	0	0	-1	2	-6		0	0	0	4	7	6

N	A					b	N	A					b	N	A					b
10	4	2	0	0	0	-22	11	4	2	0	0	0	16	12	2	1	0	0	0	18
	0	9	5	0	0	-36		3	8	-1	0	0	33		-3	7	-1	0	0	46
	0	-2	12	-5	0	81		0	4	18	-5	0	121		0	2	12	5	0	-4
	0	0	-2	11	-4	97		0	0	-4	12	2	-70		0	0	5	19	5	102
	0	0	0	-4	7	-64		0	0	0	3	5	-44		0	0	0	-2	4	-36
13	7	-4	0	0	0	-85	14	2	-1	0	0	0	10	15	12	-6	0	0	0	120
	3	16	-6	0	0	111		1	12	5	0	0	30		-5	12	-1	0	0	-109
	0	3	9	2	0	33		0	-4	14	-4	0	20		0	2	8	2	0	8
	0	0	-1	3	-1	-25		0	0	3	10	3	-46		0	0	-5	20	-5	5
	0	0	0	-4	8	64		0	0	0	-2	4	46		0	0	0	4	8	48
16	12	-6	0	0	0	162	17	11	-6	0	0	0	52	18	4	-2	0	0	0	-10
	-2	9	-3	0	0	-111		-5	12	-2	0	0	-52		-2	5	-1	0	0	-4
	0	1	11	-5	0	60		0	-3	8	1	0	-67		0	3	9	-2	0	-54
	0	0	3	8	-1	-27		0	0	0	10	5	-80		0	0	3	12	3	120
	0	0	0	-4	7	13		0	0	0	-6	10	100		0	0	0	-5	9	18
19	10	-5	0	0	0	-50	20	2	1	0	0	0	14	21	4	-2	0	0	0	-8
	-2	13	5	0	0	122		-3	8	1	0	0	-60		-6	22	5	0	0	32
	0	1	7	-3	0	35		0	-3	8	-2	0	6		0	1	4	-1	0	23
	0	0	-5	20	5	165		0	0	5	11	-1	-12		0	0	2	12	-5	-36
	0	0	0	-2	4	2		0	0	0	1	2	-9		0	0	0	4	8	-92
22	6	-3	0	0	0	-60	23	2	1	0	0	0	11	24	5	3	0	0	0	8
	5	13	-2	0	0	-36		3	14	-4	0	0	15		-4	10	-2	0	0	-70
	0	4	12	2	0	-86		0	0	8	4	0	-96		0	1	12	5	0	50
	0	0	-3	10	3	35		0	0	-5	13	2	-15		0	0	4	9	1	-34
	0	0	0	4	8	60		0	0	0	-1	2	24		0	0	0	-1	2	-10
25	4	-2	0	0	0	4	26	4	-2	0	0	0	30	27	4	2	0	0	0	16
	3	10	2	0	0	-20		3	7	1	0	0	-52		-4	16	-5	0	0	-216
	0	-3	8	-2	0	6		0	3	9	2	0	5		0	-1	6	-2	0	52
	0	0	3	12	-4	36		0	0	5	14	2	94		0	0	-4	12	3	-100
	0	0	0	-3	5	-45		0	0	0	-5	9	-98		0	0	0	-4	8	100
28	9	-5	0	0	0	-55	29	6	-3	0	0	0	42	30	5	3	0	0	0	36
	-6	17	-3	0	0	37		-3	18	-6	0	0	-90		1	4	-1	0	0	34
	0	1	2	1	0	28		0	1	4	2	0	36		0	5	15	-3	0	-10
	0	0	-6	21	5	94		0	0	0	1	-1	13		0	0	-1	7	3	27
	0	0	0	4	8	0		0	0	0	1	2	-5		0	0	0	3	5	40

Задание 9.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

Считая, что компоненты вектора b получены в результате округления по дополнению, найти его относительную погрешность в каждой из трех указанных норм.

N	A			b	N	A			b
1	-0,601	-1,905	2,604	-4,2	2	0,745	-0,025	1,051	-0,86
	2,614	1,19	-1,936	-2,8		2,034	-2,532	-2,834	2,18
	0,855	-1,445	1,575	3		-2,497	1,888	0,172	-4,6
3	-1,584	-2,45	-1,18	3,89	4	-2,043	-1,921	2,428	2,181
	0,376	1,752	-0,093	-0,316		0,952	-0,664	1,031	-7
	-0,87	-0,765	-2,032	-0,34		0,566	2,087	-2,98	2,9
5	-0,577	0,582	0,795	6,6	6	0,268	0,944	1,689	4,02
	0,453	-0,24	1,113	2,419		2,346	0,453	-0,763	-3
	2,111	-1,422	-0,707	-0,191		2,727	1,062	1,861	2,6
7	-1,009	-0,253	0,877	5,9	8	-0,76	1,177	1,706	5,5
	2,889	2,287	-2,905	-6,16		2,083	1,778	0,574	-4
	1,35	2,811	0,097	-2,9		0,02	-2,706	-0,968	2,43
9	-1,843	-2,546	-2,089	-5	10	1,494	0,643	-2,779	0,732
	2,118	-1,547	-1,309	-5		-2,782	-1,07	0,619	1,89
	0,52	-2,61	0,628	-7		0,571	-1,299	0,989	5,4
11	-0,47	-1,788	0,658	7,81	12	0,147	-1,565	0,844	-8
	-2,458	0,164	-1,55	6,78		-2,269	1,905	0,594	2,86
	-0,027	0,697	2,626	-5,9		0,333	-0,169	-0,367	-1,62
13	2,046	1,821	-1,45	2,01	14	2,115	-0,31	2,979	-1,02
	-2,198	1,181	0,742	-3,03		0,122	2,993	0,924	5,416
	2,572	0,985	2,397	-2,1		-0,989	-0,195	0,08	-6,206
15	1,302	-2,535	-2,178	3,118	16	2,928	1,203	2,703	0,21
	-2,986	2,036	-1,881	-7,2		-2,309	-2,193	0,493	-6,78
	-2,76	0,947	0,438	-0,7		1,089	-1,395	1,869	-2,9
17	2,802	2,293	0,876	-6	18	-2,137	-2,763	-2,008	-2,59
	0,246	-1,063	1,01	-5,68		-2,23	-0,85	0,314	2,5
	-1,039	-1,419	-0,749	-1,15		2,131	1,993	-1,378	-6,362
19	1,158	-0,76	0,266	4	20	1,591	-0,75	-2,093	-2,851
	-0,485	-2,814	-1,793	2,19		-1,863	-2,892	2,026	-0,536
	-0,097	1,096	2,912	0		-2,742	-0,221	-2,502	2,6
21	-0,888	1,055	-1,656	-1	22	0,463	-2,527	-0,052	-4
	-2,627	-1,466	-2,558	2,951		-0,023	0,493	-1,059	2
	2,014	-0,835	0,56	-2,988		2,159	-1,246	-0,117	-2,9
23	2,297	-1,058	1,135	-2,551	24	1,943	2,136	2,956	3,465
	0,368	0,494	-0,441	-6,35		-2,636	-2,437	1,98	-1,583
	1,735	1,674	-1,793	2,678		-2,22	1,927	2,701	-2

N	A			b	N	A			b
25	2,847	-0,447	0	-1,67	26	-2,269	0,612	-2,951	6
	0,302	-1,036	1,63	1,206		1,977	2,839	0,282	-0,19
	1,311	2,661	-2,226	-2,9		-1,195	1,636	-1,283	1,68
27	-1,115	-2,02	1,282	-4,06	28	2,509	0,031	2,775	-6,75
	2,166	-1,828	-1,709	7,897		-1,773	-1,978	2,583	2,279
	-2,485	1,305	0,615	5,024		-0,739	-2,67	-2,916	-5
29	1,321	2,131	2,162	7	30	-0,081	1,458	1,689	3
	2,612	1,783	2,879	0		-1,798	2,426	-2,33	1,49
	1,351	-1,931	-2,082	-5		-2,822	-0,005	2,154	-2,6

Задание 11.

Дана система уравнений $Ax = b$. Привести ее к виду, удобному для итераций, проверить выполнение достаточного условия сходимости указанных ниже методов. Выполнить три итерации по методу Якоби и три итерации по методу Зейделя. Определить, во сколько раз уменьшится норма невязки в каждом случае. Используя апостериорную оценку, вычислить погрешность приближенного решения, полученного на третьей итерации каждого метода.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	-4	7	81	-1	313	2	-3	142	9	8	-965	3	9	-3	131	8	-1056
	-4	7	-3	77	-641		73	-5	-2	-2	-407		121	-9	9	-2	-524
	102	-8	9	0	-1017		-8	8	5	128	863		-6	6	-7	119	294
	-7	110	-2	-6	448		6	-5	125	-7	-675		8	76	2	-3	-358
4	2	-10	-5	100	-43	5	-1	-9	7	98	-477	6	-3	-1	4	67	560
	71	-7	6	-1	82		-8	6	108	-5	-62		-10	-1	79	-3	-651
	-1	65	-8	-2	-235		103	8	4	-5	-946		143	7	7	-7	969
	6	1	96	-10	-276		1	132	-9	-9	1232		3	89	6	0	-819
7	-7	0	8	81	-793	8	-8	123	8	-6	211	9	-5	8	100	4	-831
	86	-8	6	3	-576		-2	1	4	49	-167		-7	131	8	-7	-946
	-6	118	5	-8	-1078		146	9	-6	6	-343		-4	-7	-10	124	149
	1	-9	86	-8	-181		-8	-2	65	0	404		76	0	7	-8	-436
10	110	1	7	-8	115	11	108	3	-8	6	-127	12	-2	9	-7	95	-514
	2	-6	-5	111	209		4	5	76	1	-348		3	-7	126	9	238
	9	165	6	9	45		-6	9	4	104	-593		6	67	-4	-1	-22
	-7	1	87	4	262		-2	56	-1	-7	-351		94	-1	-10	4	713
13	113	6	0	-9	693	14	9	0	101	-2	287	15	5	101	-8	7	144
	0	-9	8	89	-424		139	5	-10	-5	1271		9	6	-7	128	-1255
	-6	107	2	-7	-542		-3	-5	0	48	-153		-2	-2	62	7	381
	-8	-9	114	-3	-330		-4	141	-10	6	778		129	-10	-4	8	-1162
16	86	8	-3	5	795	17	103	-3	2	-10	-1000	18	-2	9	8	137	-971
	-5	9	79	-1	506		1	65	3	-7	-660		9	118	-7	7	695
	7	8	4	130	-499		-2	4	7	71	-20		83	0	-3	6	-264
	-4	112	-6	-6	854		-1	1	85	7	0		9	-7	111	0	-1068

N	A				b	N	A				b	N	A				b
19	0	70	-9	0	210	20	99	-3	-9	-5	-628	21	-4	0	4	73	-645
	7	8	114	-7	143		3	3	4	50	-376		-3	67	-4	0	415
	9	8	-9	145	-1209		-4	1	93	-9	-369		4	8	90	3	863
	81	4	6	2	642		-10	169	9	7	821		118	-8	-2	-5	679
22	-8	122	-10	-6	-1176	23	7	3	1	71	-234	24	1	108	9	2	574
	73	-10	-1	-1	-67		-4	-4	82	0	-264		142	8	-7	9	-180
	6	-10	-6	141	600		-8	160	-10	9	-858		-7	5	6	115	-4
	-5	0	91	8	679		73	-4	-6	-4	-674		-9	-7	121	0	-992
25	-5	2	-6	104	644	26	-8	108	4	-9	717	27	98	-5	-5	8	-149
	136	-7	9	-3	-16		4	-5	74	5	-141		-7	8	1	124	451
	7	7	155	-8	-1034		7	7	6	125	-145		-1	82	1	5	-629
	-5	164	9	-9	-1420		79	4	-6	3	-605		5	6	116	-5	502
28	-7	8	118	8	184	29	85	-1	-10	-3	-600	30	-3	86	-6	1	417
	98	8	6	6	-556		-2	7	0	91	366		1	-3	17	0	32
	-6	8	-3	126	-61		-3	58	-3	-5	-85		-4	-7	8	111	-772
	-7	94	0	6	412		-4	6	119	-6	-1075		66	8	1	4	-249

Задание 13.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичного отклонения. Построить на одном чертеже точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2	2	x	-4	-2	0	2	4
	y	2,6	6,2	8	8,1	9,8		y	1,2	-0,5	1,5	4,2	5
3	x	-4	-2	0	2	4	4	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	-1,2	-1,9	-4,4	-5,5	-7		y	-0,9	2,1	5,6	5,7	6,8
5	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	6	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	2,7	6,4	7	8	11,1		y	1,2	1,6	0,6	-0,4	-0,5
7	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	8	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	1,9	0,2	-2,4	-5	-5,4		y	0,9	-0,4	-0,5	0,4	0,6
9	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	10	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	1,3	0,1	-0,1	-1,4	-4,9		y	3,3	-0,5	-2,8	-5,5	-5,7
11	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6	12	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6
	y	3,9	7,4	9,1	11,8	12,9		y	1,5	2	3,2	3,1	-0,8
13	x	-4	-2	0	2	4	14	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	-3,4	-0,6	-2	-4,3	-6,3		y	0,4	-3,1	-6,8	-7,9	-8,2
15	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	16	x	-4	-2	0	2	4
	y	2	2,1	2,9	4,6	7,8		y	-2,2	0,8	-2	-5,3	-7,7
17	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	18	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	-1,2	-2,2	-2,8	-6,6	-7		y	1,2	-0,4	2,1	3	5,9
19	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8	20	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	-1,6	-2,8	-3,8	-4,6	-7,7		y	-1,7	-2,6	-5,1	-8,8	-9,1

N	таблица						N	таблица					
21	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	22	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	2,5	0,5	-1,3	-4,9	-5,4		y	-2,4	-2,6	-6,4	-2,8	-1,8
23	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	24	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	2	-0,4	0,1	3,1	3,3		y	-3,6	-4,8	-1,7	2,1	3,2
25	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	26	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8
	y	1,6	4,6	5,5	7	9,9		y	-0,9	2	3,8	3,8	6,1
27	x	-1	-0,5	0	0,5	1	28	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	-3,9	-2,3	0	0,2	3,8		y	1	3,6	1,1	0	-0,8
29	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2	30	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	0,5	0	-0,4	-4,2	-8		y	3,4	1,8	2,2	2,2	4,6

Задание 14.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить ее функцией вида $\Phi(x) = a\varphi_0(x) + b\varphi_1(x)$ Определить величину среднеквадратичного отклонения. Построить на одном чертеже точечный график исходных данных и график функции $\Phi(x)$.

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица					
1	x	e^{x-4}	x	0,4	0,6	1,5	2,4	6,3
			y	1,736	2,577	6,437	10,547	60,74
2	x	e^{x-3}	x	1,2	4,8	5,3	5,6	5,7
			y	4,513	43,918	64,306	81,986	89,093
3	x	$\sin x$	x	2,3	4,1	4,8	5,9	6,2
			y	9,187	7,141	8,196	13,732	15,763
4	1	$\sin(x-1)$	x	4,3	4,7	4,8	5,1	6
			y	0,306	-0,625	-0,83	-1,346	-1,697
5	x	2^{x-3}	x	2,1	2,8	4,6	5,2	6,1
			y	11,906	16,468	33,139	41,9	61,252
6	$\cos x$	$\sin 3x$	x	1,2	3,3	5,1	5,4	6
			y	0,21	-3,733	1,85	0,943	1,358
7	1	$\sin(1/x)$	x	2,9	3,5	5,4	5,6	6
			y	3,145	3,005	2,76	2,744	2,715
8	x	$1/(x+0.5)$	x	3,1	3,3	3,4	4,7	4,8
			y	14,751	15,573	15,986	21,449	21,875
9	x	x^3	x	2	3,3	5,3	5,4	5,6
			y	18,8	83,315	343,477	363,247	405,037
10	1	$1/(x+0.2)$	x	0,1	1,1	3,4	4,2	5,3
			y	20,333	7,769	5,361	5,114	4,891
11	1	$(x-1)^3$	x	1,4	3	4	4,4	5,9
			y	4,519	6,9	12,6	16,291	39,795
12	1	3^{x-3}	x	3,3	4	5,4	5,6	6,1
			y	6,962	13,4	57,266	70,995	121,941
13	1	$\cos(x-1)$	x	0,3	2,8	4,1	4,5	5
			y	7,483	3,614	0,603	0,848	1,951

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
14	1	$1/(x+0.2)^2$	x	3,7	4,9	5,4	5,6	6,1	6,3
			y	3,351	3,288	3,273	3,268	3,258	3,254
15	$\sin 2x$	$\cos 2x$	x	4,4	4,6	4,9	5,2	6,2	6,7
			y	-2,429	-3,256	-3,513	-2,543	3,336	2,871
16	$\cos x$	$\sin 2x$	x	1,6	4,7	4,9	5,7	5,9	6,5
			y	-0,301	0,006	-0,076	1,608	2,672	5,92
17	x	$\sin(x/2)$	x	2,3	4,1	5,4	5,7	6,1	6,3
			y	10,668	18,572	24,016	25,252	26,895	27,715
18	1	$(x+1)^2$	x	4,3	4,4	4,7	4,8	5,5	5,7
			y	135,223	140,252	155,903	161,308	201,775	214,183
19	1	3^{x-4}	x	3	3,7	4	4,4	5,2	6,4
			y	5,967	6,97	7,7	9,135	14,817	41,413
20	1	$x/(x+1)$	x	0,8	1,2	4,7	5,2	5,8	5,9
			y	2,522	2,845	3,739	3,784	3,829	3,836
21	x	x^2	x	0,6	4,5	5,2	5,5	6,4	6,8
			y	2,676	100,8	133,224	148,5	199,296	224,264
22	x	$(x-1)^2$	x	1,4	2,2	3,8	5,4	5,5	5,8
			y	2,248	5,672	19,432	42,408	44,15	49,592
23	x	3^{x-4}	x	1,8	4,2	4,7	5,3	6,1	6,9
			y	8,505	20,363	23,169	26,996	33,693	44,525
24	1	2^{x-3}	x	2,9	3,2	4,9	5,7	6,1	6,3
			y	2,333	2,549	5,132	7,898	9,974	11,249
25	$\sin x$	$\cos 2x$	x	0,2	3,7	5,3	5,5	6,3	6,7
			y	1,956	-0,005	-1,942	-1,05	1,824	1,817
26	$\sin x$	$\cos 3x$	x	3,2	4,4	5,3	5,8	6,4	6,9
			y	-1,241	-1,683	-3,327	-1,121	1,348	1,258
27	1	$(x-3)^3$	x	3	4,8	4,9	5,9	6,4	6,7
			y	2,6	20,096	23,177	75,767	120,512	154,559
28	$\sin x$	$\sin 3x$	x	1,8	4,4	4,5	5,1	5,3	6,7
			y	-3,031	2,26	3,163	1,428	-1,07	4,203
29	1	$1/(x+1)$	x	0,1	3,8	4,1	5,6	5,9	6,3
			y	4,282	1,829	1,786	1,63	1,607	1,579
30	x	$1/(x+0.2)$	x	3	3,9	4,5	4,6	5,3	6
			y	12,175	15,113	17,136	17,477	19,88	22,31

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} .

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}
1	x	-4	-3	-2	-1	-3,33	2	x	0	1	2	3	0,65	3	x	1	2	3	4	2,29
	y	4	-3	0	3			y	-1	-4	0	-4			y	-3	-5	0	-5	

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}
4	x	-3	-2	-1	0	-1,33	5	x	4	5	6	7	4,67	6	x	0	1	2	3	1,49
	y	2	0	-2	-4			y	-1	0	-1	1			y	0	4	3	2	
7	x	-2	-1	0	1	-0,44	8	x	4	5	6	7	4,32	9	x	-3	-2	-1	0	-1,21
	y	0	-5	-3	4			y	-1	3	0	-2			y	-2	-4	0	2	
10	x	2	3	4	5	3,71	11	x	0	1	2	3	0,69	12	x	-2	-1	0	1	-1,9
	y	-1	0	2	1			y	4	-5	0	4			y	3	-4	0	-3	
13	x	-4	-3	-2	-1	-2,87	14	x	-2	-1	0	1	-0,57	15	x	-3	-2	-1	0	-1,22
	y	1	0	3	2			y	-4	0	3	4			y	1	0	-1	-1	
16	x	-4	-3	-2	-1	-3,53	17	x	-5	-4	-3	-2	-4,85	18	x	3	4	5	6	4,37
	y	-4	0	4	-4			y	1	3	0	3			y	3	-4	0	-3	
19	x	3	4	5	6	4,54	20	x	3	4	5	6	3,6	21	x	2	3	4	5	2,45
	y	-5	0	-2	-4			y	0	3	1	4			y	-2	0	3	2	
22	x	0	1	2	3	0,15	23	x	-1	0	1	2	0,85	24	x	2	3	4	5	3,56
	y	0	4	3	-5			y	-4	3	0	3			y	-3	1	0	4	
25	x	2	3	4	5	3,88	26	x	0	1	2	3	1,13	27	x	1	2	3	4	1,59
	y	1	-3	0	1			y	0	4	-5	-3			y	-2	-4	0	2	
28	x	-4	-3	-2	-1	-2,81	29	x	-2	-1	0	1	-0,62	30	x	-5	-4	-3	-2	-3,66
	y	0	-3	-1	1			y	1	3	0	3			y	1	-1	0	4	

Задание 16.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} , используя интерполяционные многочлены Ньютона первой, второй и третьей степеней. Для каждого вычисленного значения найти практическую оценку погрешности. Записать все результаты с учетом погрешности.

УКАЗАНИЕ. Перед построением многочленов следует переупорядочить таблицу, расположив точки в порядке удаления от \tilde{x} .

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}
1	x	1	1,4	1,8	2,2	3	1,99	2	x	4	4,4	4,8	5,2	5,6	4,55
	y	3	4,1	5,6	7,3	11,7			y	19	22,5	26,2	30,3	34,7	
3	x	1	1,4	1,8	2,2	2,6	2,08	4	x	0	0,8	1,2	2	2,8	1,31
	y	3	4,1	5,6	7,3	9,4			y	1	2,5	3,5	6,4	10,5	
5	x	1	1,4	1,8	2,2	3	1,93	6	x	0	0,8	1,2	1,6	2	0,99
	y	3	4,1	5,6	7,3	11,7			y	1	2,5	3,5	4,8	6,4	
7	x	4	4,4	4,8	5,2	5,6	4,69	8	x	0	0,4	0,8	1,6	2,4	0,64
	y	19	22,5	26,2	30,3	34,7			y	1	1,8	2,5	4,8	8,3	
9	x	0	0,4	0,8	1,2	1,6	0,94	10	x	3	3,4	4,2	5	5,8	4,3
	y	1	1,8	2,5	3,5	4,8			y	11,7	14,4	20,7	28,2	37	
11	x	1	1,8	2,6	3	3,8	2,78	12	x	1	1,8	2,2	2,6	3,4	2,34
	y	3	5,6	9,4	11,7	17,4			y	3	5,6	7,3	9,4	14,4	
13	x	3	3,8	4,2	4,6	5	4,03	14	x	4	4,4	5,2	6	6,4	5,46
	y	11,7	17,4	20,7	24,3	28,2			y	19	22,5	30,3	39,4	44,5	

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}
15	x	1	1,4	1,8	2,2	3	1,51	16	x	4	4,8	5,6	6	6,8	5,82
	y	3	4,1	5,6	7,3	11,7			y	19	26,2	34,7	39,4	49,8	
17	x	3	3,4	3,8	4,2	5	4,03	18	x	0	0,4	1,2	1,6	2	0,61
	y	11,7	14,4	17,4	20,7	28,2			y	1	1,8	3,5	4,8	6,4	
19	x	0	0,4	1,2	1,6	2,4	0,69	20	x	0	0,4	0,8	1,6	2	0,6
	y	1	1,8	3,5	4,8	8,3			y	1	1,8	2,5	4,8	6,4	
21	x	0	0,8	1,6	2,4	2,8	1,02	22	x	1	1,4	2,2	2,6	3,4	2,35
	y	1	2,5	4,8	8,3	10,5			y	3	4,1	7,3	9,4	14,4	
23	x	3	3,8	4,6	5,4	5,8	4,89	24	x	0	0,4	1,2	1,6	2,4	1,44
	y	11,7	17,4	24,3	32,5	37			y	1	1,8	3,5	4,8	8,3	
25	x	2	2,4	2,8	3,6	4	2,57	26	x	0	0,8	1,6	2,4	2,8	1,82
	y	6,4	8,3	10,5	15,9	19			y	1	2,5	4,8	8,3	10,5	
27	x	4	4,8	5,6	6	6,4	5,07	28	x	2	2,8	3,6	4,4	4,8	3,8
	y	19	26,2	34,7	39,4	44,5			y	6,4	10,5	15,9	22,5	26,2	
29	x	2	2,4	3,2	4	4,8	3,34	30	x	4	4,8	5,6	6,4	7,2	4,94
	y	6,4	8,3	13	19	26,2			y	19	26,2	34,7	44,5	55,5	

Задание 20.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по правилу Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	$\sqrt[3]{2 - \cos x}$	3,2	4,8	2	$\sqrt[3]{x \sin x}$	4,7	6,3	3	$\frac{x^2 - 1}{x^3}$	1,1	2,7
4	e^{-1/x^2}	2,7	4,3	5	$\frac{\arctg x}{x}$	3,5	5,1	6	$\sin(e^x)$	4,9	6,5
7	$e^{\cos(1/x)}$	4,8	6,4	8	$\ln(4 - \sin x)$	3,6	5,2	9	$\sin(1 + \sqrt{x})$	0,5	2,1
10	$e^{1/x}$	1,9	3,5	11	$e^{0.3/x^2}$	1,2	2,8	12	$e^{\cos^2 x}$	0,6	2,2
13	$\cos(1/x)$	4,4	6	14	$\sin(0.5x\sqrt{x})$	1,5	3,1	15	$\cos(e^{-\sqrt{x}})$	4,1	5,7
16	$e^{-\arctg x}$	2,3	3,9	17	$\frac{\ln(1+x)}{x}$	4,4	6	18	$4 \cos(0.02x^3)$	2,9	4,5
19	$e^{-\sin(1/x)}$	0,9	2,5	20	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	2,5	4,1	21	$\frac{\sqrt{x} - x}{1 + e^{-x}}$	1,3	2,9
22	$\sqrt{1 + e^{-x}}$	4,4	6	23	$\ln(1 + e^x)$	3,6	5,2	24	$e^{-0.1/x}$	1,2	2,8
25	$x \arctg x$	1,1	2,7	26	$\sin(\arctg x)$	4,6	6,2	27	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	0,6	2,2
28	$\ln(1 + x^2)$	3,2	4,8	29	$\sin(1/x^2)$	3,5	5,1	30	$\frac{1 + \sqrt{x}}{1 + x}$	4,9	6,5

Задание 21.

Дан интеграл вида $\int_a^b (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4)dx$. Используя априорную оценку погрешности формулы трапеций, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности $\varepsilon = 0.01$, и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
1	0,2	0,7	0	4	3	0	-3	2	-1	-0,5	-2	-1	-3	1	2
3	-1	-0,5	2	-3	-2	-4	-2	4	0,8	1,3	-1	1	-3	-3	4
5	1,4	1,9	0	-5	-1	4	-1	6	1,3	1,8	-3	-3	-1	4	3
7	-0,3	0,2	-5	0	-3	-1	3	8	-1	-0,5	-2	3	-3	2	3
9	-0,9	-0,4	3	-1	-2	3	-2	10	0,9	1,4	1	3	-4	1	1
11	0,7	1,2	3	4	0	-1	-4	12	0,1	0,6	2	1	-2	-2	-1
13	-0,2	0,3	-1	-3	3	0	-3	14	0,1	0,6	4	-1	-4	1	0
15	-0,5	0	-1	-4	-5	3	-5	16	0,7	1,2	-3	-3	2	1	-2
17	1,1	1,6	2	0	-2	-3	-3	18	0	0,5	3	2	2	-3	-1
19	0,7	1,2	-5	-2	0	1	-5	20	0,6	1,1	2	3	2	-4	-4
21	0	0,5	0	-5	-2	-4	0	22	-1,2	-0,7	0	4	-2	4	-1
23	1,2	1,7	-1	-1	3	1	1	24	-0,9	-0,4	3	0	-1	-2	-4
25	-1,3	-0,8	0	3	-2	3	0	26	-0,3	0,2	3	3	0	0	4
27	1	1,5	-2	0	-5	3	0	28	0,4	0,9	1	-1	0	4	0
29	0,4	0,9	-3	1	-4	4	3	30	-1,5	-1	1	1	-5	-1	-1

Задание 23.

Вычислить центральную и левую разностные производные, а также вторую разностную производную функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = \frac{a+b}{2}$. (Функция и величины а и б даны в задании 20). Вычислив точное значение производной в заданной точке, сравнить качество приближений.

Задание 24.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, t_0 + 0.8]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка. Оценить погрешность обоих методов по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t ₀	y ₀	N	f(t,y)	t ₀	y ₀
1	$y \cos t + 3t^2 e^{\sin t}$	0	0	2	$y \operatorname{ctg} t + \sin^2 t$	$\pi/2$	0
3	$y \operatorname{ctg} t - \frac{1}{\sin t}$	$\pi/2$	0	4	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$-\pi^2/2$
5	$-y \operatorname{tg} t + \cos^2 t e^{\sin t}$	0	0	6	$\frac{y}{t} + 2t^2 e^{t^2}$	1	e
7	$-\frac{3t-1}{t}y + 6t$	1	3	8	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	π^2
9	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	1	10	$\frac{6}{t^2} + \frac{2y}{t}$	1	0
11	$\frac{y}{t} + t \sin t + t$	$\pi/2$	$\pi^2/4$	12	$2yt^2 + 4t^2$	0	-1
13	$-y \operatorname{tg} t + 2t \cos t$	0	2	14	$3yt^2 + 6t^2$	0	1
15	$\frac{y}{t+1} - (t+1)e^{-t}$	0	0	16	$\frac{y}{t-1} + t^2 - 1$	-1	5
17	$-y \operatorname{tg} t + \frac{\cos t}{t^2}$	π	0	18	$-\frac{2y}{t} + \frac{2}{t^2} + 4t$	1	3

N	f(t,y)	t_0	y_0	N	f(t,y)	t_0	y_0
19	$\frac{2t+1}{t}y+t$	1	0.5	20	$-\frac{4t-1}{t}y+2t$	1	1
21	$2ty-2t$	0	0	22	$y \cos t + e^{\sin t}$	0	1
23	$2y+2e^{4t}$	0	3	24	$y \operatorname{ctg} t + 2 \sin t$	$\pi/2$	π
25	$\frac{y}{t+3} - \frac{t+3}{t^2}$	1	4	26	$\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$	0	4
27	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$4/\pi$	28	$\frac{y}{t+1} + t+1$	1	0
29	$-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$	0	1	30	$-y \operatorname{tg} t - \sin 2t$	0	2

Задание 27.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$,

$h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить на одном чертеже графики полученных приближенных решений.

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
1	$(\pi/2) \operatorname{tg}^2(\pi x/4) + \pi$	$(\pi/2) \operatorname{tg}(\pi x/4)$	0	1
2	$3/(4(1+x)^2)$	$1/(1+x)^{3/2}$	1	$\sqrt{2}$
3	$1/(1+x)$	$(5+4x)/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
4	$1/4$	$((\pi^2+1)/4) \sin(\pi(x+1)/2)$	1	0
5	$4/(1+x)^2$	$2/(x+1)^3$	1	$1/2$
6	π^2	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0
7	6	$2e^{2x-1}$	$1/e$	e
8	$1/\sqrt{1+x}$	$1 + 1/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
9	1	$2+x-x^2$	1	e
10	$1-x$	$1-x^2$	1	2
11	1	$(\pi^2+1) \cos(\pi(2x-1)/2)$	0	0
12	5	e^{2x}	1	e^2
13	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \sin(\pi(4x+1)/6)$	$1/2$	$1/2$
14	$1/2$	$e^{x/2}/4$	1	\sqrt{e}
15	$\pi^2/2$	$\pi^2(1+\sin^2(\pi x/2))/2$	1	0
16	$1-x$	$2+x(1-x)^2$	0	0
17	2	$2x^2-2x$	1	1
18	$3+x$	$6-x-x^2$	2	1
19	$2-x$	$(1-x)e^{1-x}$	e	1
20	e^2	e^{2x}	2	$1+e$
21	1	$2e^{-x}$	0	$1/e$
22	π	$\pi \operatorname{tg}(\pi x/4) (1 - \operatorname{tg}^2(\pi x/4)) / 2$	0	1
23	$2e^x$	$xe^x(e^x-1)$	1	$1+e$
24	1	$5 \sin 2x$	0	$\sin 2$
25	x	$2+x-2x^2$	1	0
26	x	$2+x^2-x^3$	0	0
27	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x-1)/3)$	$1/2$	$1/2$

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
28	6	$6(1 - x + x^3)$	1	2
29	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \sin(\pi x/2)$	0	1
30	2	$2x + 2x^2$	1	3