

# DETECTION DE CONTOURS

Montesinos Philippe

LGI<sup>2</sup>P

EMA - EERIE

Parc Scientifique G. Besse

30000 NIMES.

# 1 Méthodes de seuillage

Ce paragraphe va introduire les méthodes de seuillage les plus couramment utilisées et notamment le seuillage à hystérésis employé par certaines méthodes de détection de contours par exemple la méthode de Deriche [Deriche 87a].

Un seuillage simple produit une image dans laquelle toutes les valeurs inférieures à un seuil fixé ont été supprimées. Plus généralement le seuillage consiste à se donner une fonction de seuillage bas  $T_b(i, j)$  ainsi qu'une fonction de seuillage haut  $T_h(i, j)$ , puis à supprimer de l'image les points  $(i, j)$  correspondant aux relations suivantes:

$$\text{et} \quad \begin{aligned} G(i, j) &\leq T_b(i, j) \\ G(i, j) &\geq T_h(i, j) \end{aligned}$$

Lorsque les seuils varient spatialement on parle de seuillage local, à l'inverse lorsqu'en tout point  $(i, j)$  les seuils hauts et bas sont égaux respectivement à un scalaire  $T_h$  et  $T_b$ , on parle de seuillage global.

## 1.1 Seuillage par hystérésis

Nous allons encore introduire le seuillage par hystérésis qui est de plus en plus utilisé en détection de contours:

Soient:  $T_h$  et  $T_b$  des seuils haut et bas,

Soit  $G(i, j)$  l'image à seuiller,

Le principe du seuillage par hystérésis est le suivant:

- Les pixels de  $G(i, j)$  dont le niveau de gris est supérieur à  $T_h$  sont détectés.
- Les pixels de  $G(i, j)$  dont le niveau de gris est compris entre  $T_h$  et  $T_b$  sont détectés s'ils sont connexes à un pixel détecté.
- Les pixels de  $G(i, j)$  dont le niveau de gris est inférieur à  $T_b$  ne sont pas détectés. L'intérêt de cette méthode est qu'elle fournit des contours relativement continus en évitant le plus possible la détection du bruit.

### Algorithme :

Soit  $G(i, j)$ , l'image d'entree,

Soit  $S(i, j)$ , l'image seuillée de sortie, initialisée à zéro.

- Seuillage simple de l'image  $G(i, j)$  avec le seuil  $T_b$ , on obtient une image seuillée temporaire:  $TMP(i, j)$
- Etiquetage de composantes connexes en 8-connexité de l'image  $TMP(i, j)$ , on obtient l'ensemble des régions détectées à  $T_b$ :  $E_{T_b}$ .
- Pour toute région  $R$  appartenant à  $E_{T_b}$ ,
  - Si un pixel de  $R$  possède une intensité lumineuse supérieure à  $T_h$ , alors on recopie tous les pixels de  $R$  dans l'image  $S(i, j)$ .

## 2 Méthodes de rehaussement par application d'opérateurs de dérivation du premier ordre : filtrage linéaire

On peut distinguer deux types de méthodes de rehaussement par application d'opérateurs de dérivation du premier ordre, des méthodes simples basées sur l'utilisation de masques de convolution approximant l'opérateur de gradient par différences finies, et des méthodes plus sophistiquées basées sur des approches optimales (recherche d'un contour idéal, etc.).

### 2.1 Premiers algorithmes

Dans tous les cas les images filtrées sont calculées par convolution de l'image d'entrée avec des masques directionnels approximant les opérateurs de dérivation. On trouve dans la bibliographie de nombreuses approximations des dérivées partielles  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

Roberts [Roberts 65] a proposé les masques:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad H_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Représentant les dérivées selon des axes orientés à 45 degrés. L'image des orientations est calculée par:

$$\Theta = \frac{\Pi}{4} + \arctan\left(\frac{G_2}{G_1}\right)$$

Ces méthodes se sont avérées difficiles d'utilisation en raison de leur faible robustesse vis à vis du bruit contenu dans les images, c'est pourquoi on a vu apparaître de nouveaux filtres de tailles plus importantes réalisant à la fois un gradient selon une direction et un lissage selon une direction perpendiculaire

Prewitt et Sobel ont proposé les masques  $3 \times 3$  selon les axes Ox et Oy [Prewitt 70].

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ c & 0 & -c \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad H_2 = \begin{bmatrix} -1 & -c & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 1 \end{bmatrix}$$

Avec  $c = 1$  pour Prewitt et  $c = 2$  pour Sobel.

Où par exemple  $H_1$  peut se décomposer en un opérateur de gradient en  $X$  et un opérateur de lissage en  $Y$ .

soit:

$$D_{1X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad L_{1Y} = \begin{bmatrix} 1 \\ c \\ 1 \end{bmatrix}$$

alors:

$$H_1 = D_{1X} * L_{1Y}$$

On peut évidemment décomposer  $H_2$  de la même manière.

Soient  $G_1 = H_1 * F$  et  $G_2 = H_2 * F$ , L'image accentuée sera obtenue par le calcul d'une norme par exemple:

$$G = \sqrt{G_1^2 + G_2^2}$$

Et l'image des orientations du gradient sera calculée par:

$$\Theta = \arctan \left( \frac{G_2}{G_1} \right)$$

Ces méthodes employées avec une méthode de suppression de non maxima locaux selon la direction du gradient, et une méthode de détection par seuillage à hystérésis, donnent d'assez bon résultats avec une complexité algorithmique raisonnable.

D'autres méthodes proposées par Kirsch consistent à filtrer l'image avec 8 masques directionnels l'orientation du contour étant alors donnée par le filtre dont la réponse est la plus importante.

$$G(i, j) = \max_{k=1,8} (G_k(i, j))$$

Il existe de nombreux masques de ce type, on donnera les masques de Kirsch [Kirsch 71].

Exemples de masques:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix} \text{ et } H_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

Les 6 autres masques se déduisant de ceux ci par permutations circulaires.

## 2.2 Filtrage optimal

J.F. Canny [Canny 83] à proposé un filtre optimal pour la détection d'un contour idéal noyé dans un bruit blanc gaussien. Le filtre proposé est optimal en localisation et maximise le rapport signal sur bruit.

Pour Canny un contour idéal est représenté par une fonction de Heaviside:

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Une image contenant un contour en  $x = 0$  peut donc être modélisée par:

$$x(t) = AH(t) + n(t)$$

où  $A$  représente l'amplitude du saut et  $n(t)$  un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma^2 = E(n^2(t))$ .

Canny suppose que le filtre idéal cherché est linéaire et antisymétrique comme un opérateur de gradient. L'image accentuée sera calculée par

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')C(t-t')dt' = S(t) + N(t)$$

L'accentuateur  $C(t)$  est choisi pour maximiser le rapport signal sur bruit de l'image filtrée aux points de contours

soit:

$$\frac{S(0)}{\sqrt{E(N^2(0))}}$$

ce qui conduit à la maximisation de la quantité :

$$\Sigma(C) = \frac{\int_{-\infty}^0 C(t) dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} C^2(t) dt}}$$

Canny cherche de plus une localisation optimale des points de contours par minimisation de l'écart quadratique moyen entre le contour détecté et le contour réel. Ceci conduit donc à maximiser la grandeur

$$\Lambda(C) = \frac{|C'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} C'^2(t) dt}}$$

Enfin l'opérateur de rehaussement trouvé, ne doit pas donner plusieurs maxima locaux pour un seul contour, ceci s'exprime à l'aide d'une estimation de la densité des passages par zéro de la fonction  $C'$  devant rester fixé à une certaine valeur donnée  $k$  soit:

$$D = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} C''^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} C'^2(t) dt}} = k$$

Selon Canny, le détecteur de contours optimal sera l'opérateur maximisant le produit  $\Sigma\Lambda$  sous la contrainte  $D = k$  Comme  $C$  est antisymétrique, cela revient à maximiser l'expression

$$\Sigma\Lambda = \frac{\int_0^\infty C(t) dt}{\sqrt{\int_0^\infty C^2(t) dt}} \frac{|C'(0)|}{\sqrt{\int_0^\infty C'^2(t) dt}}$$

sous la contrainte :

$$\sqrt{\frac{\int_0^\infty C'^2(t) dt}{\int_0^\infty C'^2(t) dt}} = Cte$$

Il trouve comme fonction solution:

$$C(t) = a_1 e^{\alpha t} \sin \omega t + a_2 e^{\alpha t} \cos \omega t + a_3 e^{-\alpha t} \sin \omega t + a_4 e^{-\alpha t} \cos \omega t + Cte$$

Les conditions aux limites de  $x(t)$  ainsi que sa pente à l'origine permettent de déterminer les coefficients  $a_1$  à  $a_4$  et il l'étend aux  $X$  négatifs  $C(t) = -C(-t)$ . La solution trouvée n'étant pas simple de mise en oeuvre, il l'approxime par la fonction dérivée première d'une gaussienne de qualité  $\Sigma\Lambda = 0.92$ .

### 2.2.1 Filtre de Deriche

Deriche [Deriche 87a] [Deriche 87b] reprenant les travaux de Canny propose une solution exacte intéressante, de coefficient  $\Sigma\Lambda$  bien meilleur:  $\Sigma\Lambda = 2$ .

#### Filtre de dérivation :

Soit la fonction  $C(t)$  impaire:

$$\forall t \in \mathbb{R} \quad C(t) = C_1 \exp(\alpha |t|) \sin \omega t$$

Dans le cas où  $\omega \ll 1$ , alors  $\sin \omega t \approx t$ .

Le filtre devient donc:

$$C(t) = C_1 t \exp(-\alpha |t|)$$

La transformée en Z de ce filtre montre qu'il peut être mis en oeuvre récursivement à l'aide d'un filtre récursif d'ordre deux de la manière suivante:

Soit:

$x(i)$  l'image d'entrée,  
 $y(i)$  l'image de sortie,

On a:

$$\begin{aligned}
y^+(i) &= a x(i-1) - b_1 y^+(i-1) - b_2 y^+(i-2) & \text{pour } i = 1 \cdots I \\
y^-(i) &= -a x(i+1) - b_1 y^-(i+1) - b_2 y^-(i+2) & \text{pour } i = I \cdots 1 \\
y(i) &= y^+(i) + y^-(i) & \text{pour } i = 1 \cdots I
\end{aligned}$$

avec:

$$\begin{aligned}
a &= -C_1 \alpha^2 e^{-\alpha} \\
C_1 &= \frac{-(1-e^{-\alpha})^3}{2\alpha^2 e^{-\alpha}(1+e^{-\alpha})} \\
b_1 &= -2e^{-\alpha} \\
b_2 &= e^{-2\alpha}
\end{aligned}$$

Où  $C_1$  est une constante de normalisation.

Filtre de lissage :

Une autre propriété intéressante de cette fonction est que son intégrale

$$h(t) = C_0 (\alpha |t| + 1) e^{-\alpha|t|}$$

est une fonction de lissage, qui elle aussi peut être implémentée récursivement de la manière suivante:

$$\begin{aligned}
y^+(i) &= a_0 x(i) + a_1 x(i-1) - b_1 y^+(i-1) - b_2 y^+(i-2) & \text{pour } i = 1 \cdots I \\
y^-(i) &= a_2 x(i+1) + a_3 x(i+2) - b_1 y^-(i+1) - b_2 y^-(i+2) & \text{pour } i = I \cdots 1 \\
y(i) &= y^+(i) + y^-(i) & \text{pour } i = 1 \cdots I
\end{aligned}$$

avec:

$$\begin{aligned}
a_0 &= C_0 \\
a_1 &= C_0 (\alpha - 1) e^{-\alpha} \\
a_2 &= C_0 (\alpha + 1) e^{-\alpha} \\
a_3 &= -C_0 e^{-2\alpha} \\
C_0 &= \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{1+2\alpha e^{-\alpha}-e^{-2\alpha}} \\
b_1 &= -2e^{-\alpha} \\
b_2 &= e^{-2\alpha}
\end{aligned}$$

Ici encore  $C_0$  est une constante de normalisation.

Ceci permet alors une implantation à deux dimensions du filtre, très efficace de la manière suivante:

Soient:

$G_x$  et  $G_y$  les filtres gradient selon les axes  $X$  et  $Y$ ,  
 $L_x$  et  $L_y$  des filtres de lissage selon les axes  $X$  et  $Y$ ,  
 $I(x, y)$  l'image d'entrée.

L'image accentuée  $g(x, y)$  est calculée par la norme du gradient soit:

$$g = \sqrt{(G_x * L_y * I)^2 + (G_y * L_x * I)^2}$$

La direction du gradient est calculée par:

$$\theta = \arctan \left( \frac{G_y}{G_x} \right)$$

L'opération de seuillage est réalisée par un seuillage à hystérésis, après suppression des non maxima locaux du gradient. Cette méthode de détection est l'une des meilleures existantes actuellement tant au point de vue qualité des résultats que temps calcul. On trouve une description détaillée de ces filtres et de leur implantation dans [Heraud et Monga 93].

Les résultats obtenus avec le filtre de Deriche sont présentés sur les figures: 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15.

### 2.2.2 Filtre gaussien

La dérivée première d'une gaussienne constitue l'approximation de Canny pour le filtre optimal défini au paragraphe 2.2. Plus généralement si l'on veut lisser un signal, on le convolve avec le filtre de lissage, si on veut sa dérivée première on utilise la dérivée première du filtre de lissage, si on veut sa dérivée seconde (cf. méthodes de détection de contour basées sur l'utilisation de la dérivée seconde, paragraphe 3) on utilise la dérivée seconde du filtre de lissage etc.

En une dimension le filtre de lissage gaussien s'écrit :

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Ce filtre n'étant pas récursif, son implantation par convolution présente une complexité algorithmique importante pour des grandes valeurs du paramètre  $\sigma$  (fort lissage lorsque  $\sigma$  augmente).

Il présente cependant une propriété d'isotropie qui le rend très intéressant en deux dimensions (un bon filtre doit fournir des réponses identiques pour des contours obliques et pour des contours parallèles aux axes de l'image).

En deux dimensions, le filtre de lissage gaussien s'écrit :

$$f_0(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

où :

$$r^2 = x^2 + y^2$$

En deux dimensions, ce filtre est donc séparable mais non récursif. Il existe cependant de bonnes approximations récursives (ordre 4) de ce filtre [Deriche 93], les résultats présentés aux figures: 21 22 23 24 25 26 27 28 utilisent ce filtre récursif.

Nous allons maintenant examiner la deuxième grande famille de méthodes de détection de contours, la détection de contours par application d'opérateurs de dérivation du second ordre.



### 3 Méthodes de détection de contours par application d'opérateurs de dérivation du second ordre

Une autre grande classe de méthodes de détection de contours est basée sur l'utilisation d'opérateurs de différenciation du second ordre. Une des particularités de ces méthodes est de simplifier l'étape de seuillage qui était nécessaire avec les opérateurs de gradient. En effet ici l'étape de détection se résume à détecter les passages par zéro de l'image filtrée; les contours détectés sont toujours d'épaisseur unité.

L'opérateur d'accentuation linéaire isotrope le plus simple est le laplacien.

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Dans le cas discret, l'opérateur  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  est approximé par:

$$\Delta_x^2 f = \Delta_x \Delta_x f = f(i+1, j) - 2f(i, j) + f(i-1, j)$$

Le laplacien sera donc représenté par le masque:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Il existe de nombreuses variantes du filtre laplacien, qui toutes convergent vers l'opérateur laplacien lorsque la distance entre les pixels tend vers zéro.

Par exemple pour les masques  $3 \times 3$ :

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ou: } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

#### Méthode de Marr et Hildreth

Marr et Hildreth [Marr et Hildreth 80], ont développé une technique permettant cette fois de s'affranchir des problèmes liés au bruit soit: le trop grand nombre de détections. Ils convoluent au préalable l'image par une gaussienne avant d'appliquer un filtre laplacien. Cette fois, la variance de la gaussienne limite l'extension du domaine fréquentiel de l'image d'entrée et supprime le bruit qui aurait été détecté par le laplacien. Si le problème du bruit est résolu, il faut en revanche, ajuster la variance de la gaussienne en fonction du type d'images à traiter. Un filtre de variance trop large dégrade trop l'image et ne permet plus la détection des structures fines, à l'inverse une variance trop faible conduit à une détection de bruit trop importante.

Dans le cas continu, cette méthode correspond à la convolution de l'image par l'opérateur  $\nabla^2 G_\sigma$

où  $G_\sigma$  est une gaussienne de variance  $\sigma$ .

$$\nabla^2 G_\sigma = 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \exp - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}$$

Cette méthode permet une détection de contour de bonne qualité mais a l'inconvénient de nécessiter des calculs importants. Le filtre gaussien est un filtre séparable mais non récursif et la convolution prend un nombre d'opérations augmentant avec la taille du filtre alors qu'un filtre récursif demande un nombre d'opérations fixe quel que soit la taille du filtre. C'est pourquoi on a proposé des méthodes basées sur l'approximation du laplacien, à l'aide de filtres de lissage qui elles ont l'avantage de pouvoir être implémentées récursivement.

### Méthode du double filtrage passe bas

Cette méthode consiste à calculer une approximation du laplacien à l'aide de deux filtrages passe bas, les contours sont détectés par une méthode de passages par zéro.

L'image est convoluée par deux filtres moyenne de tailles différentes, l'image du laplacien est formée par différence des deux images moyennées.

Soit:

$f(x, y)$  l'image d'entrée,

$M_1$  un filtre moyenne,

$M_2$  un filtre moyenne de taille supérieure à  $M_1$

$$g(x, y) = f(x, y) * M_1(x, y) - f(x, y) * M_2(x, y)$$

$$g(x, y) = f(x, y) * [M_1(x, y) - M_2(x, y)]$$

Le filtre  $M_1(x, y) - M_2(x, y)$  constitue une approximation du laplacien.

L'utilisation de filtres moyenne permet une implémentation très efficace séparable et récursive.

### le filtre moyenne

soit M: la demi taille du filtre en x,

soit N: la demi taille du filtre en y.

$$M_{(2M+1),(2N+1)} * f(i, j) = \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N f(i+m, j+n)$$

Un tel filtre est séparable, en effet:

$$M_{(2M+1),(2N+1)} * f(i, j) = M_{(2M+1),0} * M_{0,(2N+1)} * f(i, j)$$

et chacun des deux filtres  $M_{(2M+1),0}$  et  $M_{0,(2N+1)}$  est implémentable récursivement:

Par exemple pour  $M_{(2M+1),0}$ :

Soit  $g(i, j)$  l'image filtrée par le filtre  $M_{(2M+1),0}$  on a:

$$g(i+1, j) = g(i, j) + \frac{1}{2M+1} (f(i+1+N, j) - f(i-N, j))$$

De même pour le filtre  $M_{0,(2N+1)}$ . Ces deux filtres peuvent donc être calculés avec un nombre fixe d'opérations indépendant de la taille des filtres d'où l'efficacité de cette méthode.

On peut encore citer la méthode de Castan et Shen [Castan Shen 89] qui calcule les dérivées secondes directionnelles de l'image à l'aide de filtres optimal exponentiel sur un modèle identique à celui de Canny. Cette méthode donne des résultats intéressants et présente une complexité algorithmique très faible.

### 3.1 Filtrage optimal

De même que pour les méthodes basées sur les dérivées premières, nous pouvons définir des filtres optimaux par simple extension des travaux de Canny et Deriche les dérivées secondes des images sont estimées par convolution avec les dérivées secondes des filtres de lissage optimaux. Les résultats obtenus avec le filtre de Deriche sont présentés sur les figures: 16 17 18 19 20. Les résultats obtenus avec le filtre de gaussien récursif sont présentés sur les figures: 29 30 31 32 33 34.

## Bibliographie

## References

- [Canny 83] J.F. Canny.  
*Finding edges and lines in images*. M.I.T. Artificial Intelligence Laboratory, TR-720, 1983.
- [Castan Shen 89] S. Castan, J. Shen.  
*Une Famille de Détecteurs de Contours Basée sur le Filtre Exponentiel Optimal* Congrès AFCET: "Reconnaissance Des Formes Et Intelligence Artificielle", Paris, (29 novembre au 1er decembre 1989).
- [Deriche 87a] R. Deriche.  
*Extraction de composantes connexes basée sur une détection optimale des contours*. Cognitiva 87, Paris la Villette, 18-22 mai 1987.
- [Deriche 87b] R. Deriche.  
*Optimal edge detection using recursive filtering*. In Proc. First International Conference on Computer Vision, London, June 8-12, 1987.
- [Deriche 93] R. Deriche.  
*Recursively implementing the gaussian and its derivatives*. Rapport de recherche INRIA, 1993.
- [Kirsch 71] R. Kirsch.  
*Computer determination of the constituent structures of biomedical images*. Computer and Biomedical Research. USA, (1971), 4, no 3, pp 315-328.
- [Marr et Hildreth 80] D.Marr, E. Hildreth.  
*Theory of edge detection*. Proceedings Of Royal Society Of London, B, Vol 207, pp 187-217, 1980.

- [Heraud et Monga 93] R. Heraud, O. Monga.  
*Vision par Ordinateur, Outils Fondamentaux*. Traité des nouvelles technologies, Série Informatique, 1993.
- [Prewitt 70] J.M.S. Prewitt.  
*Object enhancement and extraction. Picture processing and psychopictories*. B.S.Lipkin and A.Rosenfeld, ed. Academic Press, New York, USA, (1970).
- [Roberts 65] L. G. Roberts  
*Machine perception of three dimensional solids*. Optical and Electro-optical Information Processing. J.T. Tipett and al. ed. M.I.T. Press Cambridge Massachussetts USA, (1965), pp 159-197.

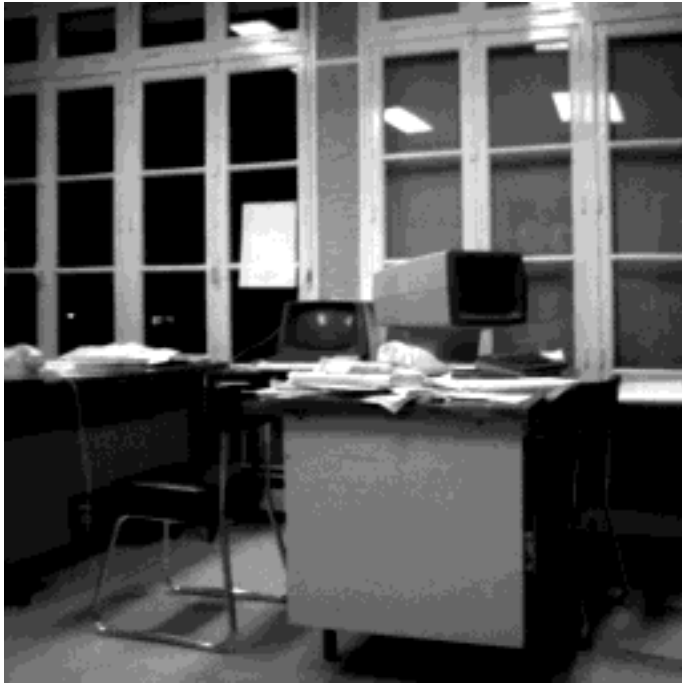


Figure 1: *Une image.*

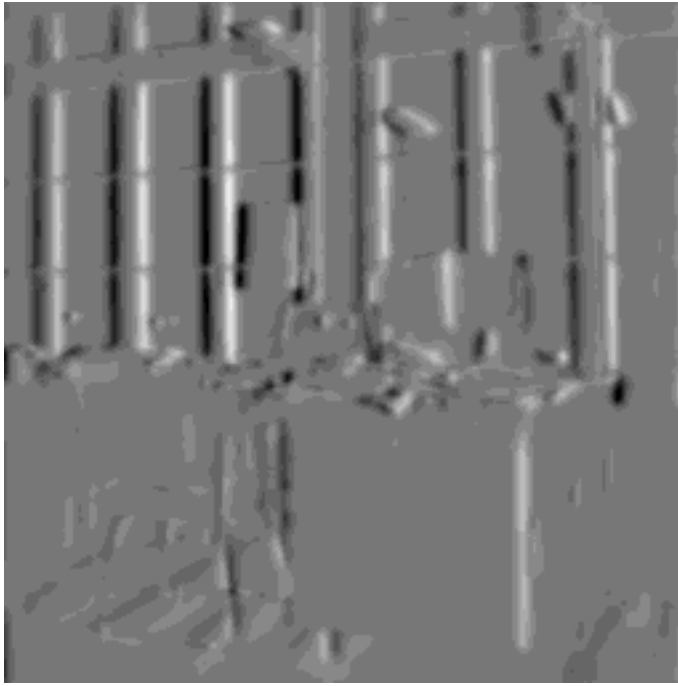


Figure 2: *Dérivée première de Deriche en  $X$  ( $\alpha = 1$ ).*

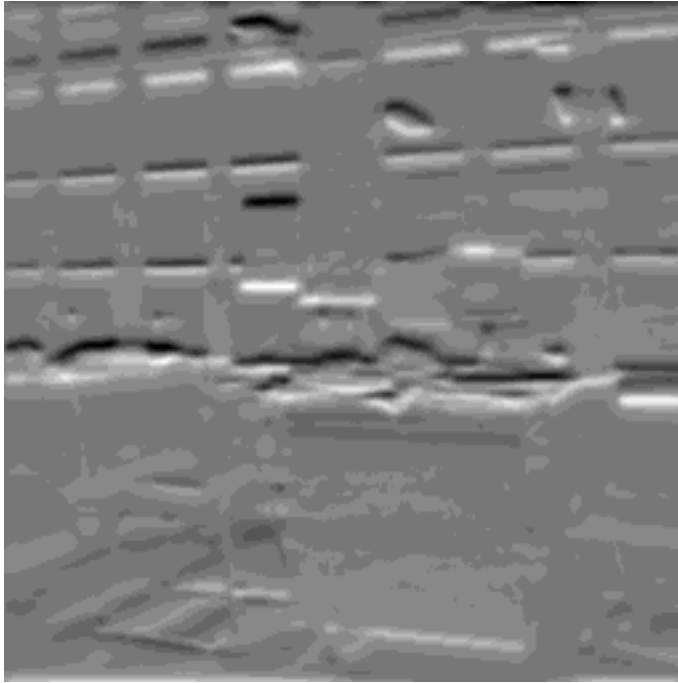


Figure 3: *Dérivée première de Deriche en  $Y$  ( $\alpha = 1$ ).*

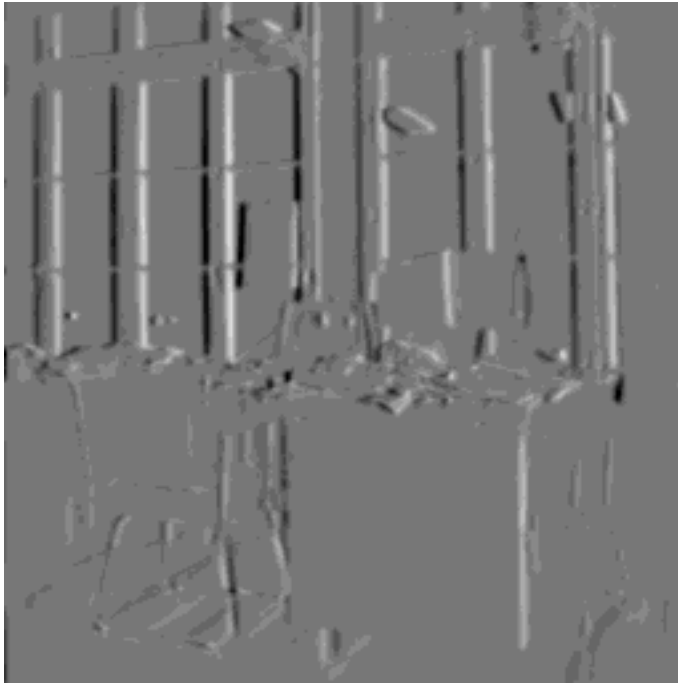


Figure 4: *Dérivée première de Deriche en  $X$  ( $\alpha = 2$ ).*

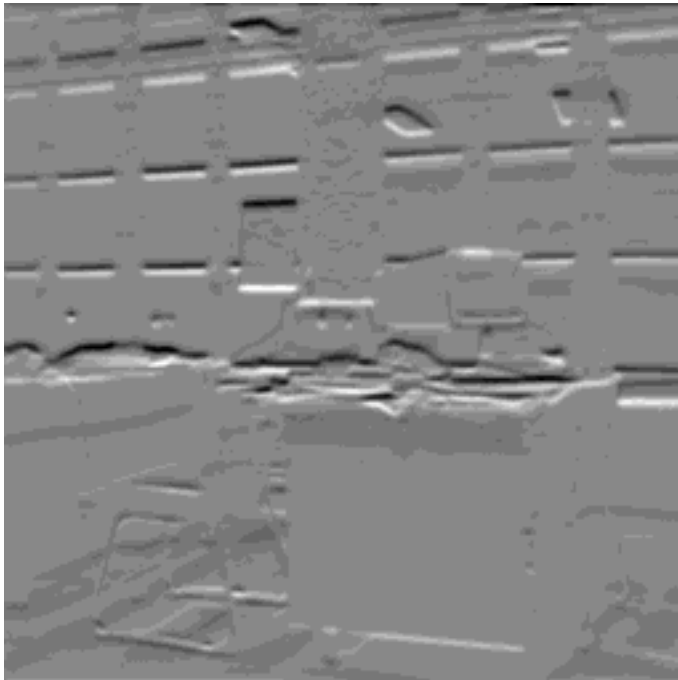


Figure 5: *Dérivée première de Deriche en  $Y$  ( $\alpha = 2$ ).*

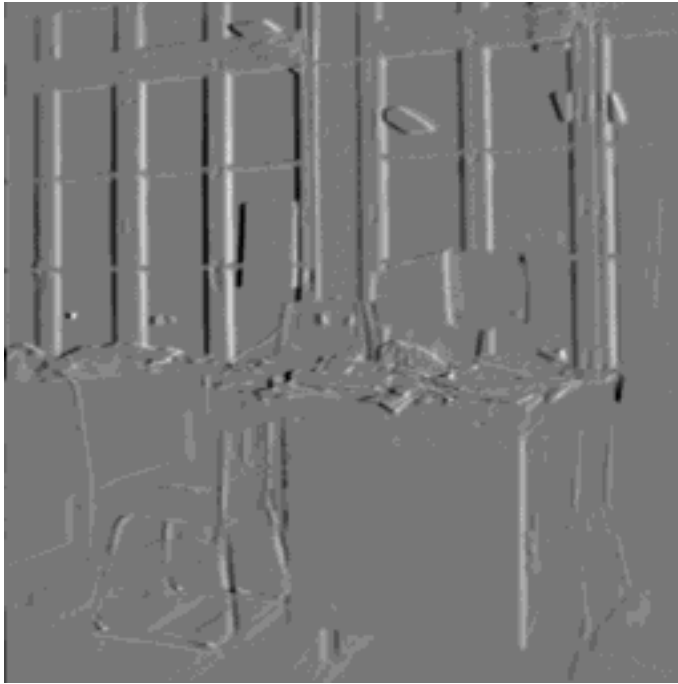


Figure 6: *Dérivée première de Deriche en  $X$  ( $\alpha = 4$ ).*

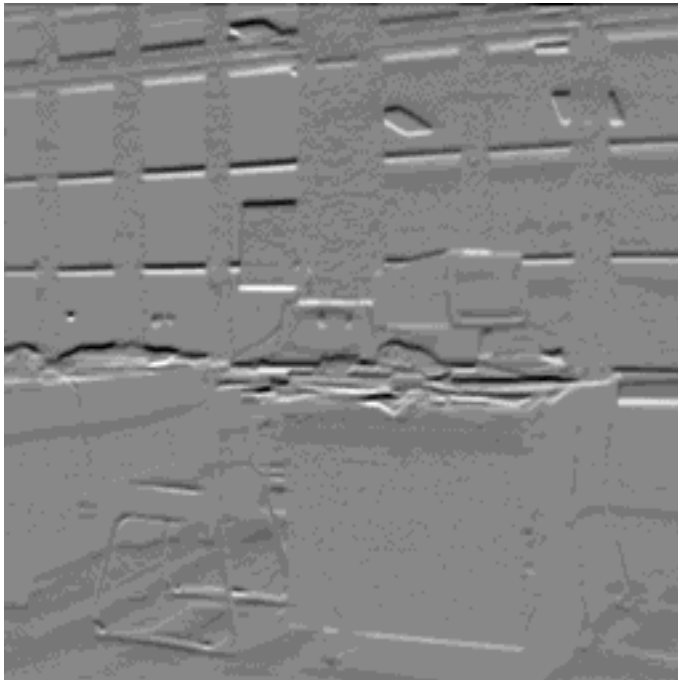


Figure 7: *Dérivée première de Deriche en  $Y$  ( $\alpha = 4$ ).*





Figure 8: *Gradient de Deriche ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 9: *Gradient de Deriche : suppression des non maxima locaux ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 10: *Gradient de Deriche ( $\alpha = 2$ ).*



Figure 11: *Gradient de Deriche : suppression des non maxima locaux ( $\alpha = 2$ ).*

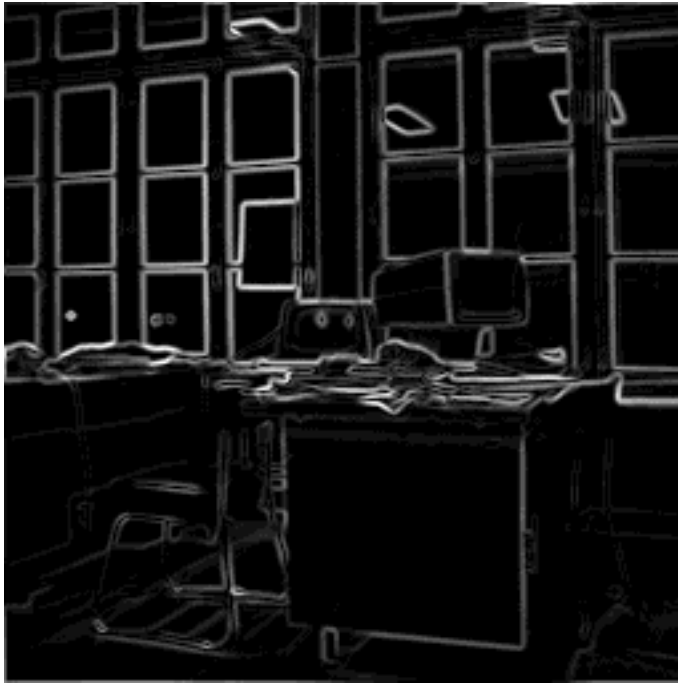


Figure 12: *Gradient de Deriche* ( $\alpha = 4$ ).



Figure 13: *Gradient de Deriche : suppression des non maxima locaux* ( $\alpha = 4$ ).



Figure 14: *Seuillage par hysteresis de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient de Deriche ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 15: *Seuillage par hysteresis de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient de Deriche ( $\alpha = 2$ ).*

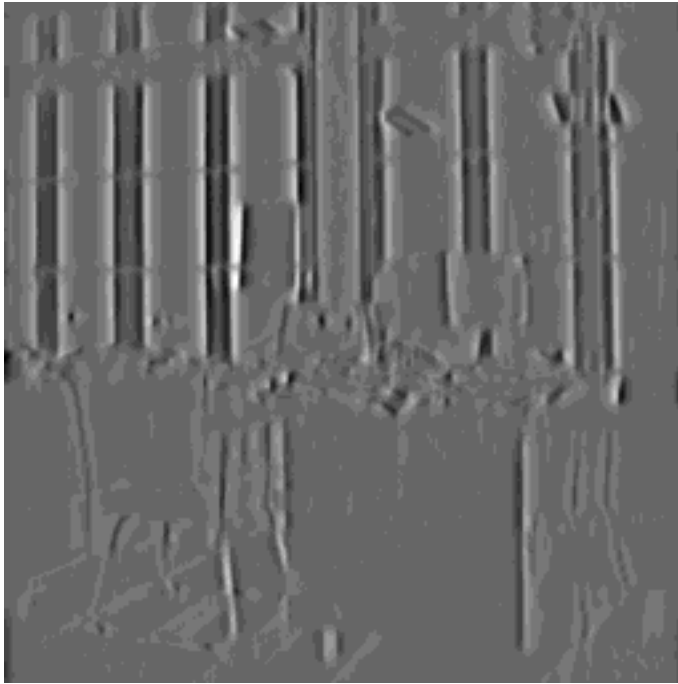


Figure 16: *Dérivée seconde de Deriche en X ( $\alpha = 1$ ).*

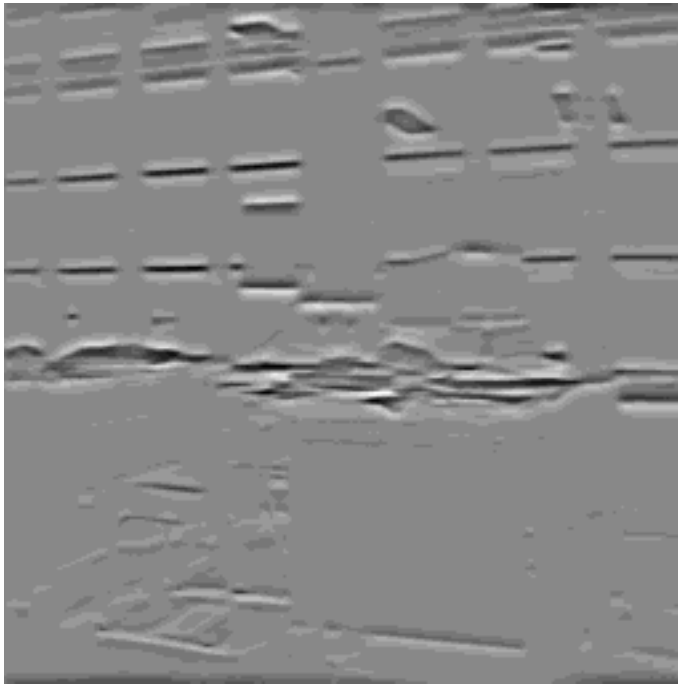


Figure 17: *Dérivée seconde de Deriche en Y ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 18: *Laplacien de Deriche ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 19: *Image de polarité du Laplacien ( $\alpha = 1$ ).*

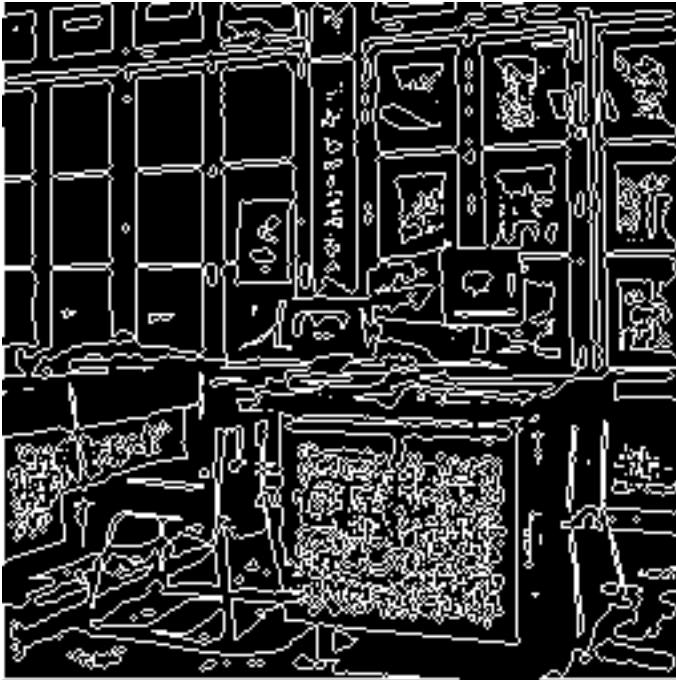


Figure 20: *Les contours à partir du laplacien ( $\alpha = 1$ ).*



Figure 21: *Gradient Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 22: *Angle du gradient Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*





Figure 23: *Gradient Gaussien : suppression des non maxima locaux ( $\sigma = 1$ ).*

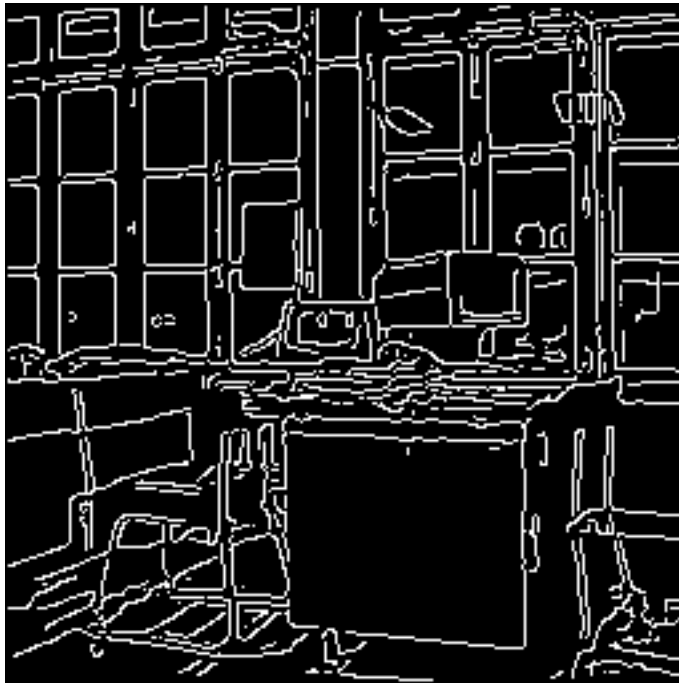


Figure 24: *Seuillage par hysteresis de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 25: *Seuillage simple : (seuil bas) de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 26: *Seuillage simple : (seuil haut) de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*

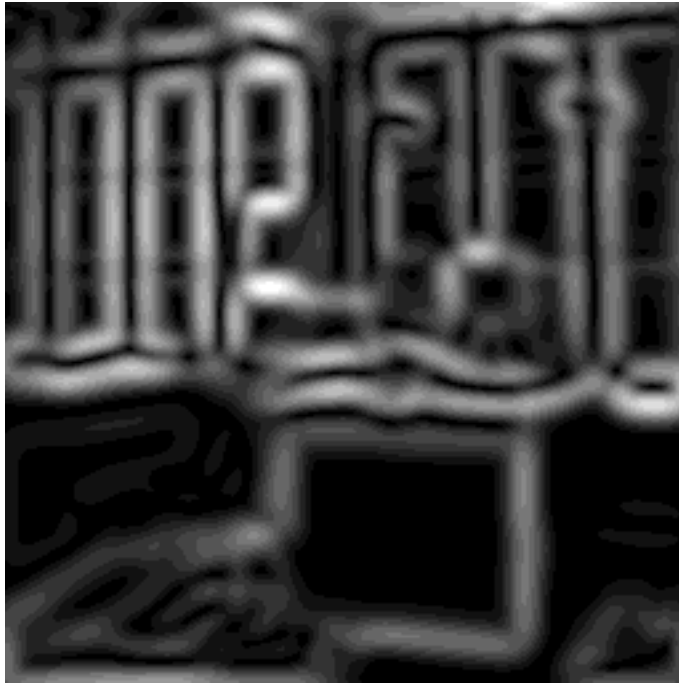


Figure 27: *Gradient Gaussien ( $\sigma = 5$ ).*

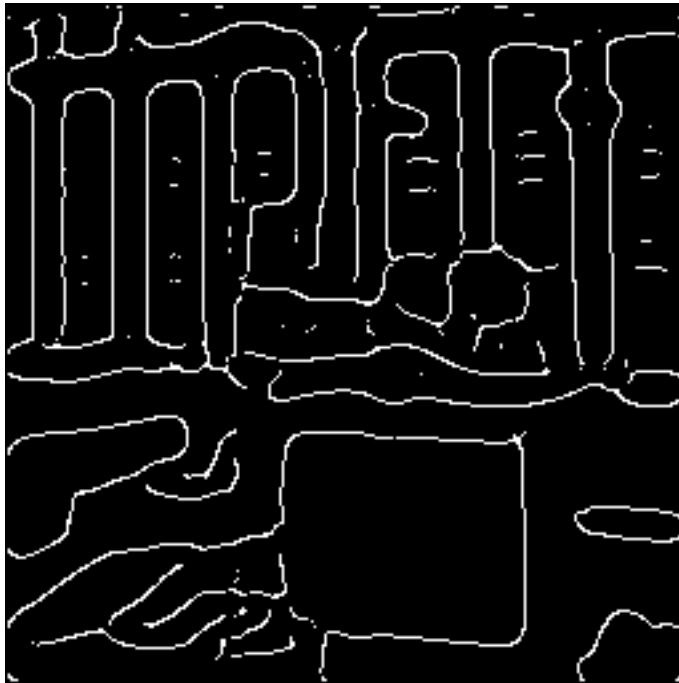


Figure 28: *Seuillage par hysteresis de la suppression des non maxima locaux de la norme du gradient Gaussien ( $\sigma = 5$ ).*

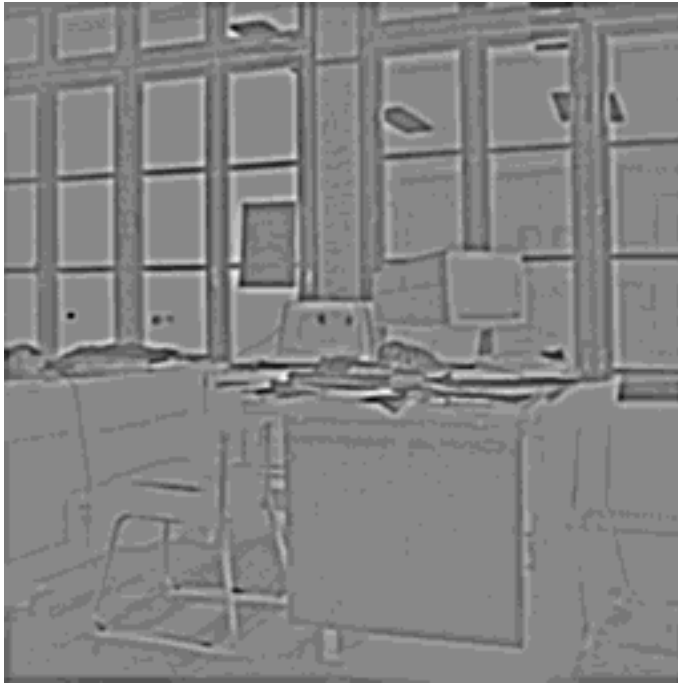


Figure 29: *Laplacien Gaussien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 30: *Image de polarité du Laplacien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 31: *Les contours à partir du laplacien ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 32: *Multiplication : passage par zéro du laplacien et gradient ( $\sigma = 1$ ).*



Figure 33: *Seuillage par hysteresis des passages par zéro du laplacien ( $\sigma = 1$ ).*

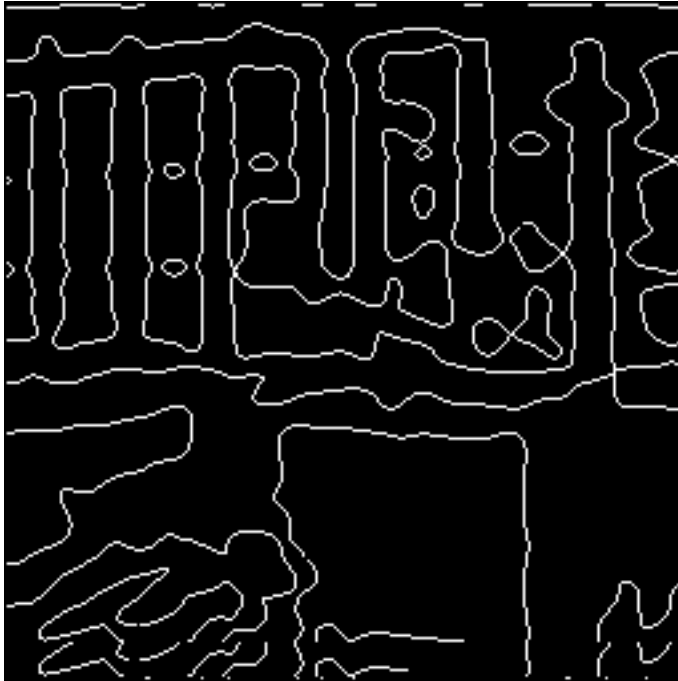


Figure 34: *Détection de contours laplacien Gaussien ( $\sigma = 5$ ).*