参・引用 [1] 受験の月

# 整数

## 素因数分解

用語

自然数 = 正の整数 = 1, 2, 3, ...

"素数"とは… 約数が1と自身の2個のみである自然数
※ 1は含まない。

"合成数"とは… 素数の2つ以上の積になる数。

"平方数"とは… 整数の2乗で表される数。4, 9, 16, ...

$\mathbb{N}$ … 自然数の集合を表す。 $\mathbb{Z}$ … 整数の集合。
$\Rightarrow \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$　　$\mathbb{Z} = \{\cdots -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$

### 素因数の見つけ方(I)

$n \in \mathbb{N}$ が素因数 $p$ をもつ $\Rightarrow$ $p \leqq \sqrt{n}$

<ex> 437 → $\sqrt{437} \simeq 20$くらい よりも小さい素数でわる。
このとき 19でわれて, $437 = 19 \times 23$ を得る。

なお、逆に $\sqrt{n}$ 以下の素数全て割り切れないなら, $n$ は素数。

### 見つけ方(II) ー 倍数判定法

$2m \Leftrightarrow$ 1の位が2で割れる
$3m \Leftrightarrow$ 各桁の和が3で割れる
$4m \Leftrightarrow$ 下2桁が4で割れる
$5m \Leftrightarrow$ 下2桁が5で割れる
$6m \Leftrightarrow$ $2m$ かつ $3m$
$8m \Leftrightarrow$ 下3桁が8で割れる
$9m \Leftrightarrow$ 各桁の和が9で割れる
$10m \Leftrightarrow$ ($2m$ かつ $5m$) つまり 1の位が0
$11m \Leftrightarrow$ 各桁を足し引きしたものが11で割れる

# 約数・倍数と素因数分解

## 約数と倍数 ?

$a, b \in \mathbb{Z}$ について, $k \in \mathbb{Z}$ を用いて

$a = kb$ となるとき

$\begin{cases} a\text{ を }b\text{ の倍数} \\ b\text{ を }a\text{ の約数} \end{cases}$ という。(定義)

〈ex〉 $\frac{n}{7}$ と $\frac{140}{n}$ が共に自然数になる $n \in \mathbb{N}$ をすべて求めよ。(引用[1])

方針パターン

① 「$n$がどんな素因数を持つか」を考える。
② $\frac{n}{7} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n = 7k$ $(k \in \mathbb{N})$ と考える。

①のとき

$\frac{n}{7} \in \mathbb{N}$ より $n = 7 \times$ ▨

$\frac{140}{n} \in \mathbb{N}$ より $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ だから …

$n = 7,\ 7 \times 2,\ 7 \times 2^2,\ 7 \times 5,\ 7 \times 2 \times 5,\ 7 \times 2^2 \times 5$

$\therefore n = 7, 14, 28, 35, 70, 140$

②のとき

$\frac{n}{7} \in \mathbb{N}$ より, $n = 7k$ $(k \in \mathbb{N})$

$\frac{140}{n} = \frac{140}{7k} = \frac{20}{k} \in \mathbb{N}$ より, $k$は20の約数で, $k = 1, 2, 4, 5, 10, 20$

$\therefore n = 7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 4, 7 \times 5, 7 \times 10, 7 \times 20$

## 整数問題のメソッド(1)

① 情報を 新たな文字を使って数式にする。
② 自分が設定した文字について、条件をしぼりこむ。
③ しぼりこんで得られたことを 元の文字に戻す。

## (正の)約数の個数・末尾の0の個数 等 有名問題

$n = a^p b^q c^r \cdots$ と $n \in \mathbb{N}$ が素因数分解されたとき

(I) 正の約数の個数は

$$(p+1)(q+1)(r+1)\cdots$$ コである。

(II) 正の約数の総和は

$$(a^0 + a^1 + \cdots + a^p)(b^0 + b^1 + \cdots + b^q)(c^0 + c^1 + \cdots + c^r)$$ である。

### 約数と素因数分解の関係

$12 = 2^2 \times 3$ であるが…？

12の約数は

$$\boxed{1,\ 2,\ 3,\ 2^2,\ 2\times 3,\ 2^2\times 3}$$

$1 = 2^0 \times 3^0$ と考えて

$2 = 2^1 \times 3^0$, $3 = 2^0 \times 3^1$ と考えれば

12の約数 $= (2^0, 2^1, 2^2)$ と $(3^0, 3^1)$ の2つの組から1つずつ選んで構成！

$\Longrightarrow$ 個数は $3 \times 2 = 6$ コ といえる！

和は $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2\times 3 + 2^2 \times 3$

$= 1 + 2 + 2^2 + 3(1 + 2 + 2^2)$

$= (1 + 2 + 2^2)(1 + 3)$ と変形できる。

練 360の正の約数の個数とその和を求めよ。

(答) 24コ, 1170

## 素因数 $p$ が含まれる数 ー ルジャンドルの定理

$[x]$ を $x$ の整数部分とする。（ガウス記号，フロアー関数）

このとき $n \in \mathbb{N}$ について，$n!$ に含まれる素因数 $p$ の数は

$$\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\cdots\cdots \quad \text{である。}$$

難しく書いたけど，例えば $\left[\frac{n}{p}\right]$ は $n$ を $p$ で割った商になります。

<ex> 25! について，5 の数を求めよう。

1〜25 の間には　$25 \div 5 = 5$ コだけ "5 の倍数" がある。

つまり $5\times1$，$5\times2$，$5\times3$，$5\times4$，$5\times5$ で 5コ

ここで $5\times\underline{5}$ の ＿ 部は 6コ目の 5 であるから 合計 6コ

100! の 5 の数は

$100 \div 5 = 20$ コの 5の倍数

また，$100 \div 25 = 4$ コの 25 の倍数

合計 24コ 5がある

| | 1 | 2 | … | 5 | … | 25 | … | 100 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | | | | ○ | | ○ | | ○ | → 20コ |
| $5^2$ | | | | | | ○ | | | → 4コ |
| | | | | | | | | | 計 24コ |

練 125! には，末尾に 0 が何個並ぶか。　（答）31コ

# (GCD)　(LCM)
# 最大公約数・最小公倍数

{ ∘ Grand Common Divisor
{ ∘ Least Common multiple

## gcd(a, b), lcm(a, b) の求め方

① a, b を素因数分解する。
② 最大公約数　：共通している部分だけ
　最小公約数　：指数が大きいものだけ
　　　　とりだす。

<ex>(引用[1])
132 と 360 について

$$132 = 2\times2\times3\times11 = 2^2\times3\times11$$
$$360 = (2\times3)^2\times2\times5 = 2^3\times3^2\times5$$

並べて書くとやりやすい。

$$\mathrm{gcd}(132, 360) = 2^2\times3^1 \quad (=12)$$
$$\mathrm{lcm}(132, 360) = 2^3\times3^2\times5\times11 \quad (=3960)$$

練 gcd(18, 60, 84) を求めよ。　→ (答) 6
　lcm(18, 60, 84) も求めよ。　→ (答) 1260

## 性質

G を a と b の最大公約数，L を a と b の最小公倍数とする。

① $a = a'G$, $b = b'G$ とおける。ただし $a'$ と $b'$ は互いに素

② $L = a'b'G$

③ $ab = LG$

<ex>[1]　$a, b \in \mathbb{N}$ $(a \leqq b)$ について，$a+b$ は $a, b$ の最大公約数の3倍に等しい。このとき $\frac{a}{b}$ を求めよ。

$G \equiv \mathrm{gcd}(a, b)$ とすると，互いに素な $a', b' \in \mathbb{N}$ を用いて $a = a'G$, $b = b'G$ とおける。

よって $a+b = (a'+b')G = 3G$

$\Rightarrow a'+b' = 3$　　$a' \leqq b'$ より $(a', b') = (1, 2)$

$\therefore a = G$, $b = 2G$

よって $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ である。

<ex2> [1] 積が2700，最小公倍数が180である $a, b \in \mathbb{N}$ を求めよ。
$(a > b)$

テンプレ 最大公約数を G とすれば，互いに素な $a', b' \in \mathbb{N}$ を用いて
$$\begin{cases} a = Ga' \\ b = Gb' \end{cases}$$

性質③

ここで $ab = 2700 = 180G$ だから
$\therefore G = 15$

また，$180 = Ga'b' = 15a'b'$ 性質②

$\therefore a'b' = 12$

Q $a', b'$ は互いに素，$a' > b'$ を使う

$a', b'$ は互いに素なので
$(a', b') = (12, 1)(4, 3)$

$(a, b) = (15 \times 12, 15 \times 1), (15 \times 4, 15 \times 3)$
$= (180, 15), (60, 45)$

Q どんなパターンも，$a'$ と $b'$ の式に直してしぼりこむことが大体解ける

---

練 $a, b \in \mathbb{N}$ について，$\begin{cases} \gcd(a, b) = 6 \\ \mathrm{lcm}(a, b) = 270 \end{cases}$ でした。 $a, b$ を求めよ。

(答) $(a, b) = (6, 270), (30, 54)$

練 $a, b \in \mathbb{N}$ について，$\gcd(a, b) + \mathrm{lcm}(a, b) = 51$ でした。
$a, b$ を求めよ。

(答) $(34, 17), (48, 3), (25, 2), (50, 1)$

# 合同式

「$a, b \in \mathbb{Z}$ を $p$ で割ったときの余りが等しい」

$$a \equiv b \pmod{p}$$

「$a$ と $b$ は $p$ を法として合同である。」

<ex>

$$22 \equiv 15 \equiv 1 \pmod{7}$$

$3 \equiv -1 \pmod{4}$ ⇨ 負の剰余？

剰の絶対値最小 $\longrightarrow 3 = 4 \times 1 + (-1)$
剰は正の数 $\longrightarrow 3 = 4 \times 0 + 3$ と考えられる！

## 性質

以下法を $p$ とする。

$a \equiv b$, $c \equiv d$ のとき

- $a + c \equiv b + d$
- $a - c \equiv b - d$
- $ac \equiv bd$

} 和差・積は容易

- $a^m \equiv b^m \ (m \in \mathbb{N})$ } 累乗可能
- $m$ と $p$ が互いに素ならば $ma \equiv mb \Longleftrightarrow a \equiv b$ } 除法は注意

<ex> $m, n \in \mathbb{Z}$ について，$m \equiv 3$，$n \equiv 5 \pmod{7}$ であるとき

(1)
$$5m + 2n \equiv 15 + 10 = 25 \equiv 4 \pmod{7}$$

(2)
$$36mn \equiv 1 \cdot mn \equiv 15 \equiv 1 \pmod{7}$$

(3)
$$m^2 - n^3 \equiv 9 - 125 \equiv 2 - (-1) = 3 \pmod{7}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 7 \overline{)125} \\ 7 \\ \hline 55 \\ 56 \\ \hline -1 \end{array}$$

〈ex〉 $2^{50}$ を 7でわった余りは。[1]

以下法を7とする。

$2^2 = 4$

$2^3 = 8 \equiv 1$

$2^{50} = (2^3)^{16} \times 2^2 \equiv 4$

$\therefore$ 4 //

$13^{100}$ を 7でわった余りは。

以下法を7とする。

$13^{100} \equiv (-1)^{100} = 1$

よって 1 //

㊌(1) $17^{50}$ を 9でわった余りは。[1] (答) 1

(2) $17^{100}$ の 1の位の数は。 (答) 1

(3) $9^n + 4^{n+1}$ が 5の倍数であることを示せ。[東工大]

Hint: $9 \equiv 4 \pmod 5$ である。

証明問題での活用法

場合わけで使う!

(有名) $n \in \mathbb{N}$ について、$n^2$ は 4でわったとき余りが0か1であることを示せ。

以下法を4とする。

(i) $n \equiv 0$ のとき $n^2 \equiv 0$

(ii) $n \equiv \pm 1$ のとき $n^2 \equiv 1$

(iii) $n \equiv 2$ のとき $n^2 \equiv 4 \equiv 0$

よって 平方数を4でわった余りは必ず 0か1 //

5でわった余り … $n \equiv 0, \pm 1, \pm 2$

7でわった余り … $n \equiv 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ などと分けれる。

㊌ $2n^3 - 3n^2 + n$ が 6の倍数であることを示せ。

Hint: まず因数分解を試みよ!

# ユークリッドの互除法

## ユークリッドの互除法

$a$ を $b$ でわったときの商が $q$ で，余りが $r$ のとき

$$a = qb + r \Rightarrow \gcd(a, b) = \gcd(b, r)$$

<ex> $\gcd(396, 270)$ を求める。

$$\begin{array}{rrr} 7 & 2 & 1 \\ 18\,)\,126 & )\,270 & )\,396 \\ 126 & 252 & 270 \\ \hline 0 & 18 & 126 \end{array}$$

$\therefore \gcd(396, 270) = \gcd(126, 18)$

$= 7$ //

<ex2> $n \in \mathbb{N}$ について，$n^3 + n^2 + 3$ と $n^2 - 1$ の最大公約数を求めよ。[1]

$n^3 + n^2 + 3 = (n^2 - 1) \times (n + 1) + (n + 4)$

$\leftarrow (n^3 + n^2 + 3) \div (n^2 - 1) = (n + 1) \cdots (n + 4)$

$n^2 - 1 = (n + 4) \times (n - 4) + 15$

$\leftarrow (n^2 - 1) \div (n + 4) = (n - 4) \cdots 15$

$\therefore \gcd(n^3 + n^2 + 3, n^2 - 1) = \gcd(n^2 - 1, n + 4) = \gcd(n + 4, 15)$

よって $1, 3, 5, 15$ //

練 $a, b$ が互いに素であるとき，$4a + 9b$ と $3a + 7b$ が互いに素であることを示せ。[1]改)

# 不定方程式

以下では $x, y$ は整数とする。

## (I) $ax = by$ 型

$a, b$ が互いに素ならば、$k \in \mathbb{Z}$ を用いて

$x = bk$ とおけて

$y = ak$ になる。

<ex>

$2x = 3y$

$k \in \mathbb{Z}$ を用いて

$$\begin{cases} x = 3k \\ y = 2k \end{cases}$$

//

## (II) $ax + by = 1$ 型

㋐ 1組の解 $(x, y) = (\alpha, \beta)$ を見つけて

$$\begin{array}{rl} & ax + by = 1 \\ -) & a\alpha + b\beta = 1 \\ \hline & a(x-\alpha) + b(y-\beta) = 0 \end{array}$$

$$\Longleftrightarrow \quad a(x-\alpha) = -b(y-\beta)$$

(I) 型へ。

<ex>

$3x - 5y = 1$

$$\begin{array}{rl} -) & 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 = 1 \\ \hline & 3(x-2) - 5(y-1) = 1 \end{array}$$

$3(x-2) = 5(y-1)$

$k \in \mathbb{Z}$ を用いて

$$\begin{cases} x - 2 = 5k \\ y - 1 = 3k \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = 5k+2 \\ y = 3k+1 \end{cases}$$

㋑ $a$ と $b$ に関して互除法をする → ㋐へ

<ex>

$49x + 24y = 1$

$$49 = 24 \times 2 + 1 \Longleftrightarrow 1 = 49 - 24 \times 2 = 49 \times 1 + 24 \times (-2)$$

$(x, y) = (1, -2)$ が解！

<ex2>

$8x + 11y = 1$

$$\begin{cases} 11 = 8 \times 1 + 3 \\ 8 = 3 \times 2 + 2 \\ 3 = 2 \times 1 + 1 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 3 = 11 - 8 \\ 2 = 8 - 3 \times 2 \\ 1 = 3 - 2 \times 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1 &= 3 - 2 \\ &= 3 - (8 - 3 \times 2) && \text{代入} \\ &= 3 \times 3 - 8 && \text{まとめる} \\ &= 3 \times (11 - 8) - 8 && \text{代入} \\ &= 11 \times 3 + 8 \times (-4) && \text{まとめる} \end{aligned}$$

$\therefore (x, y) = (-4, 3)$ が解！

## (III) $ax + by = c$ 型

☆基本… $ax + by = 1$ の形にして、解をみつける。$(\alpha, \beta)$ とすると

$a\alpha + b\beta = 1$ だから、$a(c\alpha) + b(c\beta) = c$ であるので

$$
\begin{array}{rl}
 & ax + by = c \\
-) & a(c\alpha) + b(c\beta) = c \\
\hline
 & a(x - c\alpha) + b(y - c\beta) = 0
\end{array}
\quad \rightarrow \text{(I) 型へ}
$$

発展

☆大きな数字 → 割算を使う。

<ex>

$53x + 19y = 2020 \quad \cdots (*)$

$53x + 19y = 53 \times 38 + 6$

$$
\begin{array}{r}
38 \\
53 \overline{)2020} \\
159 \\
\hline
430 \\
424 \\
\hline
6
\end{array}
$$

特殊解さがし

$\therefore \ 53(x - 38) + 19y = 6$

$x - 38 = z$ とおくと

$53z + 19y = 6$

$(19 \cdot 2 + 15)z + 19y = 6$

$19(2z + y) + 15z = 6$

$2z + y = w$ とおくと

$(15 + 4)w + 15z = 6$

$15(z + w) + 4w = 6$

$15 \cdot (-1) + 4 \cdot 4 = 1$ より

$\begin{cases} z + w = -6 \\ w = 24 \end{cases}$ は (*) の解で、 $w = 24, \ z = -30$

$\begin{cases} 2z + y = w = 24 \\ x - 38 = z \end{cases}$ より $\begin{array}{l} y = 24 + 60 = 84 \\ x = -30 + 38 = 8 \end{array}$

$\therefore \ 53 \cdot 8 + 19 \cdot 84 = 2020$

よって

$53(x - 8) + 19(y - 84) = 0$

## (IV) 不等式を利用する

### case 1. 正であることを利用

<ex>

$2x^2-3x+y-9=0$ を満たす $x, y \in \mathbb{N}$

$y=-2x^2+3x+9>0$ より

$2x^2-3x-9<0$

$(2x+3)(x-3)<0$

$\therefore -\frac{3}{2}<x<3$ 　 $x \in \mathbb{N}$ より $x=1, 2$ のみ。

$x=1$ のとき $y=-2+3+9=10$

$x=2$ のとき $y=-8+6+9=7$ 　 $\therefore (x, y)=(1, 10), (2, 7)$

Point 1文字について解く。

別 $2x^2-3x+(y-9)=0$ が解をもつとき判別式 $D \geqq 0$ より

$D=9-4\cdot2(y-9) \geqq 0$

$9-8y+72 \geqq 0$

$81 \geqq 8y$

$y \in \mathbb{N}$ より $10 \geqq y \geqq 1$

(これは少しめんどくさいね。)

### case 2. 自然数条件 $x \geqq 1$ の利用

<ex> $x, y, z \in \mathbb{N}$

$x+2y+3z=10$

$3z=10-(x+2y) \leqq 10-(1+2\cdot1)$ 　 $(\because x, y \geqq 1)$

$=7$

$\therefore 3z \leqq 7$ 　 $\therefore z=1, 2$

$z=1$ のとき $x+2y=7 \iff 2y=7-x$ 　 $(x, y)=(1, 3)(3, 2)(5, 1)$

$z=2$ のとき $x+2y=4$ 　 $(x, y)=(2, 1)$

$\therefore (x, y, z)=(1, 3, 1), (3, 2, 1), (5, 1, 1), (2, 1, 2)$

Point 係数が大きいものからしぼりこむ

## case 3. 実数条件 $x^2 \geqq 0$ と平方数条件

Point 平方完成

<ex> $x, y \in \mathbb{Z}$

$$x^2 + 2xy + 3y^2 = 19$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 + 2y^2 = 19$$

$$2y^2 = 19 - (x+y)^2 \leqq 19$$

$$\therefore\ 2y^2 \leqq 19 \quad \Leftrightarrow \quad y^2 \leqq 9.5$$

$y \in \mathbb{Z}$ より $y^2 = 0, 1, 4, 9$

$y^2 = 0 \Rightarrow (x+y)^2 = 19$ 不適

$y^2 = 1 \Rightarrow (x+y)^2 = 17$ 不適

$y^2 = 4 \Rightarrow (x+y)^2 = 11$ 不適

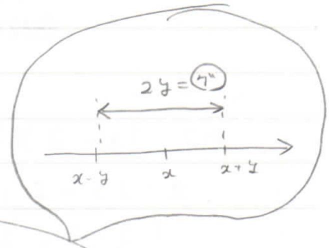
$y^2 = 9 \Rightarrow (x+y)^2 = 1$

$\Leftrightarrow x + y = \pm 1$

よって $y = 3$ のとき $x = \pm 1 - 3 = -2, -4$

$y = -3$ のとき $x = \pm 1 + 3 = 4, 2$

$$(x, y) = (-2, 3)(-4, 3)(4, -3)(2, -3)$$




## (V) 因数分解の利用 … $x^2 - y^2 = k$ 型

Point 積の形を作る!

<ex>

$$x^2 = y^2 + 24 \quad , x, y \in \mathbb{N}$$

$\begin{cases} x + y = a \\ x - y = b \end{cases}$

$x = \dfrac{a+b}{2}$, $y = \dfrac{a-b}{2}$

$a+b$, $a-b$ が共に偶数

$$(x+y)(x-y) = 24$$

$x + y > x - y > 0$, $x+y$ と $x-y$ の偶奇は一致するので

$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$

$$\therefore (x, y) = (7, 5), (5, 1)$$

## (Ⅵ) $axy+bx+cy+d=0$ 型

Point 強引に因数分解！

<ex> $x, y \in \mathbb{N}$ について

$$xy-2x-3y+2=0$$

### STEP1. $xy$ の係数をみる。

$a=1$ のときは スルー。

$a \neq 1$ のときは、両辺 $a$ 倍しておくと楽になる。

$$\boxed{xy-2x-3y}+2=0$$

$$\boxed{\overset{-2x}{\underset{-3y}{(x-3)(y-2)}}\ \underbrace{-6}_{\text{修正}}}+2=0$$

### STEP 2. とりあえずかく。→修正する。

$$(ax \quad)(ay \quad)$$

ここの数字を次に求める。

係数から計算。

よって $(x-3)(y-2)=4$

$x-3>-3$, $y-2>-2$ であるから

$(x-3, y-2)=(1,4)(2,2)(4,1)$

$(x, y)=(4,6),(5,4),(7,3)$

練 $2xy+6x+2y-18=0$ $(x, y \in \mathbb{N})$ (答) $(x, y)=(1,2)$

# n進数(法)

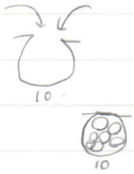
日常生活 … 10進法　　時計 … 60進法

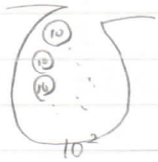
コンピュータ … 2進法

## 10進数の原理

$121_{(10)} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

10の袋を用意して放り込んでいく。




10コ入ったら閉じる。→ $1 \times 10^1$

→ $2 \cdot 10^1$

⋮

10の袋が10コになったら、$10^2$の袋に入れる。→ $1 \times 10^2 = 10^1 \times 10$

## 2進数

$1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{(10)}$

2を位取りの基本にする!

## 10進 ↦ n進 (i)

$X_{(10)} \mapsto ?_{(n)}$ を考えるときは

$(i=1)$

$X \div n = A_i \dots B_i$ を計算して

$A_i \div n = A_{i+1} \dots B_{i+1}$ をくり返す

$B_i$がi桁目。

<ex> $13_{(10)}$を2進数へ。

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 13 \\
2 & 6 \dots 1 \\
2 & 3 \dots 0 \\
2 & 1 \dots 1 \\
 & 0 \dots 1
\end{array}
\uparrow
$$

$13_{(10)} = 1101_{(2)}$

練(1) $13_{(10)}$を4進数へ。　(答) $31_{(4)}$

(2) $13_{(10)}$を8進数へ　$15_{(8)}$

(3) <ex>と(1)と(2)を比較して、$1101_{(2)}$から直接(2),(3)を求める方法を考えて、原理も考えよ。

# $10 \longmapsto n$ (ii) 小数

「$0.1_{(n)}$ は $n$ 個集めると 1 になる」

$\Leftrightarrow$ $0.1_{(n)} = n^{-1}{}_{(10)}$

<ex>

$0.3125_{(10)} = ?_{(2)}$

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.3125 \\
\times) & 2 \\
\hline
0 \leftarrow & 0.6250 \\
\times) & 2 \\
\hline
1 \leftarrow & \cancel{1}.250 \\
\times) & 2 \\
\hline
0 \leftarrow & 0.50 \\
\times) & 2 \\
\hline
1 \leftarrow & \cancel{1}.0
\end{array}
$$

$\therefore\ 0.3125_{(10)} = 0.0101_{(2)}$

<ex2> $0.2_{(10)} = ?_{(2)}$

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.2 \\
\times) & 2 \\
\hline
0 \leftarrow & 0.4 \\
\times) & 2 \\
\hline
0 \leftarrow & 0.8 \\
\times) & 2 \\
\hline
1 \leftarrow & \cancel{1}.6 \\
\times) & 2 \\
\hline
1 \leftarrow & \cancel{1}.2 \\
\times) & 2 \\
\hline
0 \leftarrow & 0.4
\end{array}
$$

同じ＝循環!!

$0.2_{(10)} = 0.\dot{0}01\dot{1}$

練 (1) $27.3125_{(10)} = ?_{(2)}$

Hint：27と0.3125で別々に求める。 （答）$11011.0101_{(2)}$

(2) $0.0101_{(2)}$ は10進数でいくらか。また，4進数で表せ。

（答）$0.3125_{(10)}$，$0.11_{(4)}$

## 16進法

| | |
|---|---|
| 10 = A | $_{(16)}$ |
| 11 = B | |
| 12 = C | |
| 13 = D | |
| 14 = E | |
| 15 = F | |

練 (1) $211_{(10)} = ?_{(16)}$ (答) D3

(2) $211_{(10)} = ?_{(2)}$ を求めて、比較せよ。

(答) $11010011_{(2)}$

## n進数の演算

基本 … 10進数に直して計算！

2進数 → 簡単！

<ex>

(1) $1101_{(2)} + 1011_{(2)} = 11000_{(2)}$

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
+)\ 1011 \\
\hline
11000
\end{array}
$$

← 1の数が偶数 ⇒ 0
奇数 ⇒ 1

& くりあげをかく

(2) $10010_{(2)} - 1101_{(2)}$

$$
\begin{array}{r}
10010 \\
-)\ 01101 \\
\hline
101
\end{array}
\xrightarrow{\text{反転}}
\begin{array}{r}
10010 \\
+)\ 10010 \\
\hline
100100
\end{array}
$$

1 → けして，1を足す。

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
-)\ 10010 \\
\hline
-\ 101
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r}
1101 \\
+)\ 01101 \\
\hline
11010
\end{array}
$$

→ 00101